Matemáticas — IPN CMB

36 reactivos en 3 bloques de 12. Cada uno trae sus 4 opciones: solo una es correcta.

- Tiempo sugerido: **46 minutos** (77 s por reactivo).
- Responde en la **hoja de respuestas** (penúltima página) rellenando el círculo; no escribas en el cuadernillo si quieres reutilizarlo.
- Si dudas, descarta primero las opciones imposibles y avanza: vuelve al final.
- Al terminar, califica con las **claves** y lee la explicación de cada fallo.

Nombre _____ Fecha _____

Hora de inicio _____ Aciertos: ____ de 36

1 Un cultivo de bacterias se mide al inicio de cada hora y los registros, en millones, son 5, 10, 20, 40... ¿Cuántos millones se esperan en el sexto registro si el patrón continúa?

A) 80
B) 160
C) 320
D) 35

2 Con las funciones $f(x) = 3x^2 - x + 2$ y $g(x) = 4 - 2x$, se calcula la suma $f(-1) + g(3)$. ¿Cuál es el resultado?

A) 8
B) 2
C) 12
D) 4

3 Una tienda ofrece primero 30 % de descuento sobre el precio de un artículo y después, a ese precio ya rebajado, otro 20 %. ¿Qué descuento único equivale a los dos?

A) 44 %
B) 50 %
C) 56 %
D) 6 %

4 En un plano de calles, dos avenidas paralelas son cruzadas por una calle transversal. En un cruce, un ángulo externo mide $(6x - 10)°$ y el ángulo alterno externo, ubicado en la otra avenida, mide $(4x + 30)°$. Con esos datos, ¿cuánto mide cada uno de esos dos ángulos?

A) 70°
B) 20°
C) 110°
D) 140°

5 Una escuadra de dibujo tiene forma de triángulo rectángulo isósceles, es decir, con un ángulo agudo de 45°, y su borde más largo mide 10 cm. Con las razones trigonométricas, ¿cuánto mide cada uno de sus dos catetos?

A) 5 cm
B) $10\sqrt{2}$ cm
C) $5\sqrt{2}$ cm
D) 10 cm

6 En un plano cartesiano se traza una recta que pasa exactamente por los puntos (1, −3) y (4, 6). Calculando su pendiente y su ordenada al origen, ¿qué ecuación se obtiene en la forma $y = mx + b$?

A) $y = 3x - 6$
B) $y = 3x + 6$
C) $y = -3x$
D) $y = x/3 - 6$

7 ¿Cuál es el rango de la función $f(x) = \sqrt{(x + 4)} + 1$?

A) $[0, \infty)$
B) $[-4, \infty)$
C) $[-1, \infty)$
D) $[1, \infty)$

8 Se quiere conocer el intervalo en el que $x^2 - 4x - 5 > 0$. Factorizando y analizando el signo por tramos, ¿cuál es el conjunto solución?

A) $(-1, 5)$
B) $(-\infty, -1) \cup (5, \infty)$
C) $[-1, 5]$
D) $(-\infty, -5) \cup (1, \infty)$

9 Una curva cumple $y' = 6x^2 - 4$ y pasa por el punto (1, 3). ¿Cuál es la ecuación de la curva?

A) $y = 2x^3 - 4x + 3$
B) $y = 2x^3 - 4x + 5$
C) $y = 6x^2 - 4$
D) $y = 2x^3 - 4x - 5$

10 ¿Cuál es el resultado de $\int (5e^x - 2\cos x + 3/x)\,dx$?

A) $5e^x + 2\operatorname{sen} x + 3\ln|x| + C$
B) $5e^x - 2\operatorname{sen} x + 3/x + C$
C) $5e^x + 2\cos x + 3\ln|x| + C$
D) $5e^x - 2\operatorname{sen} x + 3\ln|x| + C$

11 En el universo $U = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}$ se tienen $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ y $B = \{3, 6, 9\}$. ¿Cuál es el conjunto $(A \cap B)^c$?

