Matemática — UAM CBI

36 reactivos en 3 bloques de 12. Cada uno trae sus 4 opciones: solo una es correcta.

- Tiempo sugerido: **54 minutos** (90 s por reactivo).
- Responde en la **hoja de respuestas** (penúltima página) rellenando el círculo; no escribas en el cuadernillo si quieres reutilizarlo.
- Si dudas, descarta primero las opciones imposibles y avanza: vuelve al final.
- Al terminar, califica con las **claves** y lee la explicación de cada fallo.

Nombre _____ Fecha _____

Hora de inicio _____ Aciertos: ____ de 36

1 ¿Cuánto vale $7/10 + 2/5 \div 4/3$?

A) 33/40
B) 37/30
C) 11/10
D) 1
E) 9/10

2 Si $m = -2$ y $n = 5$, ¿cuánto vale $m^3 - 3mn + n^2$?

A) 47
B) 63
C) −13
D) 49
E) 27

3 Para a y b positivos, ¿cuál de las siguientes igualdades es correcta?

A) $\sqrt{(a^2 + b^2)} = a + b$
B) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
C) $a^{-2} = -a^2$
D) $(a^2)^3 = a^5$
E) $(ab)^3 = a^3b^3$

4 Resuelve $(x - 1)/4 = (x + 2)/3 - 1$.

A) $x = -10$
B) $x = -23$
C) $x = 1$
D) $x = 7$
E) $x = -1$

5 En un problema de geometría se sabe que cierto ángulo agudo mide exactamente tres veces lo que mide su complemento. Al plantear y resolver la ecuación correspondiente, ¿cuánto mide ese ángulo?

A) 22.5°
B) 67.5°
C) 45°
D) 60°
E) 135°

6 La diagonal de una ventana rectangular mide 25 dm y su base mide 15 dm. ¿Cuánto mide su altura?

A) 10 dm
B) $\sqrt{850}$ dm
C) 400 dm
D) 30 dm
E) 20 dm

7 ¿A cuántos grados equivalen $11\pi/6$ radianes?

A) 330°
B) 150°
C) 210°
D) 300°
E) 165°

8 Con los valores exactos de las funciones de los ángulos notables, se evalúa la expresión $\tan 60° \cdot \cos 30° - \text{sen } 45° \cdot \cos 45°$. ¿Qué resultado se obtiene al simplificarla?

A) 0
B) 2
C) 1
D) 1/2
E) 3/2

9 ¿Qué distancia hay entre los puntos (−3, 7) y (6, −5)?

A) 21
B) 3
C) 225
D) 15
E) 9

10 Una recta tiene pendiente $-1/\sqrt{3}$, y se sabe que $\tan 30° = 1/\sqrt{3}$. ¿Cuál es su ángulo de inclinación?

A) 30°
B) 150°
C) −30°
D) 120°
E) 60°

11 ¿Cuáles son el centro y el radio de la circunferencia $(x + 4)^2 + (y - 6)^2 = 20$?

A) Centro $(4, -6)$ y radio $2\sqrt{5}$

B) Centro $(-4, 6)$ y radio 20

C) Centro $(4, -6)$ y radio 20

D) Centro $(-4, 6)$ y radio 10

E) Centro $(-4, 6)$ y radio $2\sqrt{5}$

12 ¿Cuál es el resultado de $\int (6x^5 + e^x)\, dx$?

A) $x^6 + e^x + C$

B) $30x^4 + e^x + C$

C) $6x^6 + e^x + C$

D) $x^6/6 + e^x + C$

E) $x^6 + x \cdot e^x + C$

13 Una bodega tiene 84 sillas rojas y 126 sillas azules y quiere formar filas con el mismo número de sillas, sin mezclar colores y sin que sobre ninguna. ¿Cuál es el mayor número de sillas que puede tener cada fila?

A) 252
B) 42
C) 21
D) 6
E) 14

14 ¿Cuál es el resultado de $(3x - 2)(x^2 + 4x - 1)$?

