Matemáticas — UNAM Área IV

36 reactivos en 3 bloques de 12. Cada uno trae sus 4 opciones: solo una es correcta.

- Tiempo sugerido: **54 minutos** (90 s por reactivo).
- Responde en la **hoja de respuestas** (penúltima página) rellenando el círculo; no escribas en el cuadernillo si quieres reutilizarlo.
- Si dudas, descarta primero las opciones imposibles y avanza: vuelve al final.
- Al terminar, califica con las **claves** y lee la explicación de cada fallo.

Nombre _____ Fecha _____

Hora de inicio _____ Aciertos: ____ de 36

1 ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre los números reales es verdadera?

A) $\sqrt{36}$ es un número natural, porque $\sqrt{36} = 6$
B) 0.2727… (el 27 se repite sin fin) es irracional porque nunca termina
C) $\sqrt{10}$ es racional porque la calculadora lo muestra con decimales
D) Los enteros negativos no pertenecen a los números reales

2 ¿A qué es igual $2/(x + 1) + 3/(x - 1)$, con $x \neq 1$ y $x \neq -1$?

A) $5/(2x)$
B) $(5x - 1)/(x^2 - 1)$
C) $(5x + 1)/(x^2 - 1)$
D) $5/(x^2 - 1)$

3 ¿Cuál de las siguientes igualdades es una identidad, es decir, se cumple para cualquier valor de x?

A) $2(x + 3) = 2x + 3$
B) $2(x + 3) = 2x + 6$
C) $2x + 3 = 11$
D) $x + 4 = x + 9$

4 ¿Cuál es el conjunto solución de la desigualdad $4 - 3x \leq 16$?

A) $(-\infty, -4]$
B) $(-4, \infty)$
C) $(-\infty, 4]$
D) $[-4, \infty)$

5 Para resolver el sistema $4x + 3y = 11$ y $2x - 3y = 7$, ¿qué método conviene y por qué?

A) Sustitución, porque una de las incógnitas tiene coeficiente 1
B) Igualación, porque ya está despejada la misma incógnita en ambas
C) Suma y resta, porque los coeficientes de y son opuestos (3 y −3)
D) Ninguno, porque el sistema no tiene solución

6 ¿Cuál es el rango de la función $f(x) = 7/(x + 5)$?

A) Todos los reales excepto 0
B) Todos los reales excepto −5
C) Solo los reales $x \geq 0$
D) Todos los números reales

7 Un escenógrafo traza una rampa triangular con catetos de 9 dm y 40 dm (hipotenusa 41 dm). Si B es el ángulo opuesto al cateto de 40 dm, ¿cuánto vale cos B?

A) 40/41
B) 9/40
C) 41/9
D) 9/41

8 La gráfica de $y = 2^x$ pasa por (0, 1) y tiene asíntota y = 0. Al trasladarla a y = 2^(x − 3) + 1, ¿por qué punto pasa el (0, 1) original y cuál es la asíntota?

A) Pasa por (−3, 0); asíntota y = −1
B) Pasa por (3, 2); asíntota y = 1
C) Pasa por (3, 2); asíntota y = 3
D) Pasa por (1, 3); asíntota y = 1

9 El rosetón circular de un templo se dibuja con centro en el origen del plano (en decímetros) y pasa por el punto (−6, 8). ¿Cuál es su ecuación?

A) $x^2 + y^2 = 100$
B) $x^2 + y^2 = 10$
C) $x^2 + y^2 = 14$
D) $x^2 + y^2 = 4$

10 La concha acústica de un teatro al aire libre tiene sección parabólica $y^2 = 8x$, con vértice en el origen. ¿Cuáles son los extremos de su lado recto?

A) (2, 8) y (2, −8)
B) (−2, 4) y (−2, −4)
C) (4, 4) y (4, −4)
D) (2, 4) y (2, −4)

11 Un jardín tiene la forma de la elipse $x^2/36 + y^2/100 = 1$ (unidades en metros). ¿Cuánto mide su eje mayor y cómo está orientado?

