Matemáticas — UNAM Área I

36 reactivos en 3 bloques de 12. Cada uno trae sus 4 opciones: solo una es correcta.

- Tiempo sugerido: **54 minutos** (90 s por reactivo).
- Responde en la **hoja de respuestas** (penúltima página) rellenando el círculo; no escribas en el cuadernillo si quieres reutilizarlo.
- Si dudas, descarta primero las opciones imposibles y avanza: vuelve al final.
- Al terminar, califica con las **claves** y lee la explicación de cada fallo.

Nombre _____ Fecha _____

Hora de inicio _____ Aciertos: ____ de 36

1 Para evaluar una potencia con exponente fraccionario negativo, se toma la raíz que indica el denominador, se eleva según el numerador y el signo menos invierte el resultado. Con ese procedimiento, ¿cuánto vale 625^(−3/4)?

A) 125
B) 1/125
C) −125
D) −1/125

2 Al desarrollar $(x + 3)^4$ con ayuda de la fila 1, 4, 6, 4, 1 del triángulo de Pascal, ¿cuál es el coeficiente del término que contiene x^2?

A) 54
B) 6
C) 18
D) 36

3 Una ecuación puede tener un valor que la cumpla, ninguno o todos. ¿Cuál de las siguientes igualdades NO tiene solución?

A) $2(x + 3) = 2x + 6$
B) $3x − 4 = 5x − 4$
C) $4x + 1 = 4x + 7$
D) $x + 5 = 2x + 1$

4 El conjunto solución de la desigualdad $9 − 2x > 21$ es

A) $(−\infty, −6)$
B) $(−6, \infty)$
C) $(−\infty, 6)$
D) $(6, \infty)$

5 En una cafetería, 2 jugos y 3 sándwiches cuestan $94, mientras que 1 jugo y 2 sándwiches cuestan $58. ¿Cuánto cuesta un sándwich?

A) $14
B) $18
C) $29
D) $22

6 ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = \sqrt{(x + 2)} / (x − 6)$?

A) $x \geq −2$
B) $x \geq −2$ y $x \neq 6$
C) $x \geq 2$ y $x \neq −6$
D) $x > −2$ y $x \neq −6$

7 Para pasar de grados a radianes se multiplica por π/180. ¿A cuántos radianes equivale un ángulo de 225°?

A) 4π/5
B) 3π/2
C) 5π/4
D) 5π/3

8 ¿Cuál es el rango de la función $f(x) = 3^x − 4$?

A) $[−4, \infty)$
B) $(0, \infty)$
C) $(−\infty, −4)$
D) $(−4, \infty)$

9 Un dron registra las posiciones P(−2, 7) y Q(4, −1) sobre un plano cuadriculado. ¿Qué distancia hay entre ellas?

A) 10
B) 14
C) $6\sqrt{2}$
D) 100

10 El plano de una tapa circular, con centro en el origen del sistema de coordenadas, la describe en forma general como $x^2 + y^2 − 72 = 0$. ¿Cuánto mide su radio?

A) 72
B) $6\sqrt{2}$
C) 36
D) $3\sqrt{2}$

11 Una antena parabólica tiene la forma $y^2 = 20x$, con vértice en el origen. ¿Dónde está su foco y cuál es su directriz?

A) F(20, 0) y $x = −20$
B) F(0, 5) y $y = −5$
C) F(5, 0) y $x = 5$
D) F(5, 0) y $x = −5$

12 Si $f(x) = 4x^5 − 6x^2 + 9x − 7$, ¿cuál es su derivada $f'(x)$?

A) $20x^4 − 12x + 2$
B) $5x^4 − 2x + 9$
C) $20x^4 − 12x + 9$
D) $20x^5 − 12x^2 + 9$

13 Al simplificar $\sqrt{75} - \sqrt{12} + \sqrt{27}$, sacando de cada raíz su factor cuadrado perfecto y sumando los radicales semejantes, se obtiene

A) $\sqrt{90}$
B) 6
C) $6\sqrt{3}$
D) $10\sqrt{3}$

14 Un taxi cobra $15 de banderazo más $6 por cada kilómetro recorrido. Si un viaje costó $87, ¿cuántos kilómetros se recorrieron?