A) $3x^3 + 14x^2 - 11x + 2$
B) $3x^3 + 10x^2 - 5x - 2$
C) $3x^3 + 12x^2 - 3x - 2$
D) $3x^3 - 2x^2 - 4x - 1$
E) $3x^3 + 10x^2 - 11x + 2$

15 Sin hacer la multiplicación directa, ¿cuánto vale $205 \cdot 195$?

A) 40 000
B) 40 025
C) 39 975
D) 39 950
E) 39 775

16 En un teatro, el boleto de adulto cuesta \$90 y el de niño \$50. Se vendieron 40 boletos y se recaudaron \$2 600. ¿Cuántos boletos de adulto se vendieron?

A) 15
B) 25
C) 20
D) 12
E) 30

17 Dos rectas paralelas son cortadas por una transversal y uno de los ángulos internos mide 118°. ¿Cuánto mide su colateral interno?

A) 118°
B) 152°
C) 28°
D) 62°
E) 242°

18 Un pentágono regular tiene lados de 8 cm y una apotema de 5.5 cm. ¿Cuál es su área?

A) 220 cm^2
B) 44 cm^2
C) 22 cm^2
D) 110 cm^2
E) 55 cm^2

19 Si $\tan \theta = 8/15$ y θ está en el primer cuadrante, ¿cuánto vale $\sec \theta$?

A) 15/17
B) 17/15
C) 17/8
D) 289/225
E) 23/15

20 Un sendero de montaña sube 30 m de altura mientras avanza 40 m en horizontal. ¿Qué ángulo forma con la horizontal?

A) $\approx 36.87°$
B) $\approx 48.59°$
C) $\approx 53.13°$
D) $\approx 0.75°$
E) $\approx 41.41°$

21 Los puntos A(−4, 6) y B(8, −2) son los extremos de un segmento. Si P está sobre AB con AP : PB = 1 : 3, ¿cuáles son sus coordenadas?

A) (5, 0)
B) (2, 2)
C) (−1, 4)
D) (−3, 5)
E) (1, 3)

22 ¿Para qué valor de a las rectas $2x + ay = 7$ y $3x - 4y + 1 = 0$ son perpendiculares?

A) $a = -8/3$
B) $a = 8/3$
C) $a = 3/2$
D) $a = -3/2$
E) $a = 6$

23 La parábola $y^2 = 36x$ tiene vértice en el origen. ¿Cuánto mide su lado recto y dónde está su foco?

A) Lado recto 9; foco (9, 0)

B) Lado recto 36; foco (9, 0)

C) Lado recto 36; foco (36, 0)

D) Lado recto 18; foco (18, 0)

E) Lado recto 36; foco (0, 9)

24 Si $f(x) = (4x - 1)(x^2 + 5)$, ¿cuánto vale $f'(1)$?

A) 8

B) 24

C) 30

D) 18

E) 36

25 Al factorizar completamente $5x^3 - 20x^2 - 60x$, ¿qué resulta?

A) $5x(x + 6)(x - 2)$
B) $5x(x - 4)(x + 3)$
C) $5x(x - 6)(x + 2)$
D) $5x(x^2 - 4x - 12)$
E) $(5x - 6)(x^2 + 2)$

26 Al efectuar $4/(x - 2) - 1/(x + 3)$, con $x \neq 2$ y $x \neq -3$, ¿qué se obtiene?

A) $(3x + 10) / [(x - 2)(x + 3)]$
B) $3 / [(x - 2)(x + 3)]$
C) $-3/5$
D) $(3x + 14) / [(x - 2)(x + 3)]$
E) $(5x + 14) / [(x - 2)(x + 3)]$

27 ¿Para qué valores de m la parábola $y = x^2 - 4x + m$ no corta el eje x?

A) $m > 4$
B) $m < 4$
C) $m > 16$
D) $m > -4$
E) $m \geq 4$

28 Dos triángulos son semejantes y sus lados correspondientes miden 4 cm y 10 cm. Si el triángulo menor tiene un área de 12 cm^2, ¿cuál es el área del mayor?