A) 10 m, vertical
B) 20 m, horizontal
C) 20 m, vertical
D) 12 m, vertical

12 **Al cortar un cono con un plano inclinado, que corta solo una de sus hojas y no es paralelo a ningún lado del cono, se obtiene una curva cerrada. ¿Cuál es y cuánto vale su excentricidad?**

A) Una parábola, con $e = 1$

B) Una elipse, con $0 < e < 1$

C) Una circunferencia, con $e = 0$

D) Una hipérbola, con $e > 1$

13 ¿Qué expresión algebraica corresponde a «el triple de la diferencia entre x y 5»?

A) $3x - 5$
B) $3(5 - x)$
C) $3(x - 5)$
D) $(x - 5)^3$

14 Un polinomio P(x) cumple que P(3) = 0. ¿Qué se puede afirmar con seguridad sobre la división de P(x) entre x − 3?

A) El residuo es 0, así que x − 3 es factor de P(x)
B) El residuo es 3, así que x + 3 es factor de P(x)
C) El residuo es −3, así que x − 3 no divide a P(x)
D) El residuo no se puede saber sin conocer todos los coeficientes

15 La parábola $y = (x + 3)^2 - 5$ se obtiene al mover la gráfica de $y = x^2$. ¿Cuál es ese movimiento?

A) 3 unidades a la derecha y 5 hacia abajo
B) 3 unidades a la izquierda y 5 hacia abajo
C) 3 unidades a la izquierda y 5 hacia arriba
D) 5 unidades a la izquierda y 3 hacia abajo

16 Un cable de 25 m sujeta la punta de un mástil y forma 40° con el suelo. ¿A qué altura está la punta? (sen 40° ≈ 0.643, cos 40° ≈ 0.766, tan 40° ≈ 0.839)

A) ≈ 19.2 m
B) ≈ 21.0 m
C) ≈ 38.9 m
D) ≈ 16.1 m

17 ¿Cuánto vale $\text{sen}(-\pi/6) \cdot \cos(-\pi/6)$?

A) $\sqrt{3}/4$
B) $-1/4$
C) $-\sqrt{3}/4$
D) $1/4$

18 En el plano de un museo, la entrada es A(−4, 1) y la salida es B(6, 11), unidas por un pasillo recto. Un cartel se coloca en el punto P del pasillo que está a 2/5 del camino de A a B. ¿Cuáles son sus coordenadas?

A) (0, 5)
B) (2, 7)
C) (1, 6)
D) (4, 9)

19 ¿Qué pendiente tiene una recta perpendicular a la recta $4x - 6y + 9 = 0$?

A) 3/2
B) −2/3
C) 2/3
D) −3/2

20 ¿Cuál es el centro de la circunferencia $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 1 = 0$?

A) (−5, 1)
B) (5, −1)
C) (10, −2)
D) (5, 1)

21 ¿Cuál es el vértice de la parábola $y^2 - 4y - 12x + 40 = 0$ y hacia dónde abre?

A) Vértice (−3, −2); abre hacia la derecha
B) Vértice (3, 2); abre hacia la izquierda
C) Vértice (2, 3); abre hacia la derecha
D) Vértice (3, 2); abre hacia la derecha

22 ¿Cuál es el centro y cuál es la orientación del eje mayor de la elipse $(x + 1)^2/9 + (y - 3)^2/49 = 1$?

A) Centro (−1, 3); eje mayor vertical
B) Centro (1, −3); eje mayor vertical
C) Centro (−1, 3); eje mayor horizontal
D) Centro (1, −3); eje mayor horizontal

23 ¿Cuál es el centro y cuáles son los vértices de la hipérbola $(x - 6)^2/16 - (y + 4)^2/9 = 1$?

A) Centro (−6, 4); vértices (−2, 4) y (−10, 4)
B) Centro (6, −4); vértices (6, 0) y (6, −8)
C) Centro (6, −4); vértices (10, −4) y (2, −4)
D) Centro (6, −4); vértices (9, −4) y (3, −4)

24 Un escultor diseña una pieza cuya sección es una hipérbola y necesita dibujar su rectángulo auxiliar. Sabe que la distancia del centro a cada vértice es 8 dm y que su excentricidad es 5/4. ¿Cuánto mide el parámetro b, en decímetros?