A) $\{3, 9\}$
B) $\{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$
C) $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$
D) $\{6\}$

12 Los tiempos de espera se agruparon en los intervalos 0–20, 20–40 y 40–60 minutos, con frecuencias 4, 10 y 6. Usando las marcas de clase, ¿cuál es la media?

A) 32 minutos

B) 30 minutos

C) 640 minutos

D) 40 minutos

13 Una alberca cilíndrica tiene un radio de 2 m y una profundidad de 1.5 m. Con $\pi \approx 3.14$, ¿cuántos metros cúbicos de agua caben?

A) 12.56 m^3
B) 37.68 m^3
C) 75.36 m^3
D) 18.84 m^3

14 Se plantea la ecuación con la incógnita en el denominador $5/(3x) - 1/(6x) = 3/2$. Usando $6x$ como denominador común, ¿cuánto vale x?

A) 1
B) 2
C) 1/2
D) 3

15 Un campesino cerca un terreno rectangular usando 54 m de alambre en todo el contorno, y el largo del terreno mide 5 m más que el ancho. Al plantear un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, ¿cuánto mide el largo?

A) 11 m
B) 27 m
C) 16 m
D) 22 m

16 Se quiere factorizar completamente $3x^2 - 12x - 15$. ¿Cuál es el resultado?

A) $3(x + 5)(x - 1)$
B) $3(x - 5)(x + 1)$
C) $3(x - 3)(x - 5)$
D) $(x - 5)(x + 3)$

17 Los ángulos de un triángulo miden $2x$, $3x - 10$ y $5x + 10$ grados. ¿Cuánto mide el mayor?

A) 100°
B) 44°
C) 36°
D) 90°

18 Los puntos A(1, 2) y B(5, 10) están en un plano cartesiano. ¿Cuáles son su punto medio y la distancia entre ellos?

A) M(3, 6) y $d = 12$
B) M(2, 4) y $d = 4\sqrt{5}$
C) M(3, 6) y $d = 4\sqrt{5}$
D) M(4, 8) y $d = 2\sqrt{5}$

19 La ecuación $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 13 = 0$ representa una circunferencia. Al completar cuadrados, ¿cuáles son su centro y su radio?

A) Centro (−2, 5) y radio 4
B) Centro (2, −5) y radio 4
C) Centro (2, −5) y radio 16
D) Centro (−2, 5) y radio 16

20 Sea $f(x) = 4 - x$ si $x < 3$ y $f(x) = x^2 - k$ si $x \geq 3$. ¿Para qué valor de k existe el límite de $f(x)$ cuando x tiende a 3?

A) $k = 10$
B) $k = 1$
C) $k = -8$
D) $k = 8$

21 ¿Cuál es la derivada de $y = 8\sqrt{x} + 3 \operatorname{sen} x - \ln x$?

A) $8/\sqrt{x} + 3\cos x - 1/x$
B) $4\sqrt{x} + 3\cos x + 1/x$
C) $4/\sqrt{x} - 3\cos x - 1/x$
D) $4/\sqrt{x} + 3\cos x - 1/x$

22 Con el teorema fundamental del cálculo, ¿cuánto vale la integral definida de 1 a 4 de $(2x + 1/\sqrt{x})\,dx$?

A) 20
B) 17
C) 13
D) 19

23 Una becaria debe elegir 4 de 9 artículos para revisarlos, y el orden en que los revise no importa. ¿De cuántas maneras puede hacer la elección?

A) 126
B) 3 024
C) 36
D) 504

24 Se lanza una moneda justa cinco veces seguidas. Usando la regla del complemento, ¿cuál es la probabilidad de que salga águila al menos una vez en esos cinco lanzamientos?

A) 1/32

B) 15/16

C) 31/32

D) 1/2

25 Se corta un cono recto con un plano inclinado que no pasa por el eje ni es paralelo a la base, y que atraviesa solo la superficie lateral. ¿Qué figura aparece en la sección?