A) 30 cm^2
B) 75 cm^2
C) 18 cm^2
D) 150 cm^2
E) 7.5 cm^2

29 Un cono tiene radio de base de 6 cm y generatriz de 10 cm. ¿Cuál es su volumen?

A) 120π cm^3
B) 288π cm^3
C) 160π cm^3
D) 48π cm^3
E) 96π cm^3

30 Dos ángulos agudos α y β cumplen sen $\alpha = 8/17$, cos $\alpha = 15/17$, sen $\beta = 3/5$ y cos $\beta = 4/5$. Con la fórmula de la adición de ángulos para el coseno, ¿cuánto vale $\cos(\alpha + \beta)$?

A) 84/85
B) 36/85
C) 77/85
D) 12/17
E) 24/85

31 Una parcela triangular tiene lados que miden 7, 8 y 9 hectómetros. Con la ley de los cosenos, ¿cuánto vale el coseno del ángulo interior que está frente al lado de 9 hectómetros?

A) $-2/7$
B) 97/56
C) 4/9
D) 2/7
E) 7/2

32 En un plano de agrimensura aparece un triángulo con un ángulo A de 60° y un ángulo B de 45°. El lado a, opuesto al ángulo A, mide $6\sqrt{3}$ cm. Con la ley de los senos, ¿cuánto mide el lado b, opuesto al ángulo B?

A) $6\sqrt{2}$ cm
B) $9\sqrt{2}$ cm
C) $6\sqrt{3}$ cm
D) 12 cm
E) 6 cm

33 Una recta corta al eje x en 6 y al eje y en −4. ¿Cuál es su ecuación general?

A) $3x - 2y - 12 = 0$
B) $2x + 3y - 12 = 0$
C) $2x - 3y - 12 = 0$
D) $2x - 3y + 12 = 0$
E) $4x - 6y - 12 = 0$

34 ¿En qué punto se cortan las rectas $y = 3x - 5$ y $2x + 3y = 29$?

A) (5, 10)
B) (1, 9)
C) (7, 4)
D) (10, 3)
E) (4, 7)

35 ¿Cuáles son los focos y la excentricidad de la elipse $4x^2 + y^2 = 36$?

A) Focos $(0, \pm 3\sqrt{3})$ y $e = \sqrt{3}/2$

B) Focos $(\pm 3\sqrt{3}, 0)$ y $e = \sqrt{3}/2$

C) Focos $(0, \pm\sqrt{45})$ y $e = \sqrt{5}/2$

D) Focos $(0, \pm 3\sqrt{3})$ y $e = 3\sqrt{3}$

E) Focos $(0, \pm 3)$ y $e = 1/2$

36 ¿Cuáles son los focos y las asíntotas de la hipérbola $16y^2 - 9x^2 = 144$, centrada en el origen?

A) Focos $(\pm 5, 0)$; asíntotas $y = \pm(3/4)x$

B) Focos $(0, \pm 5)$; asíntotas $y = \pm(4/3)x$

C) Focos $(0, \pm\sqrt{7})$; asíntotas $y = \pm(3/4)x$

D) Focos $(0, \pm 5)$; asíntotas $y = \pm(9/16)x$

E) Focos $(0, \pm 5)$; asíntotas $y = \pm(3/4)x$

Hoja de respuestas

Rellena un círculo por reactivo. Matemática — UAM CBI.

1	A	B	C	D	2	A	B	C	D	3	A	B	C	D
4	A	B	C	D	5	A	B	C	D	6	A	B	C	D
7	A	B	C	D	8	A	B	C	D	9	A	B	C	D
10	A	B	C	D	11	A	B	C	D	12	A	B	C	D
13	A	B	C	D	14	A	B	C	D	15	A	B	C	D
16	A	B	C	D	17	A	B	C	D	18	A	B	C	D
19	A	B	C	D	20	A	B	C	D	21	A	B	C	D
22	A	B	C	D	23	A	B	C	D	24	A	B	C	D
25	A	B	C	D	26	A	B	C	D	27	A	B	C	D
28	A	B	C	D	29	A	B	C	D	30	A	B	C	D
31	A	B	C	D	32	A	B	C	D	33	A	B	C	D
34	A	B	C	D	35	A	B	C	D	36	A	B	C	D

Claves y explicaciones

1 **D** Primero la división, que es multiplicar por el inverso: $2/5 \div 4/3 = 2/5 \cdot 3/4 = 6/20 = 3/10$. Luego se suma con denominador común: $7/10 + 3/10 = 10/10 = 1$. Sumar antes de dividir da 33/40, y dividir sin invertir la segunda fracción da 37/30.

