ESCONCURSO · FORMULARIO IMPRIMIBLE

Formulario de Matemáticas

UNAM, Área I (Físico-matemáticas e ingenierías): álgebra, trigonometría, geometría analítica y cálculo.

Exponentes, radicales y complejos

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} \qquad \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

$$i^2 = -1 \qquad (a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

Para dividir complejos, multiplica por el conjugado del denominador.

OJO $-3^2 = -9$, pero $(-3)^2 = 9$. Y $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$.

Productos notables y factorización

Nombre	Fórmula
Cuadrado de binomio	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
Conjugados	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Término común	$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
Cubo de binomio	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
Suma y diferencia de cubos	$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

$$R = P(a) \text{ al dividir entre } (x-a) \qquad (x-a) \text{ es factor} \iff$$

Teorema del residuo y del factor.

OJO $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$ (falta $2ab$). No canceles sumandos, solo factores.

Ecuaciones y sistemas

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \qquad x = \frac{D_x}{D} \qquad y = \frac{D_y}{D}$$

$\Delta > 0$: dos reales; $\Delta = 0$: una doble; $\Delta < 0$: dos complejas. Cramer necesita $D \neq 0$.

OJO No simplifiques una x en $x^2 = 3x$: factoriza $x(x-3) = 0$. Dividir una desigualdad entre un negativo la invierte.

Funciones, exponenciales y logaritmos

$$(f \circ g)(x) = f\big(g(x)\big)$$

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N \qquad \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^k = k \log_a M \qquad \log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$$

En $f \circ g$ actúa primero g. Dominio de $\log_a x$: $(0,\infty)$; de a^x: $\mathbb{R}$, con rango $(0,\infty)$.

OJO $\log(M+N) \neq \log M + \log N$. Excluye del dominio denominadores cero y raíces pares de negativos.

Trigonometría

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}} \qquad \cos\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} \qquad \tan\theta = \frac{\text{op}}{\text{ady}}$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

$$\theta_{\text{rad}} = \theta^\circ \cdot \frac{\pi}{180} \qquad \operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

Senos: un lado y su ángulo opuesto. Cosenos: dos lados y el ángulo entre ellos, o los tres lados.

Ángulo	sen	cos	tan
30° $(\pi/6)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45° $(\pi/4)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60° $(\pi/3)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Gráficas trigonométricas

$$y = A\operatorname{sen}(Bx - C) + D$$

$$\text{amplitud} = |A| \qquad \text{periodo} = \frac{2\pi}{|B|} \qquad \text{desfase} = \frac{C}{B}$$

Igual con el coseno. En la tangente el periodo es $\pi/|B|$. Rango de seno y coseno: $[-1, 1]$.

OJO Periodo es $2\pi/B$, no $2\pi B$: con $B = 2$ la gráfica se comprime.

La recta

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \qquad y = mx + b \qquad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$m_1 = m_2 \ (\parallel) \qquad m_1 m_2 = -1 \ (\perp) \qquad d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Punto medio: promedio de coordenadas. Baricentro: promedio de los tres vértices.

OJO Perpendicular a $m = 2$ es $-\frac{1}{2}$, no -2.

Circunferencia y cónicas

Cónica	Ecuación con centro o vértice (h, k)
Circunferencia	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
Parábola	$(y-k)^2 = 4p(x-h)$
Elipse	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
Hipérbola	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

$$\text{Elipse: } c^2 = a^2 - b^2 \qquad \text{Hipérbola: } c^2 = a^2 + b^2$$

$$e = \frac{c}{a} \qquad LR = \frac{2b^2}{a} \qquad LR_{parab} = |4p|$$

Con $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + \cdots = 0$: $B^2 - 4AC < 0$ elipse; $= 0$ parábola; > 0 hipérbola.

OJO En $(y+2)^2 = 12(x+1)$ el vértice es $(-1, -2)$. No mezcles las dos relaciones de c.

Límites y derivadas

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1 \qquad f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$(x^n)' = nx^{n-1} \qquad (uv)' = u'v + uv' \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(e^u)' = e^u u' \qquad (\ln u)' = \frac{u'}{u} \qquad (\operatorname{sen} u)' = \cos u \, u'$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a) \ \text{(tangente)}$$

Con $\frac{0}{0}$ factoriza o racionaliza. Si $f' = 0$: $f'' < 0$ máximo, $f'' > 0$ mínimo.

OJO $f'(c) = 0$ no siempre da extremo (x^3 en 0). El cociente lleva signo menos.

Integrales

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \ (n \neq -1) \qquad \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int e^x \, dx = e^x + C \qquad \int \operatorname{sen} x \, dx = -\cos x + C \qquad \int \cos x$$

$$\int_a^b f \, dx = F(b) - F(a) \qquad \int u \, dv = uv - \int v \, du$$

En la definida no hay C.

OJO Olvidar $+C$, o usar la regla de la potencia en $\int dx/x$.

Las 3 trampas de esta materia

1. Signos: paréntesis con menos delante y desigualdades entre negativos.
2. No hay atajos con suma: (a+b)² no es a²+b², ni log(M+N) separa.
3. Confundir las relaciones de c en elipse e hipérbola, o el periodo.