Matemáticas — UNAM Área III

36 reactivos en 3 bloques de 12. Cada uno trae sus 4 opciones: solo una es correcta.

- Tiempo sugerido: **54 minutos** (90 s por reactivo).
- Responde en la **hoja de respuestas** (penúltima página) rellenando el círculo; no escribas en el cuadernillo si quieres reutilizarlo.
- Si dudas, descarta primero las opciones imposibles y avanza: vuelve al final.
- Al terminar, califica con las **claves** y lee la explicación de cada fallo.

Nombre _____ Fecha _____

Hora de inicio _____ Aciertos: ____ de 36

1 ¿Cuánto vale $-5/6 + 1/4 - (-2/3)$?

A) $-5/4$
B) $-5/12$
C) $1/12$
D) $5/12$

2 Con la fila 1, 4, 6, 4, 1 del triángulo de Pascal, ¿cuál es el término central del desarrollo de $(2m + n)^4$?

A) $24m^2n^2$
B) $6m^2n^2$
C) $12m^2n^2$
D) $48m^2n^2$

3 El saldo de una caja comunitaria después de x semanas es 2 000 − 40x pesos. ¿Para qué valores de x el saldo sigue siendo mayor que $600?

A) $x > 35$
B) $x < 35$
C) $x \leq 35$
D) $x < 65$

4 ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = \sqrt{(30 - 2x)/(x - 5)}$?

A) $x \geq 15$ y $x \neq 5$
B) $x \leq 15$, sin más restricciones
C) $x < 15$ y $x \neq -5$
D) $x \leq 15$ y $x \neq 5$

5 Si $\cos B = 12/37$ y B es un ángulo agudo, ¿cuánto vale $\cot B$?

A) 12/35
B) 35/12
C) 35/37
D) 37/12

6 ¿Qué enunciado describe correctamente la gráfica de $y = (1/2)^x + 4$?

A) Crece y su asíntota horizontal es $y = 4$
B) Decrece y su asíntota horizontal es $y = 0$
C) Decrece y su asíntota horizontal es $y = 4$
D) Decrece y su asíntota vertical es $x = 4$

7 Una escuela registró 1 250 alumnos al iniciar un programa ($t = 0$) y 1 490 cuatro años después ($t = 4$). ¿Qué pendiente tiene la recta que une esos dos puntos (t, alumnos) y qué significa?

A) 240: la matrícula crece 240 alumnos por año
B) 60: la matrícula crece 60 alumnos por año
C) 1/60: la matrícula crece 1/60 de alumno por año
D) −60: la matrícula baja 60 alumnos por año

8 Una radio comunitaria tiene su antena en C(2, 3) y su señal llega hasta 10 km del centro (unidades en km sobre un plano). ¿Cuál de estas localidades queda justo en el límite de la cobertura?

A) (−4, 9)
B) (7, 12)
C) (−5, −3)
D) (8, 11)

9 El arco de un puente tiene la forma de la parábola $x^2 = -8y$, con vértice en el origen. ¿Hacia dónde abre y dónde está su foco?

A) Abre hacia abajo; foco en (0, −2)
B) Abre hacia abajo; foco en (0, −8)
C) Abre hacia arriba; foco en (0, 2)
D) Abre hacia la izquierda; foco en (−2, 0)

10 Los focos de una elipse están a 12 unidades uno del otro. Un punto P de la elipse está a 5 unidades de un foco y a 13 del otro. ¿Cuánto valen a y c?

A) $a = 18$ y $c = 12$
B) $a = 9$ y $c = 12$
C) $a = 9$ y $c = 6$
D) $a = 4$ y $c = 6$

11 Los focos de una hipérbola son (−10, 0) y (10, 0), y $2a = 12$. ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a la curva, es decir, cumple que la diferencia de sus distancias a los focos vale 12?