A) 2
B) 6
C) $\sqrt{164}$
D) 36

25 Si $z = 3 - 4i$ y $\bar{z}$ es su conjugado, ¿cuánto vale $z \cdot \bar{z} + i^{47}$?

A) $25 + i$
B) $25 - i$
C) $-7 - i$
D) $5 - i$

26 ¿Cuánto vale $6/\sqrt{3} + \sqrt{12}$?

A) $8\sqrt{3}$
B) $\sqrt{14}$
C) $5\sqrt{3}$
D) $4\sqrt{3}$

27 Un estudiante resuelve $5x^2 = 35x$ dividiendo ambos lados entre x y obtiene $x = 7$. ¿Qué solución perdió y cuáles son todas las soluciones?

A) Perdió $x = 0$; las soluciones son $x = 0$ y $x = 7$
B) Perdió $x = -7$; las soluciones son $x = -7$ y $x = 7$
C) No perdió nada, porque dividir entre x siempre es válido
D) Perdió $x = 5$; las soluciones son $x = 5$ y $x = 7$

28 En un sistema 3×3 resuelto por la regla de Cramer se obtuvo $D = 4$, $Dx = -8$, $Dy = 20$ y $Dz = 12$. ¿Cuánto vale $2x + y - z$?

A) -8
B) 6
C) -2
D) 4

29 ¿En qué intervalo crece la función $f(x) = x^2 - 8x + 3$ y cuánto vale su mínimo?

A) Crece en $(-\infty, 4]$; su mínimo es -13
B) Crece en $[4, \infty)$; su mínimo es -13
C) Crece en $[4, \infty)$; su mínimo es -16
D) Crece en $[-4, \infty)$; su mínimo es -13

30 Tres cuerdas de una escenografía forman un triángulo de lados 8 m, 11 m y 13 m. ¿Cuánto vale el coseno del ángulo opuesto al lado de 13 m?

A) $-1/11$
B) $2/11$
C) $177/88$
D) $1/11$

31 ¿Cuánto vale $\operatorname{sen} 150° \cdot \cos 300° - \tan 225°$?

A) $-3/4$
B) $5/4$
C) $-5/4$
D) $1/4$

32 La intensidad de una luz de escenario varía según $y = -6 \operatorname{sen}(\pi t/2)$, con t en segundos. ¿Cuáles son su amplitud y su periodo?

A) Amplitud -6; periodo 4 s
B) Amplitud 6; periodo 1/4 s
C) Amplitud 6; periodo 4 s
D) Amplitud 6; periodo 2π s

33 ¿Hacia dónde y cuánto se desplaza la gráfica de $y = 2\cos(3x - \pi/2)$ respecto de $y = 2\cos 3x$?

A) $\pi/2$ hacia la derecha
B) $\pi/6$ hacia la derecha
C) $\pi/6$ hacia la izquierda
D) $3\pi/2$ hacia la derecha

34 Una línea de un mural pasa por el punto $(0, -3)$ con pendiente $2/5$. ¿Cuál es su ecuación en forma general?

A) $2x - 5y + 15 = 0$
B) $5x - 2y - 15 = 0$
C) $2x + 5y - 15 = 0$
D) $2x - 5y - 15 = 0$

35 Al completar cuadrados en $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y + 9 = 0$ se obtiene una elipse. ¿Cuál es su ecuación en forma ordinaria?

A) $(x - 3)^2/16 + (y + 2)^2/4 = 1$
B) $(x - 3)^2/4 + (y + 2)^2/16 = 1$
C) $(x + 3)^2/16 + (y - 2)^2/4 = 1$
D) $(x - 3)^2/4 + (y + 2)^2 = 1$

36 ¿Cuál es el valor de $125^{(2/3)} \div 4^{(-3/2)}$?

