ESCONCURSO · FORMULARIO IMPRIMIBLE

Formulario de Pensamiento matemático

EXANI-II: números, álgebra, funciones, geometría, trigonometría, estadística y probabilidad.

Números, exponentes y unidades

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^0 = 1 \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

Si las bases son distintas, escríbelas como potencias de un mismo número ($4 = 2^2$, $8 = 2^3$).

Magnitud	Equivalencia
Longitud y área	$1\ \text{km} = 1\,000\ \text{m}$; $1\ \text{ha} = 10\,000\ \text{m}^2$; $1\ \text{m}^2 = 10\,000\ \text{cm}^2$
Volumen	$1\ \text{L} = 1\,000\ \text{cm}^3$; $1\ \text{m}^3 = 1\,000\ \text{L}$
Rapidez	$\text{km/h} \div 3.6 = \text{m/s}$

OJO $2^{-3} = \frac{1}{8}$, no -8. Y $1\ \text{m}^2 = 10\,000\ \text{cm}^2$, no 100.

Razones, variación y porcentaje

Directa

- Una sube y la otra también.
- y/x constante.

Inversa

- Una sube y la otra baja.
- $x \cdot y$ constante.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc \qquad \text{parte} = \frac{p}{100} \cdot \text{total}$$

$$\text{cambio} = \frac{\text{nuevo} - \text{original}}{\text{original}} \cdot 100$$

Aumento de p %: $\times(1 + \frac{p}{100})$. Descuento: $\times(1 - \frac{p}{100})$. La base es el valor original.

OJO Los porcentajes sucesivos se multiplican: $+25$ % y -10 % es $\times 1.25 \times 0.90$, no $+15$ %.

Álgebra y polinomios

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \qquad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+p)(x+q) = x^2 + (p+q)x + pq \qquad ax + ay = a(x+y)$$

Para simplificar una fracción, factoriza y cancela solo factores. Residuo de $P(x) \div (x-a)$: $P(a)$.

TRUCO Para factorizar $x^2 + bx + c$ busca dos números que sumen b y multipliquen c.

OJO $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$ (falta $2ab$). En $\frac{x+4}{4}$ no se cancela el 4: es un sumando.

Recta e inecuaciones

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad y = mx + b \qquad y - y_1 = m(x - x_1)$$

m: cuánto sube y por unidad de x; b: corte con el eje y. Corte con el eje x: haz $y = 0$. Paralelas: misma m. Con $Ax + By = C$ despeja y.

Pendiente	La recta
$m > 0$	Sube de izquierda a derecha
$m < 0$	Baja
$m = 0$	Horizontal

OJO Al multiplicar o dividir una inecuación por un negativo se invierte el signo: $-5x > -15 \Rightarrow x < 3$.

Sistemas y función cuadrática

$$f(x) = ax^2 + bx + c \qquad x_v = -\frac{b}{2a} \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Si $a > 0$ abre hacia arriba (vértice mínimo); si $a < 0$, hacia abajo (máximo). Corta al eje y en c.

$D = b^2 - 4ac$	Cortes con el eje x
$D > 0$	Dos
$D = 0$	Uno (el vértice)
$D < 0$	Ninguno

- Sistema 2×2: sustitución, igualación o suma y resta. Rectas paralelas: sin solución; coincidentes: infinitas.
- Con 3 incógnitas, cancela la misma letra en dos pares de ecuaciones.

OJO x_v dice dónde ocurre el máximo; su valor es $f(x_v)$.

Geometría y transformaciones

Figura	Área
Rectángulo, paralelogramo	$b \cdot h$
Triángulo	$\frac{bh}{2}$
Trapecio	$\frac{(B+b)h}{2}$
Rombo	$\frac{Dd}{2}$
Círculo	πr^2; perímetro $2\pi r$

Reflexión de (x, y)	Resultado
Eje x	$(x, -y)$
Eje y	$(-x, y)$
Recta $y = x$	(y, x)
Origen	$(-x, -y)$

REBOTES Refleja el punto de llegada respecto a la banda: el camino con rebote se vuelve una recta.

OJO En el trapecio la altura no es el lado inclinado. En el círculo usa el radio, no el diámetro.

Trigonometría

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}} \qquad \cos\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} \qquad \tan\theta = \frac{\text{op}}{\text{ady}}$$

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad \tan\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

Ley de senos: $\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B}$. Ley de cosenos: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$.

Ángulo	sen	cos	tan
$30°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$45°$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60°$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

OJO Opuesto y adyacente dependen del ángulo dado. Elevación y depresión se miden desde la horizontal.

Estadística y probabilidad

$$\bar{x} = \frac{\sum f \cdot x}{\sum f} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x-\mu)^2}{N}} \qquad s = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1}}$$

$$P(A) = \frac{\text{favorables}}{\text{posibles}} \qquad P(\text{no } A) = 1 - P(A)$$

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$$

Mediana: dato central. Moda: el más repetido. Percentil k: deja por debajo al k % de los datos; $Q_1 = P_{25}$, $Q_3 = P_{75}$ (con $i = \frac{kn}{100}$). Independientes: $P(A \text{ y } B) = P(A)P(B)$. Etapas: se multiplican las opciones.

TRUCO «Al menos uno»: $1 - P(\text{ninguno})$. Sumar una constante no cambia la desviación estándar.

OJO En una tabla, la frecuencia no es el dato. Un extremo mueve la media, no la mediana. Una probabilidad nunca pasa de 1.

Las 3 trampas de esta materia

1. Los porcentajes sucesivos se multiplican; no se suman.
2. Al dividir una inecuación entre un negativo, el signo se invierte.
3. Opuesto y adyacente cambian según el ángulo; el área lleva radio, no diámetro.