ESCONCURSO · FORMULARIO IMPRIMIBLE

Formulario de Matemáticas

Admisión al IPN, área Ingeniería y Ciencias Físico Matemáticas: del álgebra al cálculo y la probabilidad

Razonamiento y números

$$a_n = a_1 + (n-1)d \qquad a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$0.\overline{ab} = \frac{ab}{99} \qquad 0.a\overline{b} = \frac{ab - a}{90}$$

Cubo $n \times n \times n$ pintado: 3 caras, 8; 2 caras, $12(n-2)$; 1 cara, $6(n-2)^2$; 0 caras, $(n-2)^3$.

OJO $-3^2 = -9$ pero $(-3)^2 = 9$. Descuentos de 20 % y 10 % no suman 30 %: dan $0.8 \cdot 0.9 = 0.72$ del precio.

Exponentes y factorización

$$a^m a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{mn} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad a^{m/n}$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \qquad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \qquad a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2$$

Factoriza primero y simplifica después: solo se cancelan **factores**.

OJO $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$ (falta $2ab$). En $\frac{x^2-4x}{x^2-16}$ no se tachan sumandos.

Funciones, cuadráticas y logaritmos

$$f(x) = mx + b \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x_v = -\frac{b}{2a}$$

$$\log_a x = y \iff a^y = x \qquad \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$$

$D = b^2 - 4ac$: $D > 0$, dos raíces reales; $D = 0$, una doble; $D < 0$, ninguna real. $a^u = a^v \iff u = v$.

OJO $\log(M+N) \neq \log M + \log N$. Cada argumento debe resultar positivo.

Geometría euclidiana

$$c^2 = a^2 + b^2 \qquad S_{\text{int}} = (n-2)180^\circ \qquad D = \frac{n(n-3)}{2} \qquad \alpha_c$$

$$C = 2\pi r \qquad A = \pi r^2 \qquad A_{\text{pol. regular}} = \frac{P\,a}{2}$$

Los ángulos de un triángulo suman 180°. Semejantes: ángulos iguales y lados proporcionales (Tales).

OJO El ángulo inscrito mide la **mitad** del arco. $(n-2)180^\circ$ es la suma, no cada ángulo: en un polígono regular divide entre n.

Trigonometría

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\text{op}}{\text{hip}} \qquad \cos\theta = \frac{\text{ady}}{\text{hip}} \qquad \tan\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

Ángulo	sen	cos	tan
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Cuándo: senos con un lado y su ángulo opuesto; cosenos con dos lados y el ángulo entre ellos.

OJO En $y = A\operatorname{sen} Bx$, B cambia el periodo ($2\pi/|B|$), no la amplitud.

Recta, cónicas y polares

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \qquad r_1 \parallel r_2 \iff m_1 = m_2 \qquad r_1 \perp r_2$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \qquad x = r\cos\theta \qquad y = r\operatorname{sen}\theta \qquad r^2 =$$

Cónica	Ecuación	Dato clave
Circunferencia	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	radio r
Parábola	$(x-h)^2 = 4p(y-k)$	foco a p del vértice
Elipse	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$c^2 = a^2 - b^2$
Hipérbola	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$c^2 = a^2 + b^2$

OJO $\arctan(y/x)$ no distingue cuadrantes: $(-3, 3)$ está a 135°, no a -45°. Y de $m = \frac{2}{3}$ la perpendicular es $-\frac{3}{2}$.

Límites y derivadas

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \qquad y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = 0$$

Función	Derivada
x^n	nx^{n-1}
uv y u/v	$u'v + uv'$ y $\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$
e^u y $\ln u$	$e^u u'$ y $\dfrac{u'}{u}$
$\operatorname{sen} u$ y $\cos u$	$\cos u\, u'$ y $-\operatorname{sen} u\, u'$

Si sale $\frac{0}{0}$, factoriza o racionaliza. Con $f' = 0$: $f'' < 0$ máximo, $f'' > 0$ mínimo. Al infinito, compara los grados del cociente.

OJO Olvidar la derivada interior: la de $\ln(x^2 + 1)$ lleva el factor $2x$.

Integrales

$$\int x^n\, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C\ (n \neq -1) \qquad \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int \operatorname{sen} x\, dx = -\cos x + C \qquad \int \cos x\, dx = \operatorname{sen} x + C \qquad \int$$

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du \qquad \int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$$

$$A = \int_a^b [f - g]\, dx\ (f \geq g) \qquad L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$$

Cambio de variable si hay una función y su derivada; partes si hay un producto de tipos distintos. Comprueba derivando.

OJO Olvidar el $+C$. En la definida, cambia los límites al sustituir y recuerda que lo de abajo del eje resta.

Probabilidad y estadística

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \qquad P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!} \qquad C($$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \qquad P(A \mid B) = \frac{P(A}{P}$$

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i)P(B \mid A_i)}{\sum_j P(A_j)P(B \mid A_j)} \qquad \bar{x} = \frac{\sum f\, m}{n}$$

Importa el orden: permutación; si no, combinación. Independientes: $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. Q_1 y Q_3 son las medianas de cada mitad; m es la marca de clase.

OJO $P(A \mid B) \neq P(B \mid A)$, e independientes no es lo mismo que excluyentes.

Dominio y desigualdades

Si hay	Condición
denominador	denominador $\neq 0$
raíz de índice par	radicando ≥ 0
logaritmo	argumento > 0

OJO Al multiplicar o dividir una desigualdad entre un número negativo, el sentido se invierte.

Las 3 trampas de esta materia

1. Solo se cancelan factores, nunca sumandos; el cuadrado de una suma lleva doble producto.
2. Si el resultado es absurdo (seno mayor que 1, radio negativo), revisa los signos.
3. En derivadas e integrales: cadena, límites de la definida y el +C.