A) $25/8$
B) 50
C) 200
D) -200

Hoja de respuestas

Rellena un círculo por reactivo. Matemáticas — UNAM Área IV.

1	A	B	C	D	2	A	B	C	D	3	A	B	C	D
4	A	B	C	D	5	A	B	C	D	6	A	B	C	D
7	A	B	C	D	8	A	B	C	D	9	A	B	C	D
10	A	B	C	D	11	A	B	C	D	12	A	B	C	D
13	A	B	C	D	14	A	B	C	D	15	A	B	C	D
16	A	B	C	D	17	A	B	C	D	18	A	B	C	D
19	A	B	C	D	20	A	B	C	D	21	A	B	C	D
22	A	B	C	D	23	A	B	C	D	24	A	B	C	D
25	A	B	C	D	26	A	B	C	D	27	A	B	C	D
28	A	B	C	D	29	A	B	C	D	30	A	B	C	D
31	A	B	C	D	32	A	B	C	D	33	A	B	C	D
34	A	B	C	D	35	A	B	C	D	36	A	B	C	D

Claves y explicaciones

1 **A** Una raíz solo es irracional si el radicando no es cuadrado perfecto: $\sqrt{36} = 6$, un natural. 0.2727… es periódico y se escribe como fracción (3/11), así que es racional. $\sqrt{10}$ sí es irracional: sus decimales no terminan ni se repiten. Los enteros están dentro de los reales.

2 **C** Se iguala el denominador: cada fracción se multiplica por el factor que le falta. $2(x - 1) + 3(x + 1) = 2x - 2 + 3x + 3 = 5x + 1$, sobre $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$. Sumar numeradores con numeradores y denominadores con denominadores da $5/(2x)$, que es incorrecto.

3 **B** Al distribuir, $2(x + 3) = 2x + 6$, y ambos lados quedan iguales para todo x. En $2(x + 3) = 2x + 3$ el 2 no multiplica al 3 y nunca se cumple; $2x + 3 = 11$ solo vale en $x = 4$; $x + 4 = x + 9$ no tiene solución.

4 **D** Se resta 4: $-3x \leq 12$. Al dividir entre −3 se invierte el signo: $x \geq -4$. Como la desigualdad no es estricta, −4 se incluye (círculo cerrado): $[-4, \infty)$. Con $x = 0$ se comprueba: $4 \leq 16$.

5 **C** Los coeficientes de y son 3 y −3: al sumar las ecuaciones se cancelan y queda $6x = 18$, $x = 3$. Después $4(3) + 3y = 11$ da $y = -1/3$. Ninguna incógnita tiene coeficiente 1 y no hay variable despejada, así que sustitución e igualación no son lo más cómodo.

6 **A** Una fracción con numerador 7 nunca vale 0, aunque puede tomar cualquier otro valor. El rango es $\mathbb{R}$ sin el 0. El −5 limita la entrada (es el dominio), no la salida. Por eso la gráfica nunca toca el eje x.

7 **D** El coseno es cateto adyacente entre hipotenusa. Para B, el cateto opuesto es el de 40 dm; el adyacente es el de 9 dm. Entonces cos B = 9/41. 40/41 sería sen B y 9/40 sería cot B.

8 **B** $x - 3$ mueve la gráfica 3 unidades a la derecha y el +1 la sube 1: (0, 1) pasa a (3, 2). La asíntota horizontal se desplaza igual que la curva: de $y = 0$ a $y = 1$. El 3 solo recorre la gráfica en horizontal y no cambia la asíntota.

9 **A** Con centro en el origen, $x^2 + y^2 = r^2$. El punto (−6, 8) debe cumplirla: $(-6)^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, así que $r^2 = 100$ y $r = 10$. A la derecha de la ecuación va r^2, no r.

10 **D** Como $4p = 8$, $p = 2$ y el foco es (2, 0). El lado recto es la cuerda que pasa por el foco: con $x = 2$, $y^2 = 8(2) = 16$, así que $y = \pm 4$. Los extremos son (2, 4) y (2, −4); su longitud es $8 = |4p|$.

