ESCONCURSO · FORMULARIO IMPRIMIBLE

Formulario de Matemáticas

Matemáticas para el examen de la UNAM, Área III (Ciencias Sociales): álgebra, funciones, trigonometría y cónicas.

Exponentes, radicales y complejos

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} \qquad \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

$$i^2 = -1 \qquad (a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{c^2+d^2}$$

Para racionalizar un binomio, multiplica por su conjugado.

OJO $-4^2 = -16$ pero $(-4)^2 = 16$. Y $\sqrt{9+16} = 5$, no $3+4$.

Productos notables y factorización

Nombre	Fórmula
Cuadrado de binomio	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
Conjugados	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Término común	$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
Cubo de binomio	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
Suma/diferencia de cubos	$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

$$R = P(a) \text{ (residuo)} \qquad (x-a) \text{ es factor} \iff P(a) = 0$$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k \qquad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

OJO Cancelar sumandos, no factores: $\frac{x+3}{x}$ no es 3.

Ecuaciones y desigualdades

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$\Delta > 0$: dos reales; $\Delta = 0$: una doble; $\Delta < 0$: dos complejas. Al multiplicar o dividir una desigualdad entre un negativo, se invierte el signo.

OJO $x^2 = 3x$ no se reduce a $x = 3$: factoriza $x(x-3) = 0$ y salen 0 y 3.

Sistemas de ecuaciones

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \qquad x = \frac{D_x}{D} \qquad y = \frac{D_y}{D} \qquad z = \frac{D_z}{D}$$

Cramer solo sirve si $D \neq 0$. D_x: cambia la columna de x por los términos independientes.

Rectas	Solución
Se cortan	una (determinado)
Coinciden	infinitas
Paralelas	ninguna (incompatible)

OJO Al eliminar, multiplica todos los términos de la ecuación, también el independiente.

Funciones algebraicas

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x) \qquad (fg)(x) = f(x)\,g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)},\ g(x) \neq 0 \qquad (f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$$

Dominio: lo que puedes meter; rango: lo que sale. Si una recta vertical corta la gráfica dos veces, no es función.

OJO En general $f \circ g \neq g \circ f$, y $f(a+b) \neq f(a) + f(b)$.

Trigonometría: triángulos

$$\pi \text{ rad} = 180^\circ \qquad \operatorname{sen}\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}} \qquad \cos\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} \qquad \tan\theta =$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

Senos: un lado y su ángulo opuesto. Cosenos: dos lados y el ángulo entre ellos, o los tres lados.

Ángulos notables

Grados	Rad	sen	cos	tan
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	no existe

OJO Con un ángulo obtuso el coseno es negativo; no confundas grados con radianes.

Funciones trigonométricas

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad \tan\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$\operatorname{sen}(-\theta) = -\operatorname{sen}\theta \qquad \cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$y = A\cos(Bx - C) + D$$

$$\text{amplitud} = |A| \qquad \text{periodo} = \frac{2\pi}{|B|} \qquad \text{desfase} = \frac{C}{B}$$

Seno y coseno: dominio $\mathbb{R}$, rango $[-1, 1]$, periodo 2π. Tangente: periodo π.

OJO El periodo es $2\pi/B$, no $2\pi \cdot B$: multiplicar x por 2 lo reduce a la mitad.

Exponenciales y logaritmos

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N \qquad \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^k = k\log_a M \qquad \log_a 1 = 0 \qquad \log_a a = 1$$

Valen con $M, N > 0$. Son funciones inversas: simétricas respecto de $y = x$.

$y = a^x$
- Rango $(0, \infty)$.
- Asíntota $y = 0$; pasa por $(0, 1)$.

$y = \log_a x$
- Dominio $(0, \infty)$.
- Asíntota $x = 0$; pasa por $(1, 0)$.

OJO $\log(M + N) \neq \log M + \log N$; revisa que las soluciones estén en el dominio.

La recta

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \qquad y = mx + b \qquad Ax + By + C = 0$$

$$\parallel:\ m_1 = m_2 \qquad \perp:\ m_1 m_2 = -1 \qquad d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Punto medio: promedio de las coordenadas. Baricentro: promedio de los tres vértices.

OJO Perpendicular a $m = 2$ es $-\frac{1}{2}$, no -2. La distancia a la recta exige forma general.

Cónicas

Ecuaciones ordinarias con centro o vértice en (h, k)

Cónica	Ecuación	Relaciones
Circunferencia	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	centro (h, k), radio r
Parábola	$(y-k)^2 = 4p(x-h)$	foco a $\lvert p\rvert$ del vértice; $LR = \lvert 4p\rvert$
Elipse	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$c^2 = a^2 - b^2$; $LR = \frac{2b^2}{a}$
Hipérbola	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$c^2 = a^2 + b^2$; $y - k = \pm\frac{b}{a}(x-h)$

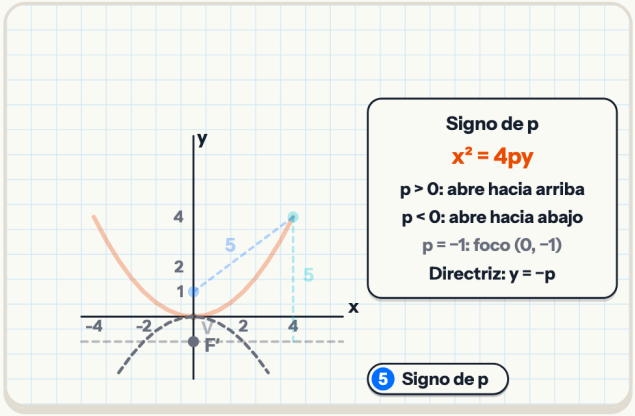
Ecuación general $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$

$B^2 - 4AC$	Cónica
Negativo	Elipse (círculo si $B = 0$ y $A = C$)
Cero	Parábola
Positivo	Hipérbola

OJO El centro se lee con signo contrario: $(x+4)^2 = -8(y-3)$ tiene vértice $(-4, 3)$. Y el lado derecho es r^2, no r.

MATEMÁTICAS · UNAM, IPN, UAM, EXANI-II

Circunferencia y parábola con coordenadas



Circunferencia: distancia r → Ecuación y prueba de puntos → Parábola: foco y directriz …

esconcurso.com

Infografía completa en esconcurso.com/infografias/circunferencia-y-parabola

Las 3 trampas de esta materia

1. Distribuir mal el signo menos o cancelar sumandos en lugar de factores.
2. Confundir grados con radianes o el periodo $2\pi/B$ con $2\pi B$.
3. Leer mal el centro o el vértice: $(x + 4)$ significa $h = -4$.