2 **A** Se sustituye cada letra entre paréntesis y se respeta el orden: $(-2)^3 = -8$, $-3(-2)(5) = +30$ y $5^2 = 25$. La suma es $-8 + 30 + 25 = 47$. Si se toma $(-2)^3$ como 8 se obtiene 63, y si se pierde el signo del producto se obtiene −13.

3 **E** Una potencia sí se reparte sobre un producto: $(ab)^3 = a^3b^3$. Con una suma no se reparte: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, y $\sqrt{(a^2 + b^2)}$ no es $a + b$ (con 3 y 4 da 5, no 7). Un exponente negativo invierte, $a^{-2} = 1/a^2$, y $(a^2)^3 = a^6$, no a^5.

4 **C** Se multiplica cada lado completo por 12: $3(x - 1) = 4(x + 2) - 12$. Se desarrolla: $3x - 3 = 4x - 4$, de donde $x = 1$. Comprobación: $0/4 = 0$ y $3/3 - 1 = 0$. Si no se multiplica el −1 por 12 se obtiene $x = -10$.

5 **B** Con x el ángulo, su complemento es $90° - x$ y se cumple $x = 3(90° - x)$. Entonces $x = 270° - 3x$, así que $4x = 270°$ y $x = 67.5°$. Comprobación: el complemento es 22.5° y $3 \cdot 22.5° = 67.5°$. El 22.5° es el complemento, no el ángulo.

6 **E** La diagonal es la hipotenusa, así que la altura es un cateto y se resta: $a^2 = c^2 - b^2 = 625 - 225 = 400$, de donde $a = 20$ dm. Sumar los cuadrados da $\sqrt{850}$, y 400 olvida sacar la raíz.

7 **A** Para pasar de radianes a grados se multiplica por $180/\pi$: $(11\pi/6) \cdot (180/\pi) = 11 \cdot 30° = 330°$. El 150° corresponde a $5\pi/6$, y 210° a $7\pi/6$.

8 **C** $\tan 60° = \operatorname{sen} 60° \div \cos 60° = (\sqrt{3}/2) \div (1/2) = \sqrt{3}$, y $\cos 30° = \sqrt{3}/2$, así que su producto es 3/2. Además $\operatorname{sen} 45° \cdot \cos 45° = (\sqrt{2}/2)(\sqrt{2}/2) = 1/2$. Resultado: $3/2 - 1/2 = 1$. Tomar $\tan 60° = \sqrt{3}/3$ daría 0.

9 **D** Las diferencias son $\Delta x = 6 - (-3) = 9$ y $\Delta y = -5 - 7 = -12$. La distancia es $\sqrt{(9^2 + 12^2)} = \sqrt{(81 + 144)} = \sqrt{225} = 15$. Sumar las diferencias da 21 y olvidar la raíz da 225.

10 **B** El ángulo de inclinación está entre 0° y 180°. Como la pendiente es negativa, la recta baja hacia la derecha y el ángulo es obtuso: $180° - 30° = 150°$. El 30° corresponde a la pendiente positiva $1/\sqrt{3}$, y −30° queda fuera del intervalo.

11 **E** En $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, el centro es (h, k) con el signo contrario al que aparece: (−4, 6). El radio es la raíz de 20: $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$. Dejar 20 como radio confunde r con r^2, y 10 sale de dividir entre 2.

12 **A** Se integra término a término: $\int 6x^5\,dx = 6x^6/6 = x^6$, y $\int e^x\,dx = e^x$. Se añade la constante: $x^6 + e^x + C$. Derivar $x^6 + e^x$ devuelve $6x^5 + e^x$. La opción $30x^4$ deriva en vez de integrar.

