Matemáticas — IPN CSyA

36 reactivos en 3 bloques de 12. Cada uno trae sus 4 opciones: solo una es correcta.

- Tiempo sugerido: **46 minutos** (77 s por reactivo).
- Responde en la **hoja de respuestas** (penúltima página) rellenando el círculo; no escribas en el cuadernillo si quieres reutilizarlo.
- Si dudas, descarta primero las opciones imposibles y avanza: vuelve al final.
- Al terminar, califica con las **claves** y lee la explicación de cada fallo.

Nombre _____ Fecha _____

Hora de inicio _____ Aciertos: ____ de 36

1 Las ventas de un negocio pasaron de $48 000 en un trimestre a $42 000 en el siguiente trimestre. Comparando el cambio con el valor inicial, ¿cuál fue la variación porcentual?

A) Bajó 12.5 %
B) Bajó 14.3 %
C) Bajó 6 %
D) Subió 12.5 %

2 Un contador clasifica los números 22/7, 0.125, −7/3 y $\sqrt{12}$ en racionales e irracionales. ¿Cuál de ellos es irracional?

A) 22/7
B) −7/3
C) $\sqrt{12}$
D) 0.125

3 Un servicio cobra una cuota fija de $80 más $25 por cada hora de uso, y al total se le descuenta un cupón de $30. ¿Qué expresión da el costo C, en pesos, para h horas?

A) $C = 25(h + 80) - 30$
B) $C = 80h + 25 - 30$
C) $C = 105h - 30$
D) $C = 25h + 50$

4 Un diseñador traza todas las diagonales de un decágono, es decir, un polígono de 10 lados. ¿Cuántas diagonales dibuja?

A) 70
B) 35
C) 45
D) 20

5 En el plano de una ciudad, dos calles son paralelas y una avenida las cruza en diagonal como transversal. Dos ángulos colaterales internos formados en los cruces miden $(7x - 20)°$ y $(3x + 40)°$. Aplicando la relación entre colaterales, ¿cuánto mide el mayor de esos dos ángulos?

A) 88°
B) 16°
C) 112°
D) 92°

6 Los extremos de un diámetro de una plaza circular son A(−5, 2) y B(7, −6) en un plano cartesiano. ¿Cuáles son las coordenadas del centro de la plaza?

A) (−1, 2)
B) (1, −2)
C) (6, −4)
D) (12, −8)

7 ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = (2x + 1)/(x^2 - 9x + 20)$?

A) $\mathbb{R} - \{4, 5\}$
B) $\mathbb{R} - \{-4, -5\}$
C) $\mathbb{R} - \{20\}$
D) $\mathbb{R} - \{9\}$

8 Una desigualdad no da un número sino un intervalo. Al resolver $3 - 2x < 11$, recordando lo que ocurre al dividir entre un número negativo, ¿cuál es el conjunto solución?

A) $(-\infty, -4)$
B) $(4, \infty)$
C) $(-4, \infty)$
D) $(-\infty, 4)$

9 El ingreso marginal de una empresa es $dI/dq = 12 - 2q$ miles de pesos por unidad, y no hay ingreso cuando no se vende nada, es decir, $I(0) = 0$. ¿Cuánto vale el ingreso $I(5)$?

A) 12 mil pesos
B) 60 mil pesos
C) 35 mil pesos
D) 25 mil pesos

10 ¿Cuál es el resultado de $\int (3^x + 2/x)\,dx$?

A) $3^x/\ln 3 + 2\ln|x| + C$
B) $3^x + 2\ln|x| + C$
C) $3^x \cdot \ln 3 + 2\ln|x| + C$
D) $3^x/\ln 3 + 2/x + C$

11 En un menú se elige 1 de 3 entradas, 1 de 4 platos fuertes y 1 de 2 postres. ¿Cuántos resultados distintos tiene el espacio muestral de menús posibles?

A) 9
B) 24
C) 12
D) 14

12 Se registraron 100 datos en una tabla de clases. Una clase tiene frecuencia absoluta 35 y la frecuencia acumulada de la clase anterior es 40. ¿Cuáles son su frecuencia acumulada y su frecuencia relativa simple?

