# Velocidad, aceleración y razón de cambio

calcular velocidad y aceleración de un móvil con derivadas, y razones de cambio y rapidez instantánea.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

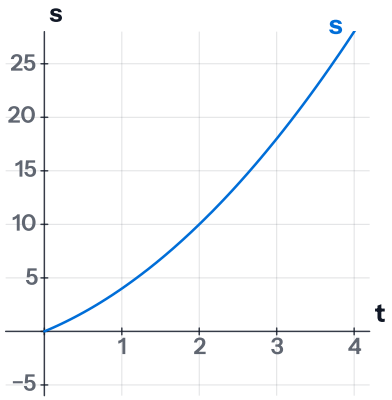
## EJERCICIOS

**1** NIVEL FÁCIL

La posición de un carrito, en metros, es s(t), con t en segundos. ¿Cuál es su velocidad en t = 2 segundos?

$$s(t) = t^2 + 3t$$

**A)** 7 m/s **B)** 10 m/s **C)** 4 m/s



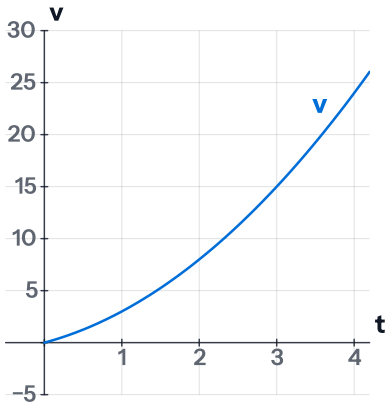

Tu procedimiento

**2** NIVEL FÁCIL

La velocidad de un ciclista, en m/s, es v(t), con t en segundos. ¿Cuál es su aceleración en t = 3 segundos?

$$v(t) = t^2 + 2t$$

**A)** 8 m/s² **B)** 15 m/s² **C)** 6 m/s²



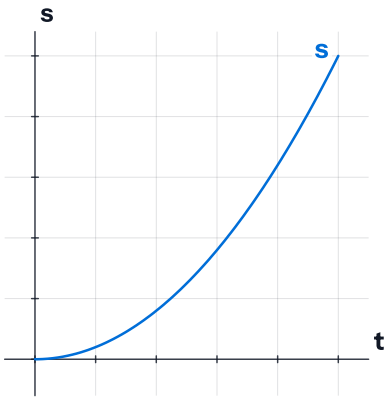

Tu procedimiento

**3** NIVEL FÁCIL

La posición de un objeto, en metros, es s(t), con t en segundos. ¿Cuál es su velocidad media entre t = 1 y t = 4 segundos?

$$s(t) = t^2$$

**A)** 8 m/s **B)** 15 m/s **C)** 5 m/s



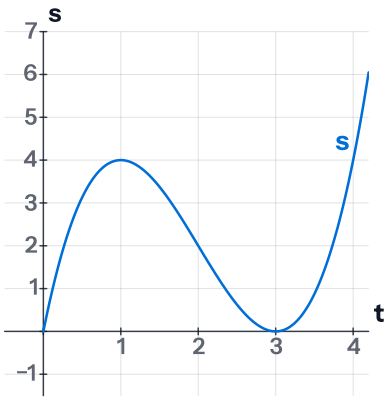

Tu procedimiento

**4** NIVEL MEDIO

La posición de una partícula sobre una recta, en metros, es s(t), con t ≥ 0 en segundos. ¿En qué instantes está en reposo?

$$s(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$$

**A)** t = 0 y t = 3 **B)** t = 2 **C)** t = 1 y t = 3



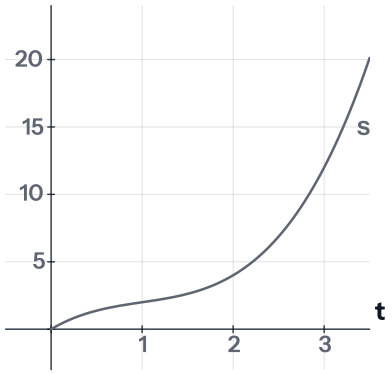

Tu procedimiento

**5** NIVEL MEDIO

La posición de un móvil, en metros, es s(t), con t en segundos. ¿Cuál es su aceleración en t = 2 segundos?

$$s(t) = t^3 - 3t^2 + 4t$$

**A)** 4 m/s² **B)** 6 m/s² **C)** 12 m/s²



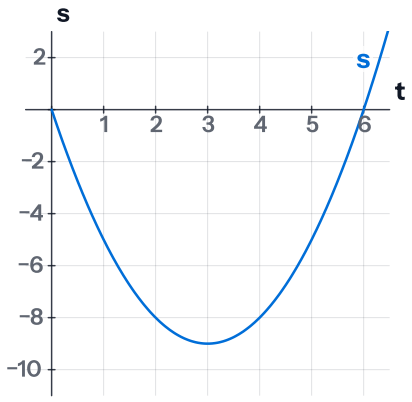

Tu procedimiento

**6** NIVEL MEDIO

La posición de un ciclista sobre una recta, en metros, es s(t), con t en segundos. ¿Cuál es su rapidez en t = 1? (La rapidez es la magnitud de la velocidad, sin signo.)

$$s(t) = t^2 - 6t$$

**A)** −4 m/s **B)** 4 m/s **C)** 5 m/s



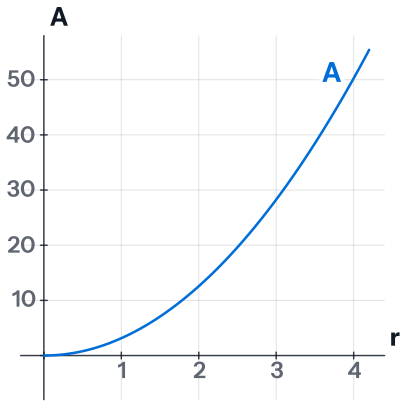

Tu procedimiento

**7** NIVEL MEDIO

El área de un círculo, en cm², depende de su radio r, en cm. ¿Con qué razón cambia el área respecto al radio cuando r = 3 cm?