A) (4, 0)
B) (0, 8)
C) (12, 0)
D) (6, 0)

12 Sin graficar, ¿qué curva representa la ecuación $3x^2 + 3y^2 - 12x + 6y - 5 = 0$?

A) Una elipse

B) Una circunferencia

C) Una parábola

D) Una hipérbola

13 ¿Cuánto vale $6 \div (-3/4)$?

A) -8
B) $-9/2$
C) 8
D) -2

14 Al simplificar $(x^2 - 5x + 6)/(x^2 - 4)$, con $x \neq 2$ y $x \neq -2$, se obtiene

A) $(x + 3)/(x + 2)$
B) $(x - 3)/(x - 2)$
C) $(5x - 6)/4$
D) $(x - 3)/(x + 2)$

15 Tres hermanos juntan $480 para un regalo. Ana aporta $x, Beto aporta $40 más que Ana y Carla aporta el doble de lo que puso Ana. ¿Cuánto puso Ana?

A) $120
B) $130
C) $110
D) $100

16 Una librería comunitaria vendió 30 libros entre novelas de $80 y ensayos de $120, y recaudó $2 960. ¿Cuántas novelas vendió?

A) 14
B) 16
C) 18
D) 12

17 ¿Cuál de las siguientes ecuaciones NO define a y como función de x?

A) $y^2 = 3x + 1$
B) $2x - 3y + 6 = 0$
C) $xy = 6$
D) $x^2 - y = 4$

18 Una pista circular tiene radio de 50 m y un tramo de ella corresponde a un ángulo central de 72°. ¿Cuánto mide ese arco?

A) 40π m
B) 3 600 m
C) 20π m
D) 10π m

19 ¿Qué punto del círculo trigonométrico (radio 1) corresponde al ángulo $\theta = 5\pi/6$?

A) $(\sqrt{3}/2, 1/2)$
B) $(-1/2, \sqrt{3}/2)$
C) $(-\sqrt{3}/2, -1/2)$
D) $(-\sqrt{3}/2, 1/2)$

20 Una escuela está en P(3, −2) y una avenida recta tiene ecuación $5x + 12y - 10 = 0$ (unidades en km). ¿A qué distancia de la avenida está la escuela?

A) 19 km
B) 19/13 km
C) 29/13 km
D) 9/13 km

21 Un parque circular tiene como diámetro el segmento que une A(−2, 3) y B(6, −1). ¿Cuál es la ecuación de su circunferencia?

A) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 20$
B) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 80$
C) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 40$
D) $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 20$

22 Una parábola tiene su foco en F(3, 0) y su directriz es la recta $x = -3$. Al igualar la distancia de un punto P(x, y) al foco con su distancia a la directriz, ¿qué ecuación resulta?

A) $y^2 = 6x$
B) $y^2 = -12x$
C) $x^2 = 12y$
D) $y^2 = 12x$

23 ¿Cuánto valen a y b, y cuál es el eje focal de la elipse $49x^2 + 25y^2 = 1\,225$?

A) $a = 7$, $b = 5$ y eje focal horizontal
B) $a = 7$, $b = 5$ y eje focal vertical
C) $a = 5$, $b = 7$ y eje focal vertical
D) $a = 49$, $b = 25$ y eje focal vertical

24 ¿Cuáles son los focos de la hipérbola $y^2/20 - x^2/16 = 1$?

A) (6, 0) y (−6, 0)
B) (0, 2) y (0, −2)
C) (0, 6) y (0, −6)
D) (2, 0) y (−2, 0)

25 ¿Cuál es el resultado de $(2 - 3i)^2 + (1 + 2i)(1 - 2i)$?

A) $18 - 12i$
B) $-12i$
C) $-5 - 12i$
D) $-8 - 12i$

26 ¿Cuánto vale (27^(2/3) · 16^(−3/4)) ÷ 8^(−1/3)?

A) 9/8
B) 9/16
C) 144
D) 9/4

27 La utilidad de una cooperativa, en miles de pesos, se modela con $U = -2x^2 + 14x - 20$, donde x son las toneladas vendidas. ¿Para qué valores de x la utilidad es cero?