A) 35 y 0.35
B) 75 y 0.75
C) 40 y 0.40
D) 75 y 0.35

13 Un comerciante compró cierto número de cajas por $2 400 en total. Si cada caja hubiera costado $20 menos, habría comprado 4 cajas más con el mismo dinero. Se plantea una ecuación con c como el número de cajas. ¿Cuántas cajas compró?

A) 24
B) 16
C) 20
D) 120

14 Una oficina de 6 capturistas procesa un lote de facturas en 15 horas. Si se suman 3 capturistas más con el mismo ritmo, ¿cuántas horas tardarán en procesar el mismo lote?

A) 22.5 horas
B) 7.5 horas
C) 12 horas
D) 10 horas

15 La mitad y la tercera parte de cierta cantidad suman 25. Se plantea la ecuación $x/2 + x/3 = 25$, multiplicando cada término por 6. ¿Cuál es la cantidad?

A) 50
B) 30
C) 15
D) 150

16 Aplicando productos notables, ¿cuál es el desarrollo de $(2x^n - 3)^2$?

A) $4x^{2n} - 12x^n + 9$
B) $4x^{2n} + 9$
C) $2x^{2n} - 12x^n + 9$
D) $4x^{2n} - 6x^n + 9$

17 Un agrimensor, parado en el suelo a 50 m de la base de un edificio, mide el ángulo de elevación hacia la azotea y obtiene 30°. Sabiendo que $\tan 30° = \sqrt{3}/3$, ¿qué altura tiene el edificio?

A) $50\sqrt{3}$ m
B) $50\sqrt{3}/3$ m
C) 25 m
D) 100 m

18 El costo mensual C de una línea telefónica sigue una recta en función de los minutos t: cuesta $350 con 100 minutos y $500 con 250 minutos. ¿Cuál es la ecuación de C en función de t?

A) $C = t + 250$
B) $C = 3.5t$
C) $C = 0.6t + 290$
D) $C = 2t + 150$

19 La circunferencia de una glorieta se describe como $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 49$. ¿Cuál es su ecuación en forma general, es decir, desarrollada e igualada a cero?

A) $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 24 = 0$
B) $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 24 = 0$
C) $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 24 = 0$
D) $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 49 = 0$

20 Cuando x se acerca a 4 por la izquierda, f(x) se acerca a 6, y cuando se acerca por la derecha también se acerca a 6, aunque el valor de la función en $x = 4$ es 9. ¿Cuánto vale el límite de f(x) cuando x tiende a 4?

A) 15
B) No existe
C) 9
D) 6

21 ¿Cuál es la derivada de $y = 2^x + 5x^3 - \cos x$?

A) $2^x \ln 2 + 15x^2 + \operatorname{sen} x$
B) $2^x + 15x^2 + \operatorname{sen} x$
C) $x \cdot 2^{x-1} + 15x^2 + \operatorname{sen} x$
D) $2^x \ln 2 + 15x^2 - \operatorname{sen} x$

22 Una parábola descrita por $y = 6x - x^2$ corta el eje x en $x = 0$ y $x = 6$, y queda sobre el eje entre esos puntos. ¿Cuál es el área entre la curva y el eje x?

A) 18 u^2
B) 72 u^2
C) 108 u^2
D) 36 u^2

23 Una urna tiene 5 fichas azules y 3 rojas. Se extrae una ficha, se anota su color y se devuelve a la urna; luego se extrae otra. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean azules?

A) 5/8

B) 5/14

C) 25/64

D) 10/16

24 Los cuatro datos 4, 6, 8 y 10 forman una población completa. ¿Cuál es su varianza poblacional?

A) $\sqrt{5}$

B) 5

C) 20

D) 6.67

25 En la secuencia alfanumérica B3, E6, H9, K12, … las letras avanzan según un patrón y los números según otro. ¿Cuál es el siguiente término?

A) M15
B) N16
C) O15
D) N15

26 Una hilera de cuadrados pegados se arma con palillos: 1 cuadrado usa 4 palillos, 2 cuadrados usan 7 y 3 cuadrados usan 10. Siguiendo el patrón, ¿cuántos palillos usan 15 cuadrados?