11 **C** El denominador mayor, 100, está bajo y: $a^2 = 100$, $a = 10$ y el eje mayor es vertical. Su longitud es $2a = 20$ m. El eje menor mide $2b = 12$ m ($b^2 = 36$); 10 es solo el semieje.

12 **B** Un plano inclinado que corta una sola hoja produce una elipse, cuya excentricidad está entre 0 y 1. La circunferencia exige un plano perpendicular al eje ($e = 0$); la parábola, un plano paralelo a un lado ($e = 1$); y la hipérbola, un plano que corta las dos hojas ($e > 1$).

13 **C** «La diferencia entre x y 5» es $x - 5$, y el triple multiplica a toda la diferencia: $3(x - 5)$. $3x - 5$ triplica solo la x; $3(5 - x)$ invierte el orden de la resta; y $(x - 5)^3$ es el cubo, no el triple.

14 **A** Por el teorema del residuo, el residuo de dividir P(x) entre $x - 3$ es P(3). Como $P(3) = 0$, la división es exacta y $x - 3$ es factor de P(x). Un factor $x + 3$ exigiría $P(-3) = 0$, y el valor 3 no es el residuo sino el punto donde se evalúa.

15 **B** En $(x + 3)^2 = (x - (-3))^2$ el desplazamiento horizontal es de 3 unidades a la izquierda, porque el signo engaña. El −5 fuera del cuadrado baja la curva 5 unidades. El vértice queda en (−3, −5).

16 **D** El cable es la hipotenusa del triángulo rectángulo y la altura es el cateto opuesto al ángulo de 40°: altura $= 25 \cdot \text{sen } 40° \approx 25(0.643) \approx 16.1$ m. Con el coseno saldría la distancia horizontal (≈ 19.2 m), y dividir entre el seno da 38.9 m.

17 **C** El seno es impar: $\text{sen}(-\pi/6) = -\text{sen}(\pi/6) = -1/2$. El coseno es par: $\cos(-\pi/6) = \cos(\pi/6) = \sqrt{3}/2$. El producto es $(-1/2)(\sqrt{3}/2) = -\sqrt{3}/4$.

18 **A** Estar a 2/5 de A equivale a la razón AP : PB = 2 : 3, donde A pesa 3 y B pesa 2: $x = (3(-4) + 2(6))/5 = 0$ y $y = (3(1) + 2(11))/5 = 5$. P(0, 5). (2, 7) está a 3/5 del camino; (1, 6) es el punto medio; (4, 9) está a 4/5.

19 **D** La pendiente de la recta dada es $m = -A/B = -4/(-6) = 2/3$. Una perpendicular cumple $m_1 \cdot m_2 = -1$: se invierte y se cambia el signo, −3/2. Solo invertir (3/2) o solo cambiar el signo (−2/3) deja el trabajo a medias.

20 **B** Se agrupa y se completa: $(x^2 - 10x + 25) + (y^2 + 2y + 1) = -1 + 25 + 1$, es decir, $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 25$. El centro es (5, −1) y el radio 5. $(y + 1)^2$ significa $k = -1$.

21 **D** Se completa el cuadrado en y: $y^2 - 4y = 12x - 40$, así que $(y - 2)^2 = 12x - 36 = 12(x - 3)$. El vértice es $(h, k) = (3, 2)$ y $4p = 12$ es positivo: abre hacia la derecha. Los signos de los paréntesis son contrarios a las coordenadas.

22 **A** El paréntesis resta el centro: $(x + 1)$ da $h = -1$ y $(y - 3)$ da $k = 3$. El denominador mayor, 49, está bajo y, así que $a^2 = 49$ y el eje mayor es vertical, sobre la recta $x = -1$.

23 **C** El centro es $(h, k) = (6, -4)$. El término positivo es el de x, así que el eje es horizontal y $a^2 = 16$, $a = 4$. Los vértices están a 4 unidades del centro en horizontal: (10, −4) y (2, −4). Si se usara $b = 3$ resultarían (9, −4) y (3, −4).