A) Un círculo
B) Un triángulo
C) Una elipse
D) Un rectángulo

26 Un ejidatario mide un terreno rectangular y observa que su largo es 2 m menos que el triple de su ancho, y que la superficie total es de 40 m². Al plantear una ecuación cuadrática con x como ancho en metros y descartar la raíz negativa, ¿cuánto mide el ancho?

A) 10 m
B) 4 m
C) 5 m
D) 8 m

27 Para simplificar la expresión fraccionaria $(2x^2 - 8)/(x^2 - 4x + 4)$, con $x \neq 2$, se factoriza el numerador y el denominador y se cancelan los factores repetidos. ¿Qué expresión queda?

A) $2(x - 2)/(x + 2)$
B) $2/(x - 2)$
C) $(x + 2)/(x - 2)$
D) $2(x + 2)/(x - 2)$

28 ¿Qué ecuación cuadrática tiene como raíces 3 y −5?

A) $x^2 + 2x - 15 = 0$
B) $x^2 - 2x - 15 = 0$
C) $x^2 + 2x + 15 = 0$
D) $x^2 - 8x - 15 = 0$

29 Completa: $\log_4 64 =$ ___ y $\log_5(1/25) =$ ___.

A) 3 y 2
B) 3 y −2
C) 16 y −2
D) −3 y 2

30 Reduce la expresión $(\sin x \cdot \sec x) \div \tan x$, en los ángulos donde todo esté definido.

A) sen x
B) cos x
C) tan x
D) 1

31 Una elipse centrada en el origen tiene la ecuación $x^2/36 + y^2/20 = 1$. ¿Cuánto vale su excentricidad?

A) 2/3
B) $\sqrt{5}/3$
C) 3/2
D) 4/5

32 ¿Cuánto vale el límite de $(x^2 - 2x - 3)/(x^2 - 9)$ cuando x tiende a 3?

A) 0
B) 1/3
C) 2/3
D) No existe

33 ¿Cuál es la pendiente de la recta normal a $f(x) = x^3 - 2x$ en $x = 2$?

A) −1/10
B) 10
C) 1/10
D) −10

34 ¿Cuál es el resultado de $\int x^2 e^{(x^3)}\, dx$, usando sustitución?

A) $e^{(x^3)} + C$
B) $3e^{(x^3)} + C$
C) $e^{(x^3)}/3 + C$
D) $x^3 e^{(x^3)}/3 + C$

35 ¿Cuál es el área total encerrada entre la curva $y = x^3 - x$ y el eje x, de $x = -1$ a $x = 1$?

A) 0
B) 1/4
C) 1
D) 1/2

36 En una oficina, 60 % de los empleados usa bicicleta y 24 % usa bicicleta y también metro. Si un empleado usa bicicleta, ¿cuál es la probabilidad de que también use metro?

A) 24 %
B) 40 %
C) 60 %
D) 14.4 %

Hoja de respuestas

Rellena un círculo por reactivo. Matemáticas — IPN CMB.

1	A	B	C	D	2	A	B	C	D	3	A	B	C	D
4	A	B	C	D	5	A	B	C	D	6	A	B	C	D
7	A	B	C	D	8	A	B	C	D	9	A	B	C	D
10	A	B	C	D	11	A	B	C	D	12	A	B	C	D
13	A	B	C	D	14	A	B	C	D	15	A	B	C	D
16	A	B	C	D	17	A	B	C	D	18	A	B	C	D
19	A	B	C	D	20	A	B	C	D	21	A	B	C	D
22	A	B	C	D	23	A	B	C	D	24	A	B	C	D
25	A	B	C	D	26	A	B	C	D	27	A	B	C	D
28	A	B	C	D	29	A	B	C	D	30	A	B	C	D
31	A	B	C	D	32	A	B	C	D	33	A	B	C	D
34	A	B	C	D	35	A	B	C	D	36	A	B	C	D

Claves y explicaciones

1 **B** Cada término es el doble del anterior, así que la razón es constante ($r = 2$) y la sucesión es geométrica: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$. El sexto término es $5 \cdot 2^5 = 5 \cdot 32 = 160$. El 80 es el quinto registro, y 35 resultaría de suponer que se suma la misma cantidad.