A) 14.5
B) 17
C) 72
D) 12

15 Se suman las ecuaciones $3x + 2y = 7$ y $5x - 2y = 9$ para eliminar y, y después se sustituye el valor de x en alguna de ellas. ¿Cuánto vale y?

A) 1/2
B) 2
C) −1/2
D) 13/2

16 ¿Cuál es el rango de la función $f(x) = x^2 + 4x + 7$?

A) $[7, \infty)$
B) $[3, \infty)$
C) $[-2, \infty)$
D) $(-\infty, 3]$

17 Desde un punto del suelo situado a 20 m de la base de una torre, el ángulo de elevación a su punta es de 60°. ¿Qué altura tiene la torre? ($\tan 60° = \sqrt{3} \approx 1.73$)

A) 11.5 m
B) 17.3 m
C) 40 m
D) 34.6 m

18 Un topógrafo dibuja en su plano un muro recto que une dos esquinas ubicadas en (−4, 3) y (−4, 9). Al aplicar la fórmula $\Delta y \div \Delta x$ a esas esquinas, ¿qué resultado obtiene para el muro?

A) No existe pendiente
B) Pendiente 0
C) Pendiente 6
D) Pendiente 3/2

19 Una circunferencia tiene su centro en C(2, −1) y el punto T(5, 3) está sobre ella. ¿Qué pendiente tiene la recta tangente a la circunferencia en T?

A) 3/4
B) −3/4
C) −4/3
D) 4/3

20 Una elipse con centro en el origen tiene semieje mayor $a = 10$ y semieje menor $b = 6$. ¿Qué distancia hay entre sus dos focos?

A) 8
B) 4
C) 16
D) $\sqrt{136}$

21 La ecuación $x^2 + 5xy + 2y^2 - 7x + 3 = 0$ representa una

A) Elipse
B) Parábola
C) Circunferencia
D) Hipérbola

22 ¿Cuál es el límite de $(\sqrt{(x + 5)} - 3)/(x - 4)$ cuando x tiende a 4?

A) 1/3
B) 0
C) 1/6
D) 1/9

23 La recta normal a la curva $y = x^2 - 4x + 5$ en el punto de abscisa $x = 3$ tiene por ecuación

A) $x + 2y - 7 = 0$
B) $2x - y - 4 = 0$
C) $2x + y - 8 = 0$
D) $x - 2y + 1 = 0$

24 ¿Cuál es el resultado de $\int (6x^2 + 4x - 7)\, dx$?

A) $2x^3 + 4x^2 - 7x + C$
B) $2x^3 + 2x^2 - 7x + C$
C) $12x + 4 + C$
D) $2x^3 + 2x^2 - 7 + C$

25 Al dividir los complejos $(7 + i)/(1 - i)$, multiplicando arriba y abajo por el conjugado del denominador, se obtiene

A) $3 + 4i$
B) $4 - 3i$
C) $6 + 8i$
D) $4 + 4i$

26 Si $x - 2$ es factor del polinomio $P(x) = x^3 - 2x^2 - kx + 8$, ¿qué residuo deja $P(x)$ al dividirse entre $x + 1$?

A) 3
B) 1
C) 9
D) 5

27 Sean x_1 y x_2 las raíces de la ecuación $2x^2 - 10x + 7 = 0$. Sin resolverla, ¿cuánto vale $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2$?

A) 3/2
B) 17/2
C) −3/2
D) −17/2

28 Sean $f(x) = 3x - 2$ y $g(x) = x^2$. ¿Cuánto vale $(g \circ f)(-2) - (f \circ g)(-2)$?

A) −54
B) 74
C) 64
D) 54

29 El valor de $\text{sen } 120° \cdot \cos 240° + \text{sen } 300°$ es

A) $-3\sqrt{3}/4$
B) $-\sqrt{3}/4$
C) $\sqrt{3}/4$
D) $3\sqrt{3}/4$

30 En un modelo de vibración, el desplazamiento de una pieza sigue la función $y = -2\cos(3\pi x)$, con x en segundos. ¿Cuántos ciclos completos ocurren entre $x = 0$ y $x = 4$?