A) 46
B) 60
C) 45
D) 49

27 La utilidad de una tienda, en miles de pesos, se modela con $U(x) = -2x^2 + 12x - 7$, donde x son las unidades vendidas en cientos. ¿Qué ocurre en el vértice de la parábola?

A) Hay una utilidad mínima de 11 con $x = 3$
B) Hay una utilidad máxima de −61 con $x = -3$
C) Hay una utilidad máxima de 11 con $x = 3$
D) Hay una utilidad máxima de −7 con $x = 3$

28 Un asesor resuelve la ecuación cuadrática $x^2 - 6x + 4 = 0$ sustituyendo a, b y c en la fórmula general y simplificando el radical. ¿Cuáles son las dos soluciones?

A) $x = -3 \pm \sqrt{5}$
B) $x = 3 \pm \sqrt{5}$
C) $x = 3 \pm \sqrt{13}$
D) $x = 6 \pm \sqrt{5}$

29 ¿Cuál es el dominio y cuál es el rango de la función exponencial $f(x) = 3^x$?

A) Dominio: todos los reales; rango: $y > 0$
B) Dominio: $x > 0$; rango: todos los reales
C) Dominio: $x > 0$; rango: $y > 0$
D) Dominio: todos los reales; rango: todos los reales

30 Con las propiedades de los logaritmos decimales, es decir, de base 10, el producto se vuelve suma y el cociente se vuelve resta. Aplicándolas, ¿cuánto vale $\log 8 + \log 125 - \log 10$?

A) 1
B) 3
C) 2
D) 4

31 La ecuación $x^2 - 8x - 12y + 4 = 0$ representa una parábola. Al completar el cuadrado, ¿cuáles son su vértice y hacia dónde abre?

A) V(4, −1); abre hacia abajo
B) V(−4, 1); abre hacia abajo
C) V(−4, 1); abre hacia arriba
D) V(4, −1); abre hacia arriba

32 Se quiere que $f(x) = kx + 4$ si $x \leq 1$, y $f(x) = 3x^2 - k$ si $x > 1$, sea continua en $x = 1$. ¿Qué valor debe tener k?

A) $k = 1/2$
B) $k = -1/2$
C) $k = -1$
D) $k = 7/2$

33 La utilidad de una empresa, en miles de pesos, es $U(x) = -x^3 + 12x^2 - 36x$, con x en cientos de unidades. ¿En qué valor de x hay un máximo local?

A) $x = 2$
B) $x = 6$
C) $x = 0$
D) $x = 4$

34 ¿Cuál es el resultado de $\int 4x/(2x^2 + 3)\,dx$, usando sustitución?

A) $2\ln|2x^2 + 3| + C$
B) $\ln|4x| + C$
C) $(2x^2 + 3)^2/2 + C$
D) $\ln|2x^2 + 3| + C$

35 Con integración por partes, tomando $u = x$ y $dv = e^x\,dx$, ¿cuál es el resultado de $\int x\,e^x\,dx$?

A) $x\,e^x - e^x + C$
B) $x\,e^x + e^x + C$
C) $(x^2/2)\,e^x + C$
D) $e^x + C$

36 Una fábrica tiene dos líneas: la A produce 60 % de las piezas y 2 % de las suyas salen defectuosas; la B produce 40 % y 5 % de las suyas salen defectuosas. Se elige una pieza defectuosa. ¿Cuál es la probabilidad de que venga de la línea B?

A) 3/8

B) 1/20

C) 5/8

D) 2/5

Hoja de respuestas

Rellena un círculo por reactivo. Matemáticas — IPN CSyA.