2 **D** Se sustituye cada valor por separado y entre paréntesis: $f(-1) = 3(-1)^2 - (-1) + 2 = 3 + 1 + 2 = 6$, y $g(3) = 4 - 2(3) = -2$. La suma es $6 + (-2) = 4$. Tomar $-(-1)$ como -1 da $f(-1) = 4$ y un total de 2.

3 **A** El segundo descuento se aplica al precio rebajado, así que los factores se multiplican: $0.7 \cdot 0.8 = 0.56$. El cliente paga 56 % del precio, es decir, el descuento total es 100 % − 56 % = 44 %. Sumar 30 % + 20 % da 50 %, pero no es equivalente.

4 **C** Los alternos externos entre paralelas son iguales: $6x - 10 = 4x + 30$, de donde $2x = 40$ y $x = 20$. Cada ángulo mide $6(20) - 10 = 110°$, y también $4(20) + 30 = 110°$. El 70° es su suplemento, y 20 es el valor de x, no el del ángulo.

5 **C** Con 45°, $\operatorname{sen} 45° = \cos 45° = \sqrt{2}/2$. Cada cateto es la hipotenusa por ese valor: $10 \cdot \sqrt{2}/2 = 5\sqrt{2} \approx 7.07$ cm. Los catetos son iguales porque el triángulo es isósceles. El $10\sqrt{2}$ sería la hipotenusa de un triángulo con catetos de 10.

6 **A** La pendiente es $m = (6 - (-3)) \div (4 - 1) = 9/3 = 3$. Se sustituye $(1, -3)$ en $y = 3x + b$: $-3 = 3 + b$, así que $b = -6$. La ecuación es $y = 3x - 6$. Comprobación con $(4, 6)$: $12 - 6 = 6$. Invertir la pendiente da $y = x/3 - 6$.

7 **D** La raíz cuadrada siempre es mayor o igual que 0, con valor 0 cuando $x = -4$. Al sumar 1, la salida mínima es 1 y crece sin límite: el rango es $[1, \infty)$. El $[-4, \infty)$ es el dominio de la función, no su rango.

8 **B** Se factoriza: $x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1)$. Las raíces -1 y 5 parten la recta en tres tramos con signos más, menos y más. Como se pide mayor que cero, se toman los tramos extremos, sin incluir las raíces: $(-\infty, -1) \cup (5, \infty)$. El intervalo $(-1, 5)$ es donde la expresión es negativa.

9 **B** Se integra: $y = 2x^3 - 4x + C$. Como pasa por $(1, 3)$: $2 - 4 + C = 3$, así que $C = 5$. La curva es $y = 2x^3 - 4x + 5$. Dejar C = 3 confunde la ordenada del punto con la constante, y $y = 6x^2 - 4$ es la derivada.

10 **D** Se integra término a término: $\int 5e^x\,dx = 5e^x$, $\int \cos x\,dx = \operatorname{sen} x$, así que $-2 \cos x$ pasa a $-2 \operatorname{sen} x$, y $\int 3/x\,dx = 3 \ln|x|$. Resultado: $5e^x - 2 \operatorname{sen} x + 3 \ln|x| + C$. Cambiar el signo del seno es un error típico, y $3/x$ es el integrando, no su integral.

11 **C** La intersección son los elementos comunes: $A \cap B = \{3, 9\}$. El complemento reúne los elementos del universo que no están en ella: $\{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$. La opción $\{3, 9\}$ es la intersección misma, y la que omite el 6 también quita un elemento que sí pertenece al complemento.

12 **A** Las marcas de clase son los puntos medios: 10, 30 y 50. La suma ponderada es $4 \cdot 10 + 10 \cdot 30 + 6 \cdot 50 = 40 + 300 + 300 = 640$, y hay 20 datos: $640 \div 20 = 32$ minutos. El 640 es la suma sin dividir, y el 30 es solo la marca del intervalo central.