24 **B** Como e = c/a, c = (5/4)(8) = 10. En la hipérbola $c^2 = a^2 + b^2$, así que $b^2 = 100 - 64 = 36$ y b = 6. El 2 sale de restar c − a; $\sqrt{164}$ de sumar $a^2 + c^2$; y 36 es b^2, no b.

25 **B** $z \cdot \bar{z} = (3 - 4i)(3 + 4i) = 9 + 16 = 25$ (el producto de conjugados es $a^2 + b^2$, siempre real). Las potencias de i se repiten cada 4: 47 deja residuo 3, así que $i^{47} = i^3 = -i$. Resultado: 25 − i.

26 **D** Se racionaliza: $6/\sqrt{3} = 6\sqrt{3}/3 = 2\sqrt{3}$. Se simplifica $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$. Radicales semejantes: $2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$. Sumar radicandos como en $\sqrt{14}$ es un error, porque $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{(a + b)}$.

27 **A** Al dividir entre x se pierde la raíz x = 0. Lo correcto es pasar todo a un lado y factorizar: $5x^2 - 35x = 5x(x - 7) = 0$, de donde x = 0 o x = 7. Dividir entre una expresión que puede valer cero elimina soluciones.

28 **C** Cada incógnita es un cociente entre D: x = −8/4 = −2, y = 20/4 = 5 y z = 12/4 = 3. Entonces 2x + y − z = −4 + 5 − 3 = −2. Si se sustituyen los determinantes en vez de las incógnitas sale −8.

29 **B** Se completa el cuadrado: $f(x) = (x - 4)^2 - 16 + 3 = (x - 4)^2 - 13$. El cambio de dirección ocurre en la x del vértice, x = 4: antes baja y después sube, así que crece en [4, ∞). El mínimo es f(4) = −13; −16 olvida el +3.

30 **D** Con tres lados se empieza por la ley de los cosenos: $13^2 = 8^2 + 11^2 - 2(8)(11)\cos C$. Entonces $\cos C = (64 + 121 - 169)/176 = 16/176 = 1/11$. El resultado es positivo (el ángulo es agudo). 2/11 olvidaría el 2 del denominador.

31 **A** Con el ángulo de referencia: 150° está en el II cuadrante, referencia 30°, seno positivo: 1/2. 300° está en el IV, referencia 60°, coseno positivo: 1/2. 225° está en el III, referencia 45°, tangente positiva: 1. Resultado: (1/2)(1/2) − 1 = −3/4.

32 **C** La amplitud es |A| = |−6| = 6: el signo solo refleja la onda. El periodo es $2\pi/|B| = 2\pi/(\pi/2) = 4$ s. Usar B/2π daría 1/4, que es la fórmula invertida.

33 **B** Se factoriza el 3: $3x - \pi/2 = 3(x - \pi/6)$. El corrimiento es C/B = (π/2)/3 = π/6 y, como el factor es x − π/6, es hacia la derecha. El π/2 olvida dividir entre B.

34 **D** La ordenada al origen es −3, así que y = (2/5)x − 3. Se multiplica por 5: 5y = 2x − 15, es decir, 2x − 5y − 15 = 0. Con Ax + By + C = 0 se comprueba m = −A/B = −2/(−5) = 2/5 y b = −C/B = −(−15)/(−5) = −3.

35 **A** Se agrupa: $(x^2 - 6x) + 4(y^2 + 4y) = -9$. Completando: $(x - 3)^2 + 4(y + 2)^2 = -9 + 9 + 16 = 16$. Al dividir entre 16: $(x - 3)^2/16 + (y + 2)^2/4 = 1$. Al completar $4(y^2 + 4y)$ hay que sumar 4·4 = 16, no 4.

36 **C** 125^(2/3) = $(\sqrt[3]{125})^2 = 25$. 4^(−3/2) = $1/(\sqrt{4})^3 = 1/8$, porque el signo menos solo invierte. Entonces 25 ÷ (1/8) = 25 · 8 = 200. Ignorar el signo del exponente da 25/8; volver negativo el resultado da −200.