A) 12
B) 3
C) 6
D) 2

31 ¿A qué distancia está el punto $P(4, -1)$ de la recta $y = 3x/4 + 2$?

A) 8/5
B) 24/25
C) 24/7
D) 24/5

32 ¿Cuáles son las coordenadas del foco de la parábola $x^2 + 6x - 8y + 17 = 0$?

A) (3, 3)
B) (−3, 3)
C) (−3, −1)
D) (−3, 5)

33 Los vértices de la hipérbola $9x^2 - 4y^2 + 54x + 16y + 29 = 0$ son

A) (−5, 2) y (−1, 2)
B) (−6, 2) y (0, 2)
C) (−3, 0) y (−3, 4)
D) (−3, −1) y (−3, 5)

34 Para que la función $f(x) = ax + 3$ si $x < 2$, y $f(x) = x^2 - a$ si $x \geq 2$, sea continua en $x = 2$, el valor de a debe ser

A) 1
B) 7/3
C) 1/3
D) −7

35 El máximo relativo de la función $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$ es el punto

A) (2, 1)
B) (1, 2)
C) (1, −6)
D) (2, 6)

36 El valor de la integral definida $\int$ de −1 a 2 de $(3x^2 - 2x)\,dx$ es

A) −6
B) 4
C) 2
D) 6

Hoja de respuestas

Rellena un círculo por reactivo. Matemáticas — UNAM Área I.

1	A	B	C	D	2	A	B	C	D	3	A	B	C	D
4	A	B	C	D	5	A	B	C	D	6	A	B	C	D
7	A	B	C	D	8	A	B	C	D	9	A	B	C	D
10	A	B	C	D	11	A	B	C	D	12	A	B	C	D
13	A	B	C	D	14	A	B	C	D	15	A	B	C	D
16	A	B	C	D	17	A	B	C	D	18	A	B	C	D
19	A	B	C	D	20	A	B	C	D	21	A	B	C	D
22	A	B	C	D	23	A	B	C	D	24	A	B	C	D
25	A	B	C	D	26	A	B	C	D	27	A	B	C	D
28	A	B	C	D	29	A	B	C	D	30	A	B	C	D
31	A	B	C	D	32	A	B	C	D	33	A	B	C	D
34	A	B	C	D	35	A	B	C	D	36	A	B	C	D

Claves y explicaciones

1 **B** El denominador 4 pide raíz cuarta: $\sqrt[4]{625} = 5$. El numerador 3 pide elevar al cubo: $5^3 = 125$. El signo menos del exponente invierte la cantidad, no la vuelve negativa: 625^(−3/4) = 1/125. Quien ignora el signo del exponente obtiene 125.

2 **A** El término en x^2 toma el coeficiente 6 de la fila y la parte $b^2 = 3^2 = 9$, porque los exponentes de x bajan y los de 3 suben. Coeficiente: $6 \cdot 9 = 54$. El desarrollo completo es $x^4 + 12x^3 + 54x^2 + 108x + 81$. Dejar el 6 sin multiplicar por 9 es el error más frecuente.

3 **C** En $4x + 1 = 4x + 7$ se resta 4x en ambos lados y queda $1 = 7$, que es falso para cualquier x: no tiene solución. La primera es una identidad (se cumple siempre: $2x + 6 = 2x + 6$), la segunda da $x = 0$ y la cuarta da $x = 4$.

4 **A** Se resta 9 en ambos lados: $-2x > 12$. Al dividir entre −2 el signo de la desigualdad se invierte: $x < -6$, es decir, el intervalo $(-\infty, -6)$ abierto. Comprobación: con $x = -7$ queda $9 + 14 = 23$, que es mayor que 21.

