ESCONCURSO · FORMULARIO IMPRIMIBLE

Formulario de Matemáticas

Examen de la UAM, división CBS: álgebra, trigonometría, geometría analítica, cálculo y estadística.

Exponentes y radicales

Ley ($a \neq 0$)	Ejemplo
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$x^3 \cdot x^{-5} = x^{-2}$
$a^m / a^n = a^{m-n}$	$y^4 / y^7 = y^{-3}$
$(a^m)^n = a^{mn}$	$(2x^2)^3 = 8x^6$
$a^{-n} = 1/a^n$; $a^0 = 1$	$3^{-2} = 1/9$
$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$	$8^{2/3} = 4$

TRUCO Racionalizar: $\dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$.

Proporciones y porcentajes

- Con dos números: $\text{mcm} \cdot \text{MCD} = a \cdot b$. mcm para coincidir, MCD para repartir.
- Regla de tres: decide si es directa o inversa; en la inversa se multiplican las cantidades en línea.

OJO Un aumento de $20\,\%$ y una baja de $20\,\%$ dan $1.2 \cdot 0.8 = 0.96$: los porcentajes sucesivos se multiplican.

Productos notables y factorización

Nombre	Desarrollo
Cuadrado de binomio	$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
Conjugados	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Cubo de binomio	$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
Término común	$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
Suma o resta de cubos	$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

OJO $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$. En $\dfrac{x+2}{x+6}$ no se cancela x: son sumandos, no factores.

Ecuación de segundo grado

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$: $\Delta > 0$, dos soluciones reales; $\Delta = 0$, una doble; $\Delta < 0$, ninguna real.

OJO En $x^2 = 5x$ no dividas entre x: pierdes $x = 0$. Elevar al cuadrado puede crear raíces falsas.

Trigonometría: valores notables

θ	$\operatorname{sen}\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
$0°$	0	1	0
$30° = \pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
$45° = \pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
$60° = \pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
$90° = \pi/2$	1	0	no existe

Triángulo rectángulo: $\operatorname{sen} = \text{op/hip}$, $\cos = \text{ady/hip}$, $\tan = \text{op/ady}$. $180° = \pi$ rad.

Identidades y leyes

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad c^2 = a^2 + b^2$$

$$\operatorname{sen}(A \pm B) = \operatorname{sen}A\cos B \pm \cos A \operatorname{sen}B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \operatorname{sen}A \operatorname{sen}B$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen}A} = \frac{b}{\operatorname{sen}B} \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

Senos: un lado y su ángulo opuesto conocidos. Cosenos: dos lados y el ángulo entre ellos, o los tres lados.

OJO $\operatorname{sen}(A+B) \neq \operatorname{sen}A + \operatorname{sen}B$; en $\cos(A \pm B)$ el signo del medio es el contrario.

Recta y cónicas

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad y - y_1 = m(x - x_1)$$

Paralelas: $m_1 = m_2$. Perpendiculares: $m_1 m_2 = -1$. Con $Ax + By + C = 0$: $m = -A/B$.

Curva	Ecuación con centro o vértice (h,k)
Circunferencia	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
Parábola	$(x-h)^2 = 4p(y-k)$
Elipse	$\dfrac{(x-h)^2}{a^2} + \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$; $c^2 = a^2 - b^2$
Hipérbola	$\dfrac{(x-h)^2}{a^2} - \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$; $c^2 = a^2 + b^2$

OJO $(x+2)^2$ significa $h = -2$. Al completar el cuadrado, suma al otro lado lo mismo que agregaste.

Derivadas e integrales

$$(c)' = 0 \qquad (x^n)' = nx^{n-1} \qquad (u \pm v)' = u' \pm v'$$

$$(uv)' = u'v + uv' \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C\ (n \neq -1) \qquad \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$f'(x)$ es la pendiente de la tangente. Antes de derivar, escribe raíces y cocientes como potencias: $\sqrt{x} = x^{1/2}$.

OJO $(uv)' \neq u'v'$. En el cociente, el orden de la resta importa. No olvides la constante C.

Logaritmos

Logaritmo: $\log_a b = c$ significa $a^c = b$ $(a > 0, a \neq 1, b > 0)$.
Ejemplo: $\log_2 32 = 5$.

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N \qquad \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a(M^k) = k \log_a M \qquad \log_a a = 1 \qquad \log_a 1 = 0$$

OJO $\log(M+N) \neq \log M + \log N$; solo el producto se separa.

Estadística descriptiva

Medida	Cómo se obtiene
Media	$\sum x_i/n$
Mediana	Dato central de los datos ordenados
Moda	El dato que más se repite
Desviación estándar	$\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2/n}$

CLAVE Suma k a todos los datos: la media sube k y la desviación no cambia. Multiplica por k: ambas se multiplican por k.

Las 3 trampas de esta materia

1. Productos notables: $(a+b)^2$ lleva el término $2ab$; y solo se cancelan factores, no sumandos.
2. En la elipse se resta ($c^2 = a^2 - b^2$); en la hipérbola se suma ($c^2 = a^2 + b^2$).
3. Derivada de un producto o cociente: tiene regla propia; no se deriva factor por factor.