13 **B** Se busca el máximo común divisor. Con Euclides: $126 \div 84$ deja residuo 42, y $84 \div 42$ deja residuo 0. El último divisor es 42. En factores primos, $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ y $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$ comparten $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. El 252 es el mcm, no el mcd.

14 **E** Cada término se multiplica por cada término: $3x \cdot (x^2 + 4x - 1) = 3x^3 + 12x^2 - 3x$, y $-2 \cdot (x^2 + 4x - 1) = -2x^2 - 8x + 2$. Al reducir: $3x^3 + 10x^2 - 11x + 2$. Si se olvida multiplicar el −2 por todos los términos se obtienen resultados como el de $3x^3 + 12x^2 - 3x - 2$.

15 **C** $205 \cdot 195 = (200 + 5)(200 - 5)$, que es una suma por una resta: $200^2 - 5^2 = 40\,000 - 25 = 39\,975$. Quedarse en 200^2 da 40 000, y sumar el 25 en lugar de restarlo da 40 025.

16 **A** Con a adultos y n niños: $a + n = 40$ y $90a + 50n = 2\,600$. De la primera, $n = 40 - a$; al sustituir: $90a + 2\,000 - 50a = 2\,600$, así que $40a = 600$ y $a = 15$ ($n = 25$). Comprobación: $1\,350 + 1\,250 = 2\,600$. El 25 es el número de niños.

17 **D** Los ángulos colaterales internos entre paralelas son suplementarios: suman 180°. Entonces $180° - 118° = 62°$. Responder 118° los confunde con alternos internos, que son iguales.

18 **D** El perímetro es $5 \cdot 8 = 40$ cm. El área de un polígono regular es perímetro × apotema ÷ 2 = 40 × 5.5 ÷ 2 = 110 cm^2. Olvidar dividir entre 2 da 220 cm^2, y multiplicar solo lado por apotema da 44 cm^2.

19 **B** De la identidad $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$: $\sec^2\theta = 1 + 64/225 = 289/225$. En el primer cuadrante la raíz es positiva: $\sec\theta = 17/15$. La opción 15/17 es $\cos\theta$, y 289/225 es $\sec^2\theta$ sin sacar la raíz.

20 **A** Con el cateto opuesto 30 y el adyacente 40, se usa la tangente: $\tan A = 30/40 = 0.75$, y $A = \tan^{-1}(0.75) \approx 36.87°$. La opción 53.13° es $\tan^{-1}(40/30)$, con la razón invertida, y 48.59° resulta de usar seno con 30/40.

21 **C** Con $m : n = 1 : 3$ se usa $x = (n \cdot x_1 + m \cdot x_2)/(m + n)$: $x = (3(-4) + 1(8))/4 = -1$ y $y = (3(6) + 1(-2))/4 = 4$. P está cerca de A, como indica la razón. El (5, 0) resulta de intercambiar m y n, y (2, 2) es el punto medio.

22 **C** La pendiente de la segunda es 3/4. La primera, despejada, es $y = -(2/a)x + 7/a$, con pendiente $-2/a$. Son perpendiculares si el producto es −1: $(-2/a)(3/4) = -1$, es decir $6/(4a) = 1$ y $a = 3/2$. El valor −8/3 las haría paralelas.

23 **B** En $y^2 = 4px$ se tiene $4p = 36$, así que $p = 9$, no 36. El foco está en $(p, 0) = (9, 0)$ porque el eje es horizontal, y el lado recto mide $|4p| = 36$. Tomar 36 como p da el foco $(36, 0)$.

24 **C** Con la regla del producto: $f' = (4)(x^2 + 5) + (4x - 1)(2x)$. En $x = 1$: $4 \cdot 6 + 3 \cdot 2 = 24 + 6 = 30$. Multiplicar las derivadas de cada factor da 8, y 18 es el valor de f(1), no el de la derivada.

25 **C** Primero el factor común: $5x(x^2 - 4x - 12)$. Luego el trinomio: dos números que sumen -4 y multipliquen -12 son -6 y 2, así que $x^2 - 4x - 12 = (x - 6)(x + 2)$. Resultado: $5x(x - 6)(x + 2)$. La opción $5x(x^2 - 4x - 12)$ aún no está completamente factorizada.