5 **D** Con j = jugo y s = sándwich: $2j + 3s = 94$ y $j + 2s = 58$. De la segunda, $j = 58 - 2s$; al sustituir, $116 - 4s + 3s = 94$, de donde $s = 22$ y $j = 14$. Comprobación: $2(14) + 3(22) = 94$. Responder \$14 es dar el precio del jugo, que no es lo que se pide.

6 **B** La raíz exige $x + 2 \geq 0$, es decir, $x \geq -2$. El denominador exige $x - 6 \neq 0$, es decir, $x \neq 6$. El dominio cumple ambas condiciones: $x \geq -2$ y $x \neq 6$. Dejar solo la condición de la raíz olvida que dividir entre cero no está definido.

7 **C** $225° \cdot \pi/180 = 225\pi/180 = 5\pi/4$ al simplificar entre 45. Si se multiplica por $180/\pi$ en lugar de $\pi/180$, se obtiene el inverso equivocado. Comprobación: $5\pi/4$ es $\pi + \pi/4$, o sea $180° + 45° = 225°$.

8 **D** La exponencial 3^x siempre es positiva: toma todos los valores mayores que 0, pero nunca llega a 0. Al restar 4, la salida supera a −4 sin alcanzarlo. El rango es $(-4, \infty)$, con paréntesis en −4. La recta $y = -4$ es la asíntota horizontal.

9 **A** Las diferencias son $4 - (-2) = 6$ en x y $-1 - 7 = -8$ en y. La distancia es $\sqrt{(6^2 + 8^2)} = \sqrt{(36 + 64)} = \sqrt{100} = 10$. Sumar las diferencias ($6 + 8 = 14$) o restar mal el 7 con el −1 lleva a resultados falsos.

10 **B** Se pasa 72 al lado derecho: $x^2 + y^2 = 72$, que tiene la forma $x^2 + y^2 = r^2$. Entonces $r^2 = 72$ y $r = \sqrt{72} = \sqrt{(36 \cdot 2)} = 6\sqrt{2}$. Responder 72 confunde r^2 con r, y 36 sale de dividir entre 2 antes de sacar la raíz.

11 **D** La forma $y^2 = 4px$ indica abertura hacia el eje x. Aquí $4p = 20$, así que $p = 5$. El foco es $(p, 0) = (5, 0)$ y la directriz es $x = -p = -5$, del lado contrario al foco. Tomar 20 como p es confundir el coeficiente 4p con p.

12 **C** Se deriva término a término con $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$: $(4x^5)' = 20x^4$, $(-6x^2)' = -12x$, $(9x)' = 9$ y la constante −7 se anula. Resultado: $20x^4 - 12x + 9$. Restar el 7 a la derivada o no bajar el exponente son errores típicos.

13 **C** $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$, $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ y $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$. Entonces $5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = (5 - 2 + 3)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$. Juntar los tres radicandos en una sola raíz ($\sqrt{(75 - 12 + 27)} = \sqrt{90}$) no es válido: $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ no es $\sqrt{(a \pm b)}$.

14 **D** Con k = kilómetros, el costo es $15 + 6k = 87$. Se resta 15: $6k = 72$, y se divide entre 6: $k = 12$. Comprobación: $15 + 6(12) = 87$. Dividir 87 entre 6 olvida el banderazo, y 72 es el costo de los kilómetros, no los kilómetros.

15 **A** Al sumar, $8x = 16$, así que $x = 2$. Se sustituye en la primera: $3(2) + 2y = 7$, entonces $2y = 1$ y $y = 1/2$. En la segunda: $10 - 2y = 9$ también da $y = 1/2$. El valor 2 es x, que no es lo que se pide.

16 **B** Se completa el cuadrado: $x^2 + 4x + 7 = (x + 2)^2 + 3$. Como $(x + 2)^2 \geq 0$, el mínimo es 3 y se alcanza en $x = -2$. La parábola abre hacia arriba, así que el rango es $[3, \infty)$. El 7 es la ordenada al origen y el −2 es la x del vértice; ninguno es el mínimo.