13 **D** El volumen del cilindro es $\pi \times r^2 \times h = 3.14 \times 2^2 \times 1.5 = 3.14 \times 6 = 18.84\ m^3$. El resultado 37.68 duplica la cantidad al usar $2\pi r^2 h$, y 75.36 usa el diámetro de 4 m como radio.

14 **A** Con denominador $6x$: $10/(6x) - 1/(6x) = 9/(6x)$. Entonces $9/(6x) = 3/2$, y al multiplicar en cruz $18 = 18x$, de donde $x = 1$. Comprobación: $5/3 - 1/6 = 10/6 - 1/6 = 9/6 = 3/2$.

15 **C** Con l el largo y a el ancho: $2l + 2a = 54$ y $l = a + 5$. Al sustituir: $2(a + 5) + 2a = 54$, es decir $4a + 10 = 54$ y $a = 11$, así que $l = 16$. Comprobación: $2(16) + 2(11) = 54$. El 11 es el ancho y 27 es el semiperímetro.

16 **B** Primero el factor común: $3(x^2 - 4x - 5)$. Luego el trinomio $x^2 + bx + c$: dos números que sumen -4 y multipliquen -5 son -5 y 1. Entonces $x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1)$ y el resultado es $3(x - 5)(x + 1)$. Con $(x + 5)(x - 1)$ la suma sería +4.

17 **A** Los tres ángulos suman 180°: $2x + 3x - 10 + 5x + 10 = 10x = 180$, así que $x = 18$. Los ángulos miden 36°, 44° y 100°. El mayor es $5x + 10 = 100°$, por lo que el triángulo es obtusángulo.

18 **C** El punto medio promedia las coordenadas: $((1 + 5)/2, (2 + 10)/2) = (3, 6)$. La distancia es $\sqrt{(4^2 + 8^2)} = \sqrt{(16 + 64)} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$. Sumar las diferencias da 12, y M(2, 4) resulta de tomar la mitad de las diferencias en lugar del promedio.

19 **B** Se agrupa: $(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 10y + 25) = -13 + 4 + 25 = 16$, es decir $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 16$. El centro es $(2, -5)$, con signo contrario al de los binomios, y el radio es $\sqrt{16} = 4$. Dejar 16 como radio confunde r con r^2.

20 **D** Por la izquierda el valor se acerca a $4 - 3 = 1$, y por la derecha a $3^2 - k = 9 - k$. Para que el límite exista, los laterales deben coincidir: $1 = 9 - k$, de donde $k = 8$. Con $k = 1$ el lateral derecho sería 8 y no coincidiría con 1.

21 **D** La raíz es una potencia: $8x^{(1/2)}$ tiene derivada $8 \cdot (1/2)x^{(-1/2)} = 4/\sqrt{x}$. La derivada de sen x es cos x, así que 3 sen x pasa a 3 cos x, y la de ln x es $1/x$, con signo menos: $-1/x$. Resultado: $4/\sqrt{x} + 3 \cos x - 1/x$. Derivar sen x como $-\cos x$ es un error.

22 **B** Una antiderivada es $F(x) = x^2 + 2\sqrt{x}$. Entonces $F(4) - F(1) = (16 + 4) - (1 + 2) = 20 - 3 = 17$. El 20 es solo $F(4)$, sin restar $F(1)$.

23 **A** Como el orden no importa, es una combinación: $9!/[4! \cdot 5!] = (9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6) \div (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 3\,024 \div 24 = 126$. El 3 024 es la cantidad con orden (permutación), que cuenta cada grupo $4! = 24$ veces.

24 **C** Hay $2^5 = 32$ resultados posibles. El complemento de «al menos un águila» es «ninguna águila», que es un solo caso (cinco soles): 1/32. Entonces la probabilidad es $1 - 1/32 = 31/32$. El 1/32 es la probabilidad del complemento, y 15/16 corresponde a cuatro lanzamientos.