1	A	B	C	D	2	A	B	C	D	3	A	B	C	D
4	A	B	C	D	5	A	B	C	D	6	A	B	C	D
7	A	B	C	D	8	A	B	C	D	9	A	B	C	D
10	A	B	C	D	11	A	B	C	D	12	A	B	C	D
13	A	B	C	D	14	A	B	C	D	15	A	B	C	D
16	A	B	C	D	17	A	B	C	D	18	A	B	C	D
19	A	B	C	D	20	A	B	C	D	21	A	B	C	D
22	A	B	C	D	23	A	B	C	D	24	A	B	C	D
25	A	B	C	D	26	A	B	C	D	27	A	B	C	D
28	A	B	C	D	29	A	B	C	D	30	A	B	C	D
31	A	B	C	D	32	A	B	C	D	33	A	B	C	D
34	A	B	C	D	35	A	B	C	D	36	A	B	C	D

Claves y explicaciones

1 **A** La variación se calcula dividiendo el cambio entre el valor inicial: (42 000 − 48 000) ÷ 48 000 = −6 000 ÷ 48 000 = −0.125, es decir, bajó 12.5 %. Dividir entre 42 000 da 14.3 %, que toma el valor final como base, y 6 solo es el cambio en miles.

2 **C** Un número racional se escribe como fracción de enteros: 22/7, −7/3 y 0.125 = 1/8 lo son. $\sqrt{12}$ no es una raíz exacta: su expansión decimal no termina ni se repite con patrón, así que es irracional, como $\sqrt{2}$. Que 22/7 se parezca a π no lo vuelve irracional.

3 **D** Lo que se repite por hora es 25, y un número junto a una letra multiplica: 25h. La cuota fija es 80 y el cupón resta 30: C = 80 + 25h − 30 = 25h + 50. Con h = 4 serían 150 pesos. Escribir 25(h + 80) multiplica la cuota por 25, y 105h suma la cuota con la tarifa.

4 **B** Desde cada vértice salen n − 3 diagonales: 10 − 3 = 7. Con 10 vértices serían 10 · 7 = 70, pero cada diagonal se cuenta dos veces, así que n(n − 3)/2 = 70 ÷ 2 = 35. El 70 olvida dividir entre 2 y el 45 es el número de segmentos entre todos los pares de vértices.

5 **D** Los colaterales internos entre paralelas suman 180°: 10x + 20 = 180, de donde x = 16. Los ángulos miden 7(16) − 20 = 92° y 3(16) + 40 = 88°. El mayor es 92°. El 16 es el valor de x, y el 88° es el menor.

6 **B** El centro es el punto medio del diámetro, es decir, el promedio de las coordenadas: x = (−5 + 7) ÷ 2 = 1 y y = (2 + (−6)) ÷ 2 = −2. El centro es (1, −2). La opción (12, −8) son las diferencias sin dividir y (6, −4) solo promedia mal.

7 **A** El denominador no puede valer cero. Se factoriza $x^2 - 9x + 20 = (x - 4)(x - 5)$, que se anula en x = 4 y x = 5. El dominio son todos los reales excepto esos dos valores. Los valores −4 y −5 cambian el signo de las raíces.

8 **C** Se resta 3 en ambos lados: −2x < 8. Al dividir entre −2 el signo de la desigualdad se invierte: x > −4, es decir, el intervalo (−4, ∞). Comprobación: con x = 0 queda 3 < 11, que es verdadero. No invertir el signo da (−∞, −4).

9 **C** Se integra: $I(q) = 12q - q^2 + C$. Con I(0) = 0 se obtiene C = 0. Entonces $I(5) = 12(5) - 5^2 = 60 - 25 = 35$ mil pesos. El 60 olvida restar q^2, y el 25 es solo el término cuadrático.

10 **A** Para una exponencial de base a, $\int a^x\,dx = a^x/\ln a + C$: al derivar $3^x/\ln 3$ sale 3^x. Además $\int 2/x\,dx = 2\ln|x|$. Resultado: $3^x/\ln 3 + 2\ln|x| + C$. Multiplicar por ln 3 es el error de la derivada, y 2/x es el integrando.

11 **B** Cada elección abre caminos independientes y se multiplican: 3 · 4 · 2 = 24 menús. Sumar 3 + 4 + 2 da 9, y 12 resulta de olvidar uno de los tres grupos.