26 **D** El denominador común es $(x - 2)(x + 3)$. El numerador: $4(x + 3) - 1(x - 2) = 4x + 12 - x + 2 = 3x + 14$. El signo menos cambia ambos términos del paréntesis: si se escribe $-x - 2$ se obtiene $3x + 10$. Restar numeradores y denominadores por separado es un error.

27 **A** La parábola no toca el eje cuando la ecuación $x^2 - 4x + m = 0$ no tiene soluciones reales, es decir, cuando el discriminante es negativo: $D = 16 - 4m < 0$, de donde $m > 4$. Con $m = 4$ el discriminante es 0 y la curva solo toca el eje en un punto, por eso $m \geq 4$ es incorrecto.

28 **B** La razón de semejanza es $k = 10/4 = 2.5$. Las áreas escalan con k^2: $2.5^2 = 6.25$, y $12 \times 6.25 = 75$ cm². Multiplicar solo por k da 30 cm², y sumar la diferencia de lados $(12 + 6)$ da 18 cm².

29 **E** La altura perpendicular sale por Pitágoras: $h = \sqrt{(10^2 - 6^2)} = \sqrt{64} = 8$ cm. El volumen es $(1/3)\pi r^2 h = (1/3)\pi \cdot 36 \cdot 8 = 96\pi$ cm³. Usar la generatriz como altura da 120π, y olvidar el factor 1/3 da 288π.

30 **B** $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\beta = (15/17)(4/5) - (8/17)(3/5) = 60/85 - 24/85 = 36/85$. Sumar los productos da 84/85, y 77/85 es $\operatorname{sen}(\alpha + \beta)$, que usa otra fórmula.

31 **D** Con la ley de los cosenos, $\cos C = (a^2 + b^2 - c^2) \div (2ab)$, donde $c = 9$ es el lado frente al ángulo: $(49 + 64 - 81) \div (2 \cdot 7 \cdot 8) = 32/112 = 2/7$. Si se suma el cuadrado del lado opuesto en lugar de restarlo se obtiene 97/56.

32 **A** Por la ley de los senos, $a / \operatorname{sen} A = b / \operatorname{sen} B$, así que $b = a \cdot \operatorname{sen} B / \operatorname{sen} A = 6\sqrt{3} \cdot (\sqrt{2}/2) \div (\sqrt{3}/2) = 6\sqrt{2}$ cm. Invertir la razón de senos da $9\sqrt{2}$ cm.

33 **C** La forma simétrica es $x/6 + y/(-4) = 1$. Se multiplica por 12: $2x - 3y = 12$, es decir $2x - 3y - 12 = 0$. Comprobación: en (6, 0) da $12 - 12 = 0$ y en (0, −4) da $12 - 12 = 0$. La opción $4x - 6y - 12 = 0$ cortaría el eje x en 3.

34 **E** Se sustituye $y = 3x - 5$ en la segunda: $2x + 3(3x - 5) = 29$, es decir $11x - 15 = 29$ y $x = 4$; luego $y = 3(4) - 5 = 7$. El punto debe cumplir ambas ecuaciones: (5, 10) cumple solo la primera y (1, 9) solo la segunda.

35 **A** Al dividir entre 36: $x^2/9 + y^2/36 = 1$. El denominador mayor es el de y, así que $a^2 = 36$, $b^2 = 9$ y el eje mayor es vertical. $c^2 = a^2 - b^2 = 27$, $c = 3\sqrt{3}$, y $e = c/a = 3\sqrt{3}/6 = \sqrt{3}/2$. Sumar en lugar de restar daría $\sqrt{45}$, que es de la hipérbola.

36 **E** Al dividir entre 144: $y^2/9 - x^2/16 = 1$. El término positivo es y^2, así que el eje es vertical con $a^2 = 9$ y $b^2 = 16$. En la hipérbola $c^2 = a^2 + b^2 = 25$, $c = 5$. Las asíntotas con eje vertical son $y = \pm(a/b)x = \pm(3/4)x$. Restar $(16 - 9)$ da $\sqrt{7}$, que es de la elipse.