17 **D** La altura es el cateto opuesto y los 20 m son el cateto adyacente, así que se usa la tangente: $h = 20 \cdot \tan 60° = 20\sqrt{3} \approx 34.6$ m. Dividir entre $\tan 60°$ da 11.5; usar el seno da 17.3 y usar el coseno de 60° da la hipotenusa 40 m.

18 **A** La pendiente es $\Delta y \div \Delta x = (9 - 3) \div (-4 - (-4)) = 6 \div 0$, y dividir entre cero no está definido: la recta es vertical y no tiene pendiente. Responder 0 confunde la recta vertical con la horizontal, que sí tiene pendiente 0 ($\Delta y = 0$), y 6 es solo el cambio en y.

19 **B** La tangente es perpendicular al radio CT. La pendiente del radio es $(3 - (-1)) \div (5 - 2) = 4/3$. La tangente tiene la pendiente perpendicular: se invierte y se cambia el signo, $-3/4$ (comprobación: $(4/3)(-3/4) = -1$). Usar 4/3 es dar la pendiente del radio, y $-4/3$ solo cambia el signo sin invertir.

20 **C** En la elipse $c^2 = a^2 - b^2 = 100 - 36 = 64$, por lo que $c = 8$ es la distancia del centro a cada foco. Los dos focos están a $2c = 16$ uno del otro. Quien responde 8 da solo la distancia al centro, y $\sqrt{136}$ sale de sumar los cuadrados en lugar de restarlos.

21 **D** Con $A = 1$, $B = 5$ y $C = 2$, el discriminante es $B^2 - 4AC = 25 - 8 = 17$. Como es positivo, la cónica es una hipérbola. Negativo daría elipse (o circunferencia si $A = C$ y $B = 0$) y cero, parábola.

22 **C** Al sustituir sale 0/0. Se multiplica arriba y abajo por el conjugado $\sqrt{(x+5)}+3$: el numerador queda $(x+5)-9 = x-4$, que se cancela con el denominador. Queda $1/(\sqrt{(x+5)}+3)$, que en $x=4$ vale $1/(3+3) = 1/6$.

23 **A** El punto es $(3, f(3)) = (3, 2)$. La pendiente de la tangente es $f'(3) = 2(3) - 4 = 2$, así que la normal tiene pendiente $-1/2$ (recíproco y signo opuesto). Normal: $y - 2 = -1/2\,(x - 3)$, es decir, $x + 2y - 7 = 0$. La opción $2x - y - 4 = 0$ es la tangente, y las otras dos usan una pendiente mal invertida.

24 **B** Se integra término a término con $x^n \to x^{n+1}/(n+1)$: $6x^2$ da $2x^3$, $4x$ da $2x^2$ y la constante -7 da $-7x$. Se agrega $+C$. Resultado: $2x^3 + 2x^2 - 7x + C$. Al derivarlo se recupera $6x^2 + 4x - 7$. Olvidar dividir entre 2 o escribir $12x + 4$ (que es derivar) son errores comunes.

25 **A** Conjugado de $1 - i$: $1 + i$. Numerador: $(7 + i)(1 + i) = 7 + 7i + i + i^2 = 6 + 8i$, usando $i^2 = -1$. Denominador: $(1 - i)(1 + i) = 1 + 1 = 2$. Resultado: $(6 + 8i)/2 = 3 + 4i$. Dejar el denominador sin dividir da $6 + 8i$, y tomar $i^2 = 1$ da $4 + 4i$.

26 **C** Como $x - 2$ es factor, $P(2) = 0$: $8 - 8 - 2k + 8 = 0$, de donde $k = 4$. Entonces $P(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 8$ y el residuo entre $x + 1$ es $P(-1) = -1 - 2 + 4 + 8 = 9$. Evaluar en $x = 1$ da 3; con $k = -4$ saldría 1, y omitir el término de k da 5.