12 **D** La acumulada suma hasta esa clase: 40 + 35 = 75. La relativa es la absoluta entre el total de datos: 35 ÷ 100 = 0.35. Dividir la acumulada entre 100 da 0.75, que es la relativa acumulada, no la simple.

13 **C** El precio por caja es 2 400/c, y con $20 menos el número de cajas sería c + 4: 2 400 ÷ (2 400/c − 20) = c + 4. Al simplificar queda $c^2 + 4c - 480 = 0$, es decir (c − 20)(c + 24) = 0. Como c es positivo, c = 20. Comprobación: $120 por caja; con $100 caben 24 cajas. El 120 es el precio de cada caja.

14 **D** Más personas, menos horas: es una proporción inversa, así que el producto se mantiene. 6 · 15 = 90, y con 9 capturistas: 90 ÷ 9 = 10 horas. El 22.5 resulta de tratar la relación como directa, y 7.5 es la mitad del tiempo, que corresponde a duplicar el personal.

15 **B** Al multiplicar por 6: 3x + 2x = 150, es decir 5x = 150 y x = 30. Comprobación: 30/2 + 30/3 = 15 + 10 = 25. El 150 es el resultado de multiplicar por 6 sin dividir entre 5, y el 15 es solo la mitad de la cantidad.

16 **A** En $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ con $a = 2x^n$ y b = 3: $a^2 = 4x^{2n}$ (los exponentes se multiplican), $2ab = 2 \cdot 2x^n \cdot 3 = 12x^n$ y $b^2 = 9$. Resultado: $4x^{2n} - 12x^n + 9$. Omitir el doble producto da $4x^{2n} + 9$, y olvidar el 2 da $6x^n$.

17 **B** La altura es el cateto opuesto y los 50 m son el cateto adyacente, así que se usa la tangente: altura = 50 · tan 30° = 50 · $\sqrt{3}/3 \approx 28.9$ m. El $50\sqrt{3}$ usa tan 60° en vez de tan 30°, y 25 m resulta de usar el seno como si 50 fuera la hipotenusa.

18 **A** La pendiente es (500 − 350) ÷ (250 − 100) = 150/150 = 1 peso por minuto. Con (100, 350): 350 = 1(100) + b, así que b = 250 y C = t + 250. Comprobación en (250, 500): 250 + 250 = 500. Las otras ecuaciones no pasan por ambos puntos.

19 **C** Se desarrollan los binomios: $x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 49$. Se pasa todo al lado izquierdo: $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 25 - 49 = 0$, es decir $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 24 = 0$. Comprobación: h = −D/2 = −3 y k = −E/2 = 4.

20 **D** El límite depende de a dónde se acercan los valores a ambos lados, no del valor en el punto. Como los laterales coinciden en 6, el límite existe y vale 6. El 9 es f(4), que no interviene, y 15 suma los dos valores sin sentido.

21 **A** Para a^x la derivada es $a^x \ln a$: $(2^x)' = 2^x \ln 2$. Para $5x^3$ es $15x^2$, y para −cos x es −(−sen x) = sen x. Resultado: $2^x \ln 2 + 15x^2 + \text{sen } x$. Aplicar la regla de la potencia a 2^x ($x \cdot 2^{x-1}$) es un error, porque aquí la variable está en el exponente.

22 **D** El área es la integral definida de 0 a 6: $F(x) = 3x^2 - x^3/3$. $F(6) - F(0) = 108 - 72 = 36\ u^2$. El 108 es solo el término $3x^2$ evaluado, y 72 es solo el término cúbico.

23 **C** Como la ficha se devuelve, los eventos son independientes y la segunda extracción no cambia: P(ambas azules) = $5/8 \cdot 5/8 = 25/64$. El 5/14 sería la probabilidad sin devolver la ficha ($5/8 \cdot 4/7$), que no es este caso.

24 **B** La media es $28 \div 4 = 7$. Las desviaciones son −3, −1, 1 y 3, y sus cuadrados suman 9 + 1 + 1 + 9 = 20. La varianza poblacional es $20 \div 4 = 5$. El $\sqrt{5}$ es la desviación estándar, y 20 es la suma sin dividir entre el número de datos.