25 **C** El plano elige la figura: si es paralelo a la base resulta un círculo; si pasa por el eje, un triángulo; y si es inclinado y corta toda la superficie lateral, una elipse. Un rectángulo no puede salir de un cono, porque no tiene lados rectos paralelos.

26 **B** El largo es $3x - 2$, y el área da $x(3x - 2) = 40$, es decir $3x^2 - 2x - 40 = 0$. Se factoriza: $(3x + 10)(x - 4) = 0$, con $x = -10/3$ o $x = 4$. Una medida no puede ser negativa, así que el ancho es 4 m y el largo es 10 m. El 10 es el largo.

27 **D** Se factoriza arriba y abajo: $2x^2 - 8 = 2(x^2 - 4) = 2(x - 2)(x + 2)$, y $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$. Se cancela un factor $x - 2$ y queda $2(x + 2)/(x - 2)$. Olvidar el factor común 2 da $(x + 2)/(x - 2)$.

28 **A** Con raíces r_1 y r_2, la suma es $-b/a$ y el producto es c/a. Aquí la suma es $3 + (-5) = -2$, así que $b = 2$ (con $a = 1$), y el producto es $3 \cdot (-5) = -15$. La ecuación es $x^2 + 2x - 15 = 0$. Comprobación: $(x - 3)(x + 5) = x^2 + 2x - 15$.

29 **B** El logaritmo es el exponente: $4^3 = 64$, así que $\log_4 64 = 3$; y $5^{-2} = 1/25$, así que $\log_5(1/25) = -2$. La opción 16 divide 64 entre 4, y los signos invertidos confunden el exponente negativo.

30 **D** Por la identidad recíproca, $\sec x = 1/\cos x$, así que $\text{sen } x \cdot \sec x = \text{sen } x / \cos x = \tan x$. Entonces la expresión queda $\tan x \div \tan x = 1$. Quedarse en $\tan x$ olvida la división final.

31 **A** Con $a^2 = 36$ (el mayor) y $b^2 = 20$: $c^2 = a^2 - b^2 = 16$, así que $c = 4$. La excentricidad es $e = c/a = 4/6 = 2/3$. La opción $\sqrt{5}/3$ resulta de dividir b entre a, y 3/2 invierte la razón.

32 **C** Al sustituir $x = 3$ queda 0/0, así que se factoriza: $(x - 3)(x + 1) / [(x - 3)(x + 3)]$. Se cancela $x - 3$ y queda $(x + 1)/(x + 3)$, que en $x = 3$ vale $4/6 = 2/3$. Que dé 0/0 no significa que el límite no exista.

33 **A** La pendiente de la tangente es $f'(2) = 3(2)^2 - 2 = 10$. La normal es perpendicular a la tangente, así que su pendiente es $-1/m = -1/10$. El 10 es la pendiente de la tangente, y 1/10 olvida cambiar el signo.

34 **C** Con $u = x^3$ se tiene $du = 3x^2\,dx$, es decir $x^2\,dx = du/3$. La integral queda $(1/3)\int e^u\,du = e^u/3 + C = e^{(x^3)}/3 + C$. Al derivar este resultado se obtiene $x^2 e^{(x^3)}$. Omitir el factor 1/3 da $e^{(x^3)} + C$.

35 **D** La curva cruza el eje en −1, 0 y 1. De −1 a 0 está sobre el eje y la integral vale 1/4; de 0 a 1 está bajo el eje y la integral vale −1/4. Si se integra de −1 a 1 todo junto sale 0, pero el área real suma por tramos: $1/4 + 1/4 = 1/2$.

36 **B** Es una probabilidad condicional: $P(\text{metro} \mid \text{bici}) = P(\text{ambos}) \div P(\text{bici}) = 0.24 \div 0.60 = 0.40$. El universo se reduce a quienes usan bicicleta. El 24 % es la probabilidad de ambos sin condicionar, y 14.4 % multiplica 0.24 por 0.60.