ESCONCURSO · FORMULARIO IMPRIMIBLE

Formulario de Cálculo

Límites, derivadas, integrales, área, volumen y movimiento para el EXANI-II.

Límites: propiedades

$$\lim [f \pm g] = L \pm M \qquad \lim [k\,f] = k\,L \qquad \lim [f \cdot g] = L \cdot$$

$$\lim \frac{f}{g} = \frac{L}{M}\ (M \neq 0) \qquad \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$$

Con $\lim f = L$ y $\lim g = M$. En un polinomio basta sustituir: $\lim_{x \to a} p(x) = p(a)$. El límite existe solo si coinciden los de izquierda y derecha.

Límites: 0/0 e infinito

- Sale $\frac{0}{0}$: factoriza o usa el conjugado, simplifica y luego sustituye.
- En el infinito: divide entre la mayor potencia. Grado menor arriba, 0; grados iguales, cociente de coeficientes principales.

OJO $\frac{0}{0}$ no vale 0 ni «no existe»; y $\frac{k}{0}$ con $k \neq 0$ no es un número.

Derivadas básicas

Función	Derivada
$x^n;\ k$	$nx^{n-1};\ 0$
$e^x;\ a^x;\ \ln x$	$e^x;\ a^x \ln a;\ \frac{1}{x}$
$\operatorname{sen} x;\ \cos x$	$\cos x;\ -\operatorname{sen} x$
$\tan x$	$\sec^2 x$

Producto, cociente y cadena

$$(uv)' = u'v + uv' \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Úsala cuando una función está dentro de otra.

OJO No olvides el factor interno: $\cos 2x$ da $-2 \operatorname{sen} 2x$.

Tangente y definición

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

La derivada es la pendiente de la tangente en $(a,\ f(a))$. La normal tiene pendiente $-1/m$.

OJO Deriva *antes* de sustituir: la derivada de $f(a)$ es 0.

Aplicaciones de la derivada

$$v = s' \qquad a = v' = s''$$

$$f'(x) = 0 \ \Rightarrow\ \text{máximo o mínimo}$$

$f'' > 0$ es un mínimo y $f'' < 0$ un máximo.

TRUCO En rapideces relacionadas, deriva respecto de t y sustituye los datos al final.

Integrales inmediatas

Integrando	Integral
$x^n\ (n \neq -1)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x};\ e^x$	$\ln \lvert x \rvert + C;\ e^x + C$
$\operatorname{sen} x;\ \cos x$	$-\cos x + C;\ \operatorname{sen} x + C$
$f(ax+b)$	$\frac{1}{a}F(ax+b) + C$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

TRUCO Derivar el resultado debe devolverte el integrando. No olvides la $+C$.

Integral definida

$$\int_a^b f\,dx = F(b) - F(a) \quad \text{con } F' = f$$

$$\int_a^c = \int_a^b + \int_b^c \qquad \int_a^a f = 0 \qquad \int_b^a f = -\int_a^b f$$

Invertir los límites cambia el signo.

Área, volumen y movimiento

$$A = \int_a^b [\,f_{\text{arriba}} - f_{\text{abajo}}\,]\,dx$$

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2\,dx$$

$$\text{Desplazamiento: } \int v\,dt \qquad \text{Distancia: } \int |v|\,dt$$

Volumen de revolución alrededor del eje x.

OJO Un área nunca es negativa: separa por tramos si la curva baja del eje x. Eleva al cuadrado *antes* de integrar.

Las 3 trampas de esta materia

1. Sustituir en un límite $\frac{0}{0}$ sin simplificar antes.
2. Olvidar el factor interno de la cadena o la constante $+C$.
3. Confundir desplazamiento con distancia: la distancia integra $|v|$.