A) $x = 2$ y $x = 5$
B) $x = -2$ y $x = -5$
C) $x = 1$ y $x = 10$
D) $x = 2$ y $x = -5$

28 Un taller tiene tres grupos con a, b y c alumnos. Se sabe que $a + b + c = 90$, $a - b + 2c = 54$ y $2a + b - c = 78$. ¿Cuántos alumnos tiene el grupo c?

A) 36
B) 30
C) 24
D) 18

29 Un puesto vende cada artículo en $45 y tiene un costo de $1 500 fijos más $20 por artículo. Con $I(x) = 45x$ y $C(x) = 20x + 1\,500$, la utilidad es $U = I - C$. ¿Cuántos artículos debe vender para tener una utilidad de $2 250?

A) 90
B) 150
C) 30
D) 50

30 Dos lanchas salen del mismo muelle con rumbos que forman un ángulo de 120°. Una recorre 7 km y la otra 10 km. ¿A qué distancia en línea recta quedan entre sí?

A) √219 km
B) √79 km
C) √149 km
D) 17 km

31 La demanda estacional de un producto, en miles de unidades, se modela con $y = 4 - 3\cos x$. ¿Entre qué valores oscila la demanda?

A) Entre −3 y 3 mil unidades
B) Entre −7 y 1 mil unidades
C) Entre 1 y 7 mil unidades
D) Entre 1 y 4 mil unidades

32 ¿Cuáles son las ecuaciones de las asíntotas verticales de $y = \tan 3x$, con k entero?

A) $x = \pi/2 + k\pi$
B) $x = \pi/6 + k\pi$
C) $x = 3\pi/2 + 3k\pi$
D) $x = \pi/6 + k\pi/3$

33 Un triángulo tiene vértices A(0, 0), B(8, 0) y C(2, 6). ¿Cuál es la ecuación de la mediana trazada desde B?

A) $x + 3y - 8 = 0$
B) $3x + 7y - 24 = 0$
C) $x + 3y - 10 = 0$
D) $x + y - 8 = 0$

34 Una elipse horizontal con centro en el origen pasa por el vértice (13, 0) y tiene sus focos en (−5, 0) y (5, 0). ¿Cuál es su ecuación?

A) $x^2/144 + y^2/169 = 1$
B) $x^2/169 + y^2/194 = 1$
C) $x^2/13 + y^2/12 = 1$
D) $x^2/169 + y^2/144 = 1$

35 ¿Cuáles son las asíntotas de la hipérbola $25y^2 - 4x^2 = 100$?

A) $y = \pm(2/5)x$
B) $y = \pm(5/2)x$
C) $y = \pm(4/25)x$
D) $y = \pm(25/4)x$

36 Al trasladar los ejes al nuevo origen $O'(-2, 5)$, con $x' = x + 2$ y $y' = y - 5$, la circunferencia $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 13 = 0$ se expresa en las nuevas coordenadas. ¿Cuál es su ecuación?

A) $x'^2 + y'^2 = 13$

B) $x'^2 + y'^2 = 4$

C) $x'^2 + y'^2 = 16$

D) $x'^2 + y'^2 = 42$

Hoja de respuestas

Rellena un círculo por reactivo. Matemáticas — UNAM Área III.

1	A	B	C	D	2	A	B	C	D	3	A	B	C	D
4	A	B	C	D	5	A	B	C	D	6	A	B	C	D
7	A	B	C	D	8	A	B	C	D	9	A	B	C	D
10	A	B	C	D	11	A	B	C	D	12	A	B	C	D
13	A	B	C	D	14	A	B	C	D	15	A	B	C	D
16	A	B	C	D	17	A	B	C	D	18	A	B	C	D
19	A	B	C	D	20	A	B	C	D	21	A	B	C	D
22	A	B	C	D	23	A	B	C	D	24	A	B	C	D
25	A	B	C	D	26	A	B	C	D	27	A	B	C	D
28	A	B	C	D	29	A	B	C	D	30	A	B	C	D
31	A	B	C	D	32	A	B	C	D	33	A	B	C	D
34	A	B	C	D	35	A	B	C	D	36	A	B	C	D

