ESCONCURSO · FORMULARIO IMPRIMIBLE

# Formulario de Probabilidad y estadística

EXANI-II: datos, frecuencias, centro y dispersión, conteo, axiomas y distribuciones.

## Datos, muestras y variables

| Tipo de variable | Ejemplo |
|---|---|
| Cualitativa nominal (sin orden) | Marca, tipo de sangre |
| Cualitativa ordinal (con orden) | Talla CH, M, G |
| Cuantitativa discreta (se cuenta) | Goles por partido |
| Cuantitativa continua (se mide) | Masa, rapidez |

- **Parámetro:** medida de la población. **Estadístico:** medida de la muestra.
- Muestra aleatoria: simple, **sistemática** (cada $k$-ésimo) o **estratificada** (sorteo por grupo).

**OJO** Un número de camiseta es nominal: promediarlo no significa nada. Una muestra de voluntarios no es aleatoria.

## Frecuencias y gráficas

$$fr_i = \frac{f_i}{n} \qquad F_i = f_1 + \cdots + f_i \qquad \% = fr \cdot 100$$

$$\sum f_i = n \qquad \sum fr_i = 1 \qquad m = \frac{L_{inf} + L_{sup}}{2}$$

$m$ es la marca de clase (punto medio del intervalo). La acumulada responde «hasta» y «a lo más».

| Gráfica | Úsala para |
|---|---|
| Barras (separadas) | Comparar categorías |
| Histograma (barras juntas) | Datos agrupados en intervalos |
| Circular | Parte del todo: $fr \cdot 360°$ |
| Línea; caja | Cambio en el tiempo; mínimo, cuartiles y máximo |

**OJO** La frecuencia no es el dato: si el 2 aparece 14 veces, $f = 14$.

## Medidas de centro

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{\sum f \cdot x}{\sum f} \qquad \bar{x}_{agrup} = \frac{\sum f \cdot m}{n}$$

| Medida | Cómo se obtiene |
|---|---|
| Mediana | Dato central ordenado; con $n$ par, promedio de los dos centrales |
| Moda | Dato más repetido; puede no existir o haber varias |

**TRUCO** Con $n$ datos, la mediana ocupa el lugar $\frac{n+1}{2}$ si $n$ es impar.

**OJO** Un dato extremo arrastra a la media; la mediana casi no se mueve.

## Dispersión y posición

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x-\mu)^2}{N} \qquad s^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1} \qquad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Entre $N$ con toda la población; entre $n-1$ con una muestra. Sumar una constante no cambia la dispersión; multiplicar por $k$: $\sigma \times |k|$ y varianza $\times k^2$.

$$i = \frac{k\,n}{100} \qquad Q_1 = P_{25} \qquad Q_2 = P_{50} \qquad Q_3 = P_{75}$$

Si $i$ es entero, promedia los lugares $i$ e $i+1$; si no, toma el siguiente. Rango intercuartílico: $Q_3 - Q_1$.

**OJO** Estar en el percentil 85 es superar al 85 % del grupo, no sacar 85 puntos.

## Conjuntos y espacio muestral

| Operación | Se lee |
|---|---|
| $A \cup B$ | $A$ o $B$ (unión) |
| $A \cap B$ | $A$ y $B$ (intersección) |
| $A'$ | No $A$ (complemento) |
| $A - B$ | En $A$ y no en $B$ |

Si $A \cap B = \varnothing$, los eventos son mutuamente excluyentes. Un conjunto de $n$ elementos tiene $2^n$ subconjuntos.

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \qquad |A'| = |S| - |A|$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \qquad (A \cap B)' = A' \cup B'$$

Si los resultados son igual de probables, $P(A) = \frac{|A|}{|S|}$.

**OJO** Al unir conjuntos hay que restar la intersección; si no, se cuenta doble lo que está en ambos.

## Técnicas de conteo

| Técnica | ¿Orden? | ¿Repite? | Fórmula |
|---|---|---|---|
| Multiplicativo | — | — | $n_1 \cdot n_2 \cdots n_k$ |
| Con repetición | Sí | Sí | $n^r$ |
| Variaciones | Sí | No | $\dfrac{n!}{(n-r)!}$ |
| Permutar $n$ | Sí | No | $n!$ |
| Con elementos iguales | Sí | Hay iguales | $\dfrac{n!}{a!\,b!\cdots}$ |
| Combinaciones | No | No | $\dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$ |

$0! = 1$. «Y» multiplica; «o» suma.

**TRUCO** Pregunta primero: ¿cambia el resultado si cambia el orden? ¿Puede repetirse un elemento?

**OJO** Si el orden no importa y usas permutaciones, cuentas cada grupo varias veces ($504$ en vez de $84$).

## Axiomas y reglas de probabilidad

1. $P(A) \geq 0$.
2. $P(S) = 1$.
3. Si $A$ y $B$ son excluyentes, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

$$P(\varnothing) = 0 \qquad P(A') = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad P(A \cap B) = P(A)\,P(B) \text{ (indepe}$$

En un diagrama de árbol, se multiplica a lo largo de la rama y se suman las ramas que llevan al evento.

**OJO** Una probabilidad nunca es negativa ni mayor que $1$. «Al menos uno» se resuelve con $1 - P(\text{ninguno})$.

## Distribuciones y valor esperado

| Distribución | Cuándo | Fórmula |
|---|---|---|
| Binomial | $n$ ensayos independientes, éxito $p$ | $\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$; $\mu = np$ |
| Poisson | Conteo por intervalo, tasa $\lambda$ | $\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}$; $\mu = \sigma^2 = \lambda$ |
| Normal | Campana simétrica | $z = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$; $68 / 95 / 99.7\,\%$ a $1,\ 2,\ 3\,\sigma$ |

$$E(X) = \sum x \cdot P(x) \qquad \sum P(x) = 1$$

**OJO** En el binomial, olvidar $\binom{n}{k}$ da una probabilidad demasiado chica.

## Las 3 trampas de esta materia

1. Si el orden no importa, usa combinaciones; con permutaciones cuentas de más.
2. Al unir eventos resta la intersección; «al menos uno» es 1 menos «ninguno».
3. La media se mueve con un extremo; la mediana casi no. Percentil 85 no es 85 puntos.