27 **B** La suma de las raíces es $-b/a = -(-10)/2 = 5$ y el producto es $c/a = 7/2$. Entonces $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 5 + 7/2 = 17/2$. Los demás valores salen de cambiar el signo de la suma, del producto o de ambos.

28 **D** $(g \circ f)(-2) = g(f(-2)) = g(-8) = 64$. $(f \circ g)(-2) = f(g(-2)) = f(4) = 3(4) - 2 = 10$. La diferencia es $64 - 10 = 54$. El orden de la composición importa: invertirlo da -54, y sumar en vez de restar da 74.

29 **A** 120° está en el cuadrante II (ángulo de referencia 60°): sen 120° = $+\sqrt{3}/2$. 240° está en el III (referencia 60°): cos 240° = $-1/2$. 300° está en el IV (referencia 60°): sen 300° = $-\sqrt{3}/2$. Entonces $(\sqrt{3}/2)(-1/2) + (-\sqrt{3}/2) = -\sqrt{3}/4 - 2\sqrt{3}/4 = -3\sqrt{3}/4$. Un solo signo mal puesto da cualquiera de las otras opciones.

30 **C** Para $y = A\cos(Bx)$, el periodo es $2\pi/|B| = 2\pi/(3\pi) = 2/3$ s; la amplitud $|-2| = 2$ no cambia la duración del ciclo. En 4 s caben $4 \div (2/3) = 6$ ciclos. Si se toma el periodo como 1/3 salen 12, y si se toma 4/3, salen 3.

31 **D** Se pasa a forma general: multiplicando por 4, $4y = 3x + 8$, o sea $3x - 4y + 8 = 0$. Con $A = 3$, $B = -4$, $C = 8$: $d = |3(4) - 4(-1) + 8| / \sqrt{(3^2 + 4^2)} = |12 + 4 + 8| / 5 = 24/5$. Si se maneja mal el signo de $-4y$ se obtiene 8/5; si no se saca la raíz, 24/25.

32 **B** Se completa el cuadrado: $x^2 + 6x = 8y - 17$, luego $(x + 3)^2 = 8y - 17 + 9 = 8(y - 1)$. El vértice es $(-3, 1)$ (el paréntesis cambia el signo) y $4p = 8$, así que $p = 2$. Como x está al cuadrado y $4p$ es positivo, abre hacia arriba: foco $(-3, 1 + 2) = (-3, 3)$.

33 **A** Se agrupa: $9(x^2 + 6x) - 4(y^2 - 4y) = -29$. Se completa: $9(x + 3)^2 - 4(y - 2)^2 = -29 + 81 - 16 = 36$. Al dividir entre 36: $(x + 3)^2/4 - (y - 2)^2/9 = 1$. El centro es $(-3, 2)$; el término positivo es x, así que el eje focal es horizontal y $a^2 = 4$, $a = 2$. Vértices: $(-3 \pm 2, 2)$, o sea $(-5, 2)$ y $(-1, 2)$.

34 **C** Por la izquierda, el límite es $2a + 3$; por la derecha, $f(2) = 2^2 - a = 4 - a$. Para que sea continua deben coincidir: $2a + 3 = 4 - a$, entonces $3a = 1$ y $a = 1/3$. Comprobación: ambos lados valen 11/3.

35 **B** $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x - 1)(x - 2) = 0$ da $x = 1$ y $x = 2$. La segunda derivada es $f'' = 12x - 18$: $f''(1) = -6 < 0$ (máximo) y $f''(2) = 6 > 0$ (mínimo). El máximo vale $f(1) = 2 - 9 + 12 - 3 = 2$, es decir, el punto $(1, 2)$. El punto $(2, 1)$ es el mínimo.

36 **D** Una antiderivada es $F(x) = x^3 - x^2$. Se evalúa $F(2) - F(-1) = (8 - 4) - (-1 - 1) = 4 - (-2) = 6$. Invertir el orden de la resta da -6; evaluar mal $F(-1)$ como 0 da 4, y 2 sale de sumar $4 + (-2)$.