ESCONCURSO · FORMULARIO IMPRIMIBLE

Formulario de Matemáticas

Examen de admisión UNAM, Área IV (Humanidades y Artes): álgebra, trigonometría y geometría analítica

Exponentes, radicales y complejos

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} \qquad \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

$$i^2 = -1 \qquad (a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

Cuándo: simplificar potencias y raíces; racionaliza con el conjugado. El conjugado de $a+bi$ es $a-bi$.

OJO $-4^2 = -16$, pero $(-4)^2 = 16$. Y $\sqrt{9+16} = 5$, no $3+4$.

Productos notables y factorización

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \qquad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

Cuándo: factorizar es deshacer el producto. Si $P(a) = 0$, $(x-a)$ es factor de $P(x)$; el residuo de dividir entre $(x-a)$ es $P(a)$.

OJO Cancelar sumandos en vez de factores: $\frac{x+3}{x}$ no es 3. Con un menos delante del paréntesis, cambia todos los signos.

Ecuaciones y desigualdades

$$ax^2 + bx + c = 0 \;\Rightarrow\; x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$: positivo, dos soluciones reales; cero, una doble; negativo, dos complejas. Incompleta: $ax^2 + bx = 0$ se factoriza $x(ax+b) = 0$.

OJO De $x^2 = 3x$ no pases a $x = 3$: pierdes $x = 0$. Dividir una desigualdad entre un negativo invierte el signo.

Sistemas de ecuaciones

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \qquad x = \frac{D_x}{D} \qquad y = \frac{D_y}{D} \qquad z = \frac{D_z}{D}$$

Cuándo: Cramer sirve solo si $D \neq 0$ (solución única). Rectas que se cortan: una solución; coinciden: infinitas; paralelas: ninguna.

OJO Al multiplicar una ecuación para eliminar, multiplica todos sus términos, también el independiente.

Funciones y logaritmos

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x) \qquad \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)},\ g \neq 0 \qquad (f$$

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N \qquad \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^k = k \log_a M \qquad \log_a 1 = 0 \qquad \log_a a = 1$$

$y = a^x$: dominio $\mathbb{R}$, rango $(0, \infty)$, pasa por $(0,1)$. $y = \log_a x$: dominio $(0, \infty)$, pasa por $(1,0)$; es la inversa de la exponencial.

OJO $\log(M+N) \neq \log M + \log N$ y $f(a+b) \neq f(a) + f(b)$. En $f \circ g$ actúa primero g.

Trigonometría de triángulos

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{op}{hip} \qquad \cos\theta = \frac{ady}{hip} \qquad \tan\theta = \frac{op}{ady} \qquad \pi \text{ rad} = 180°$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

Cuándo: senos si conoces un lado y su ángulo opuesto; cosenos con dos lados y el ángulo entre ellos, o los tres lados.

Ángulo	sen	cos	tan
$30°$ $(\pi/6)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$45°$ $(\pi/4)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60°$ $(\pi/3)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

OJO No mezcles grados y radianes. Con ángulo obtuso, $\cos C$ es negativo.

Funciones trigonométricas

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad \tan\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$\operatorname{sen}(-\theta) = -\operatorname{sen}\theta \qquad \cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$y = A\cos(Bx - C) + D$$

Amplitud $|A|$; periodo $2\pi/|B|$ ($\pi/|B|$ en la tangente); desfase C/B (a la derecha si es positivo); línea media $y = D$. Seno y coseno valen entre -1 y 1.

OJO El periodo es $2\pi/B$, no $2\pi \cdot B$: multiplicar x por 2 lo reduce a la mitad.

La recta

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \qquad y = mx + b \qquad Ax + By + C = 0$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \qquad G = \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$$

Paralelas: $m_1 = m_2$. Perpendiculares: $m_1 m_2 = -1$. En la forma general, $m = -A/B$. Punto medio: promedia las coordenadas.

OJO Perpendicular a $m = 2$ es $-\frac{1}{2}$, no -2. La recta debe estar igualada a cero para la distancia.

Circunferencia y parábola

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \qquad x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$(y - k)^2 = 4p(x - h) \qquad (x - h)^2 = 4p(y - k)$$

General: $C(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2})$, $r^2 = \frac{D^2+E^2}{4} - F$; completa cuadrados. Parábola: foco a $|p|$ del vértice, directriz del lado contrario, lado recto $|4p|$. Si $p > 0$ abre a la derecha o arriba.

OJO El centro se lee con signo contrario: $(x + 4)^2 = -8(y - 3)$ tiene vértice $(-4, 3)$. El lado derecho es r^2, no r.

Elipse, hipérbola y cónica general

Cónica	Ecuación (eje horizontal)	Relación
Elipse	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$c^2 = a^2 - b^2$
Hipérbola	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$c^2 = a^2 + b^2$

- $e = c/a$ ($e < 1$ elipse, $e > 1$ hipérbola); lado recto $\frac{2b^2}{a}$. Asíntotas: $y - k = \pm\frac{b}{a}(x - h)$.
- $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + \cdots = 0$: $B^2 - 4AC < 0$ elipse, $= 0$ parábola, > 0 hipérbola.

OJO No mezcles las dos relaciones de c. B es el coeficiente de xy aunque valga 0.

Las 3 trampas de esta materia

1. Cancelar sumandos en lugar de factores: (x+3)/x no se reduce a 3.
2. Perder soluciones al dividir entre la incógnita o aceptar logaritmos fuera del dominio.
3. Confundir signos al leer el centro o el vértice: (x+4) significa h = −4.