Claves y explicaciones

1 **C** Con denominador común 12: $-10/12 + 3/12 - (-8/12)$. Restar $-8/12$ equivale a sumar $8/12$, así que $(-10 + 3 + 8)/12 = 1/12$. Si se resta $8/12$ sin cambiar el signo sale $-15/12 = -5/4$.

2 **A** El término central lleva las potencias a^2b^2 con $a = 2m$ y $b = n$, y coeficiente 6 de la fila de Pascal: $6(2m)^2n^2 = 6 \cdot 4m^2 \cdot n^2 = 24m^2n^2$. Olvidar elevar el 2 al cuadrado da $12m^2n^2$ o $6m^2n^2$.

3 **B** Se plantea $2\,000 - 40x > 600$, es decir, $-40x > -1\,400$. Al dividir entre -40 el signo de la desigualdad se invierte: $x < 35$. Con $x = 35$ el saldo es exactamente \$600, que no es mayor.

4 **D** Hay dos condiciones. La raíz exige $30 - 2x \geq 0$, es decir, $x \leq 15$. El denominador no puede ser cero: $x \neq 5$. Como 5 está dentro de $x \leq 15$, hay que excluirlo.

5 **A** Con adyacente 12 e hipotenusa 37, el cateto opuesto es $\sqrt{(37^2 - 12^2)} = \sqrt{1\,225} = 35$. La cotangente es adyacente/opuesto = 12/35. Las otras opciones son tan B (35/12), sen B (35/37) y sec B (37/12).

6 **C** La base 1/2 es menor que 1, así que la exponencial baja. La asíntota de a^x es horizontal, en $y = 0$; al sumar 4 la gráfica sube y la asíntota sube igual: $y = 4$. Las exponenciales no tienen asíntotas verticales.

7 **B** $m = \Delta y \div \Delta x = (1\,490 - 1\,250) \div (4 - 0) = 240 \div 4 = 60$. Es positiva, así que la matrícula sube 60 alumnos por cada año. El 240 es el cambio total, no la razón por año.

8 **D** Se calcula la distancia al centro. (8, 11): $\sqrt{(36 + 64)} = 10$, está sobre la curva. (−4, 9): $\sqrt{(36 + 36)} \approx 8.5$, dentro. (7, 12): $\sqrt{(25 + 81)} \approx 10.3$, fuera. (−5, −3): $\sqrt{(49 + 36)} \approx 9.2$, dentro.

9 **A** La ecuación $x^2 = 4py$ tiene el eje focal en y. Aquí $4p = -8$, así que $p = -2$: el signo negativo indica que abre hacia abajo y el foco queda en $(0, p) = (0, -2)$. El coeficiente es 4p, no p.

10 **C** En la elipse la suma de distancias a los focos es 2a: $5 + 13 = 18$, así que $a = 9$. La distancia entre focos es $2c = 12$, de modo que $c = 6$ (y se cumple $2a > 2c$). Los valores 18 y 12 son 2a y 2c; el 4 saldría de restar, como en la hipérbola.

11 **D** (6, 0) está a 4 de (10, 0) y a 16 de (−10, 0): $|4 - 16| = 12$. (4, 0): 6 y 14, diferencia 8. (0, 8): equidista de ambos focos, diferencia 0. (12, 0): 2 y 22, diferencia 20.

12 **B** No hay término xy y los coeficientes de x^2 y y^2 son iguales y del mismo signo ($A = C = 3$). Con $B = 0$ y $A = C$, la curva es una circunferencia. Si fueran distintos pero del mismo signo sería elipse; opuestos, hipérbola; y uno en cero, parábola.