25 **D** Las letras avanzan de tres en tres posiciones (B, E, H, K, N) y los números suben 3 cada vez (3, 6, 9, 12, 15). El siguiente término es N15. Si la letra solo avanzara una posición saldría L; M y O no siguen el salto de tres.

26 **A** Cada cuadrado nuevo agrega 3 palillos, así que la regla es $3n + 1$ (con $n = 1$ da 4, con $n = 2$ da 7). Para $n = 15$: $3 \cdot 15 + 1 = 46$. Multiplicar 4 por 15 da 60, y 45 olvida el palillo inicial. El crecimiento no es proporcional.

27 **C** Como $a = -2 < 0$, la parábola abre hacia abajo y el vértice es un máximo. El eje de simetría es $x = -b/2a = -12/(-4) = 3$, y $U(3) = -18 + 36 - 7 = 11$. Un vértice mínimo solo ocurre cuando $a > 0$, y −7 es $U(0)$, el valor donde la curva corta el eje vertical.

28 **B** Con $a = 1$, $b = -6$ y $c = 4$, el discriminante es $36 - 16 = 20$. Entonces $x = (6 \pm \sqrt{20}) \div 2 = (6 \pm 2\sqrt{5}) \div 2 = 3 \pm \sqrt{5}$. Olvidar cambiar el signo de b da $-3 \pm \sqrt{5}$, y $\sqrt{13}$ resulta de sumar 9 + 4 en lugar de restar.

29 **A** A una exponencial a^x se le puede dar cualquier exponente real, así que su dominio son todos los reales; pero el resultado siempre es positivo, nunca llega a 0 ni es negativo: el rango es $y > 0$. La opción con dominio $x > 0$ describe el logaritmo.

30 **C** La suma de logaritmos es el logaritmo del producto y la resta es el del cociente: $\log(8 \cdot 125 \div 10) = \log(1\,000 \div 10) = \log 100 = 2$. Olvidar el último término da $\log 1\,000 = 3$.

31 **D** Se agrupa: $x^2 - 8x = 12y - 4$. Se suma 16: $(x - 4)^2 = 12y + 12 = 12(y + 1)$. El vértice es (4, −1), con el signo contrario al del paréntesis para y, y $4p = 12 > 0$ con eje vertical: abre hacia arriba.

32 **B** Para que sea continua, los dos tramos deben coincidir en $x = 1$: $k + 4 = 3 - k$. Al juntar términos: $2k = -1$, así que $k = -1/2$. Comprobación: ambos tramos valen 3.5 en $x = 1$. Con $k = 1/2$ los tramos darían 4.5 y 2.5.

33 **B** $U'(x) = -3x^2 + 24x - 36 = -3(x - 2)(x - 6)$, con ceros en $x = 2$ y $x = 6$. La segunda derivada es $U'' = -6x + 24$: $U''(2) = 12 > 0$ (mínimo) y $U''(6) = -12 < 0$ (máximo). El máximo local está en $x = 6$, no en $x = 2$.

34 **D** Se elige $u = 2x^2 + 3$, lo de adentro, y $du = 4x\,dx$, que es justo el numerador. La integral queda $\int du/u = \ln|u| + C = \ln|2x^2 + 3| + C$. Poner un coeficiente adicional de 2 o 4 repite la derivada de u.

35 **A** Con $u = x$ y $dv = e^x\,dx$ se tiene $du = dx$ y $v = e^x$. La fórmula $\int u\,dv = uv - \int v\,du$ da $x\,e^x - \int e^x\,dx = x\,e^x - e^x + C$. Al derivar se comprueba: $e^x + x\,e^x - e^x = x\,e^x$. Integrar cada factor aparte, $(x^2/2)\,e^x$, no funciona.

36 **C** Con el teorema de Bayes: la rama de A con defecto pesa $0.6 \cdot 0.02 = 0.012$ y la de B pesa $0.4 \cdot 0.05 = 0.020$. El total de defectuosas es 0.032. La probabilidad buscada es $0.020 \div 0.032 = 5/8$. El 3/8 es la probabilidad de que venga de A.