ESCONCURSO · FORMULARIO IMPRIMIBLE

Formulario de Razonamiento Matemático

UAM, división CBS: símbolos, ecuaciones, series, tendencias, códigos y representaciones en una hoja.

Símbolos y operaciones definidas

- $a \star b = ab - a - b$: sustituye y resuelve primero el paréntesis más interno.
- $|x|$: distancia de x al cero, $|-7| = 7$.
- $n! = n(n-1)\cdots 1$: $4! = 24$.
- $x \approx y$: casi igual; $x \leq y$ incluye la igualdad.

EJEMPLO $(3 \star 4) \star (-2)$ con $a \star b = ab - a - b$

1. $3 \star 4 = 12 - 3 - 4 = 5$
2. $5 \star (-2) = -10 - 5 + 2$

RESP. -13

OJO Una operación definida no tiene por qué cumplir $a \star b = b \star a$: respeta el orden.

Plantear problemas

Si el enunciado habla de…	Plantea
Dos tipos de objeto, total y precio	$a + b = T$ y $pa + qb = V$
Dosis por kilogramo	dosis total $= d \cdot p$
Solución al r % en un volumen V	soluto $= \frac{r}{100} V$
Reparto en partes iguales	total = partes × cada parte

TRUCO Orden: datos con unidades, incógnita, relación (ecuación o proporción) y comprobación en el enunciado.

Mezclas, diluciones y conversiones

$$C = \frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$C_1 V_1 = C_2 V_2$$

La segunda es la dilución con agua: el soluto no cambia.

Dato	Equivale a
1 L	1 000 mL
1 g	1 000 mg
1 h	60 min

OJO Al diluir cambia el volumen total, no el soluto: plantea la ecuación con el soluto, no con el porcentaje.

Estimar y atajos

- Redondea a números cómodos: $\frac{48.7 \cdot 3.1}{0.0507} \approx \frac{50 \cdot 3}{0.05} = 3\,000$.
- El 10 %: recorre el punto decimal; el 5 % es la mitad.
- Dividir entre 0.5 es multiplicar por 2; entre 0.25, por 4.
- $12^2 = 144$, $13^2 = 169$, $15^2 = 225$.

TRUCO Con una respuesta aproximada descartas casi siempre tres de las cinco opciones.

Lógica: demostrar, refutar, negar

Demostrar

- Vale en todos los casos
- Usa letras: n, $n+1$, $n+2$
- Probar números no basta

Refutar

- Basta un contraejemplo
- Un solo caso que falle
- Prueba con números concretos

Afirmación	Su negación
Todos aprobaron	Al menos uno no aprobó
Algún envase está dañado	Ningún envase está dañado

EJEMPLO Suma de tres consecutivos

1. $n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3$

RESP. $3(n+1)$: siempre múltiplo de 3

Series

Qué ves	Regla
$7, 12, 17, 22$ (diferencias iguales)	Suma constante
$3, 4, 7, 12, 19$ (diferencias de 2 en 2)	Lleva n^2
$3, 6, 12, 24$ (cociente constante)	Multiplicar por un factor
$5, 10, 8, 16$ (suben y bajan)	Dos operaciones alternadas o dos series entrelazadas

Prueba en orden: diferencias, diferencias de las diferencias, cocientes, pares e impares.

OJO Una regla solo vale si explica todos los términos dados: compruébala con cada uno.

Tendencias lineal y exponencial

$$a_n = a_1 + (n-1)\,d$$

$$a_n = a_1\, r^{\,n-1}$$

Diferencias iguales: lineal. Cocientes iguales: exponencial.

EJEMPLO $1\,024,\ 768,\ 576,\ 432, \ldots$: sexta medición

1. Cocientes: $768/1\,024 = 576/768 = \frac{3}{4}$
2. $432 \cdot \frac{3}{4} = 324$ y $324 \cdot \frac{3}{4} = 243$

RESP. 243

Variables, factores e igualdades falsas

TRUCO Sustituye cada variable por su factor de cambio: al cuadrado, se eleva el factor; en el denominador, se invierte. En $R = \dfrac{ab^2}{c}$ con $a \to \frac{1}{2}, b \to 3, c \to 2$: $\frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$.

Expresión	Es igual a
$(a+b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
$a^2 - b^2$	$(a-b)(a+b)$
$\sqrt{a+b}$	no es $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

OJO Si una variable al cuadrado se triplica, el factor es 9, no 3.

Analogías, códigos e interpolación

$$b = ma + k$$

$$y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,(x - x_1)$$

Analogía lineal: dos parejas dan m y k; comprueba con una tercera. **Interpolar**: x entre x_1 y x_2. **Extrapolar**: fuera.

TRUCO En máquinas y códigos, aplica los pasos en el orden del enunciado, anota cada resultado y para la entrada deshazlos al revés.

Gráfica	Sirve para
Barras	comparar categorías
Líneas	cambio en el tiempo
Sectores	partes de un total ($360^\circ = 100\,\%$)
Tabla	valores exactos

Mapa a escala $1 : n$: 1 cm del mapa son n cm reales.

OJO Dos parejas siempre caben en una recta, pero puede no ser la regla real. Extrapolar lejos es predecir, no medir.

Las 3 trampas de esta materia

1. Plantear la dilución con el porcentaje y no con el soluto, que es lo que no cambia.
2. Aceptar una regla de serie que no explica todos los términos dados.
3. Probar con unos números y dar por demostrada una afirmación general.