13 **A** Dividir entre una fracción es multiplicar por su inversa: $6 \cdot (-4/3) = -24/3 = -8$. El resultado es negativo porque se dividen signos distintos. $-9/2$ sale de multiplicar por $-3/4$ sin invertir.

14 **D** Se factoriza: $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$ y $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$. Se tacha el factor $(x - 2)$ y queda $(x - 3)/(x + 2)$. Tachar x^2 o términos sueltos lleva a resultados incorrectos.

15 **C** La suma es $x + (x + 40) + 2x = 480$, es decir, $4x + 40 = 480$ y $4x = 440$, así que $x = 110$. Comprobación: Ana 110, Beto 150 y Carla 220 suman 480.

16 **B** Con n novelas y e ensayos: $n + e = 30$ y $80n + 120e = 2\,960$. Sustituyendo $e = 30 - n$: $80n + 3\,600 - 120n = 2\,960$, de donde $-40n = -640$ y $n = 16$. Los ensayos fueron 14; esa es otra incógnita, no lo que se pregunta.

17 **A** Al despejar y en $y^2 = 3x + 1$ se obtiene $y = \pm\sqrt{(3x + 1)}$: para casi cada x hay dos valores de y, así que falla la prueba vertical. En las otras, y queda única: $y = (2x + 6)/3$, $y = 6/x$ y $y = x^2 - 4$.

18 **C** Primero se pasa a radianes: $72° \cdot \pi/180 = 2\pi/5$. Después $s = \theta r = (2\pi/5)(50) = 20\pi$ m, cerca de 62.8 m. Usar 72 como si fueran radianes da 3 600; usar el diámetro en lugar del radio duplica el resultado.

19 **D** $5\pi/6$ equivale a 150°, en el segundo cuadrante: el coseno (coordenada x) es negativo y el seno (coordenada y) es positivo. El ángulo de referencia es 30°, con cos = $\sqrt{3}/2$ y sen = 1/2. El punto es $(-\sqrt{3}/2, 1/2)$.

20 **B** $d = |Ax_0 + By_0 + C| / \sqrt{(A^2 + B^2)} = |15 - 24 - 10| / \sqrt{(25 + 144)} = |-19| / 13 = 19/13 \approx 1.46$ km. Olvidar la raíz del denominador da 19; perder el signo de −24 da 29/13.

21 **A** El centro es el punto medio de AB: (2, 1). El cuadrado de la longitud del diámetro es $AB^2 = 8^2 + (-4)^2 = 80$, y como $r = AB/2$, $r^2 = 80/4 = 20$. Ecuación: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 20$. El 80 olvida partir el diámetro a la mitad.

22 **D** $\sqrt{((x - 3)^2 + y^2)} = |x + 3|$. Al elevar al cuadrado: $x^2 - 6x + 9 + y^2 = x^2 + 6x + 9$, de donde $y^2 = 12x$. Abre hacia la derecha, del lado del foco, y por eso el coeficiente es positivo.

23 **B** Al dividir entre 1 225: $x^2/25 + y^2/49 = 1$. El denominador mayor, 49, queda bajo y, así que $a^2 = 49$ ($a = 7$), $b^2 = 25$ ($b = 5$) y el eje focal es el vertical. Los números 49 y 25 son a^2 y b^2, no a y b.

24 **C** El término positivo es y^2, así que el eje focal es vertical, con $a^2 = 20$ y $b^2 = 16$. En la hipérbola $c^2 = a^2 + b^2 = 36$, de modo que $c = 6$ y los focos están en $(0, \pm 6)$. Restar ($c^2 = 20 - 16$) es la regla de la elipse.

25 **B** $(2 - 3i)^2 = 4 - 12i + 9i^2 = -5 - 12i$, porque $i^2 = -1$. El producto de conjugados es $(1 + 2i)(1 - 2i) = 1 + 4 = 5$. Suma: $-5 - 12i + 5 = -12i$.

26 **D** $27^{(2/3)} = (\sqrt[3]{27})^2 = 9$; $16^{(-3/4)} = 1/(\sqrt[4]{16})^3 = 1/8$; $8^{(-1/3)} = 1/\sqrt[3]{8} = 1/2$. Entonces $(9 \cdot 1/8) \div (1/2) = (9/8) \cdot 2 = 9/4$. Cada signo menos solo invierte; no vuelve negativos los números.

27 **A** Se divide entre -2: $x^2 - 7x + 10 = 0$. Se factoriza buscando dos números que multipliquen 10 y sumen -7: $(x - 2)(x - 5) = 0$, así que $x = 2$ o $x = 5$. Comprobación: $-2(4) + 28 - 20 = 0$ y $-2(25) + 70 - 20 = 0$.

28 **C** Se elimina c dos veces. Primera + tercera: $3a + 2b = 168$. Segunda menos el doble de la primera: $-a - 3b = -126$, es decir, $a + 3b = 126$. De ahí $a = 126 - 3b$, y $3(126 - 3b) + 2b = 168$ da $b = 30$ y $a = 36$. Entonces $c = 90 - 36 - 30 = 24$.

29 **B** $(I - C)(x) = 45x - (20x + 1\,500) = 25x - 1\,500$. Se iguala a 2 250: $25x = 3\,750$, así que $x = 150$. Olvidar el costo fijo da 90; sumarlo en lugar de restarlo da 30; usar solo el ingreso da 50.

30 **A** Se conocen dos lados y el ángulo entre ellos: ley de los cosenos. $c^2 = 7^2 + 10^2 - 2(7)(10)\cos 120° = 149 - 140(-1/2) = 149 + 70 = 219$, así que $c = \sqrt{219} \approx 14.8$ km. $\sqrt{79}$ sale de usar $\cos 120° = +1/2$; $\sqrt{149}$ olvida el término $2ab \cos C$; 17 suma los lados.

31 **C** El coseno va de -1 a 1. Con amplitud $|A| = 3$ y centro $D = 4$, el rango es $[D - |A|, D + |A|] = [1, 7]$. Comprobación: con $\cos x = 1$ da $4 - 3 = 1$ y con $\cos x = -1$ da $4 + 3 = 7$.

32 **D** La tangente tiene asíntotas donde el coseno de su argumento vale 0. Se iguala $3x = \pi/2 + k\pi$ y se divide todo entre 3: $x = \pi/6 + k\pi/3$. Con $B = 3$ hay tres veces más asíntotas que en $\tan x$.

33 **B** La mediana va del vértice al punto medio del lado opuesto. El punto medio de AC es (1, 3). La pendiente de la recta que une B(8, 0) con (1, 3) es $3/(-7) = -3/7$, así que $y = -(3/7)(x - 8)$, es decir, $3x + 7y - 24 = 0$. $x + 3y - 8 = 0$ es la altura desde B; $x + 3y - 10 = 0$, la mediatriz de AC; $x + y - 8 = 0$ es el lado BC.

34 **D** El vértice da $a = 13$ y los focos $c = 5$. En la elipse $b^2 = a^2 - c^2 = 169 - 25 = 144$, así que $b = 12$. Como el eje focal es el x, a^2 va bajo x^2: $x^2/169 + y^2/144 = 1$. Sumar (194) en lugar de restar, o escribir a y b sin elevar al cuadrado, son errores comunes.

35 **A** Al dividir entre 100: $y^2/4 - x^2/25 = 1$. El término positivo es y^2, así que el eje es vertical, con $a^2 = 4$ y $b^2 = 25$. En la hipérbola vertical la pendiente de las asíntotas es $\pm a/b = \pm 2/5$.

36 **C** Se completan cuadrados: $(x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 10y + 25) = -13 + 4 + 25 = 16$, es decir, $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 16$. Con $x' = x + 2$ y $y' = y - 5$ queda $x'^2 + y'^2 = 16$: el centro es el nuevo origen y $r = 4$.