$$A(r) = \pi r^2$$

**A)** 9π cm² por cm **B)** 3π cm² por cm **C)** 6π cm² por cm



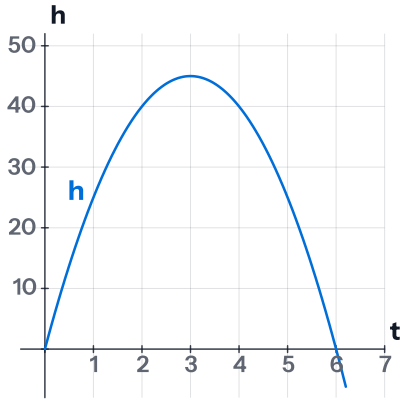

Tu procedimiento

**8** NIVEL DIFÍCIL

Una piedra lanzada hacia arriba tiene una altura h(t), en metros, con t en segundos; la velocidad es positiva cuando sube. ¿Cuál es su velocidad justo al volver al suelo?

$$h(t) = 30t - 5t^2$$

**A)** −30 m/s **B)** 30 m/s **C)** 0 m/s



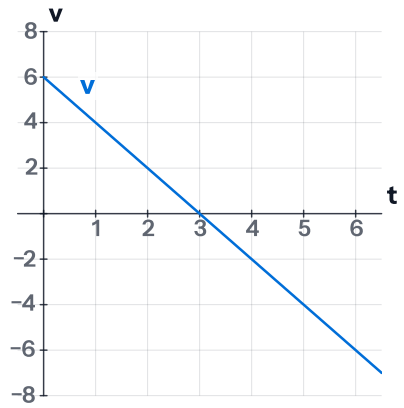

Tu procedimiento

**9** NIVEL DIFÍCIL

La velocidad de una partícula sobre una recta es v(t), en m/s, con t ≥ 0 en segundos. ¿En qué intervalo su rapidez disminuye?

$$v(t) = 6 - 2t$$

**A)** 0 < t < 3 **B)** t > 3 **C)** para todo t > 0



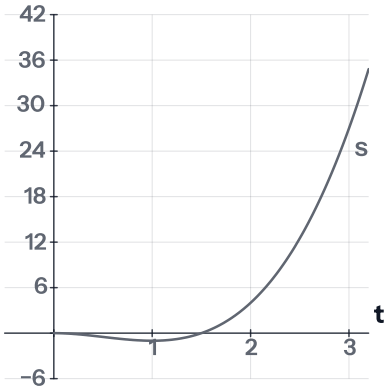

Tu procedimiento

**10** NIVEL DIFÍCIL

La posición de un móvil es s(t), en metros, con t ≥ 0 en segundos. ¿En qué instante su velocidad es 12 m/s?

$$s(t) = 2t^3 - 3t^2$$

**A)** 3/2 s **B)** 2 s **C)** $\sqrt{2}$ s




Tu procedimiento

# Claves y paso a paso

### 1. Respuesta A · Su velocidad es 7 metros por segundo

1. La velocidad es la derivada de la posición
   $s'(t) = 2t + 3$
2. Evalúa la derivada en t = 2
   $v(2) = 2(2) + 3 = 7$
3. Interpreta: 7 es la velocidad, 10 es la posición

**Ojo:** 10 m/s es la posición s(2), no la velocidad; 4 m/s solo deriva $t^2$ y olvida derivar 3t.
**Truco:** Posición → derivada → velocidad. No confundas s(t) con s′(t).

### 2. Respuesta A · Su aceleración es 8 metros por segundo cuadrado

1. La aceleración es la derivada de la velocidad
   $a(t) = v'(t) = 2t + 2$
2. Evalúa en t = 3: es la pendiente de la tangente
   $a(3) = 2(3) + 2 = 8$
3. Unidades: metros por segundo, cada segundo

**Ojo:** 15 m/s² es v(3), la velocidad; 6 m/s² usa 2t y olvida que la derivada de 2t es 2.
**Truco:** Velocidad → derivada → aceleración. La aceleración es la pendiente de v(t).

### 3. Respuesta C · La velocidad media es 5 metros por segundo

1. Calcula la posición en cada instante
   $s(1) = 1$
   $s(4) = 16$
2. Divide el cambio de posición entre el tiempo
   $\frac{s(4) - s(1)}{4 - 1}$
3. Calcula el cociente
   $\frac{16 - 1}{3} = 5$

**Ojo:** 15 m/s olvida dividir entre los 3 segundos; 8 m/s es la velocidad instantánea s′(4) = 8, no la media.
**Truco:** Velocidad media = pendiente de la secante; instantánea = pendiente de la tangente.

### 4. Respuesta C · Está en reposo en t = 1 y en t = 3

1. Deriva para obtener la velocidad
   $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$
2. Iguala a cero y factoriza
   $3(t - 1)(t - 3) = 0$
3. En esos instantes la tangente es horizontal

**Ojo:** t = 0 y t = 3 son los ceros de s(t), no de v(t); t = 2 anula la aceleración, no la velocidad.
**Truco:** Reposo: v(t) = 0. Resuelve la ecuación con la derivada, no con la posición.

### 5. Respuesta B · Su aceleración es 6 metros por segundo cuadrado

1. Primera derivada: la velocidad
   $v(t) = 3t^2 - 6t + 4$
2. Segunda derivada: la aceleración
   $a(t) = 6t - 6$
3. Evalúa en t = 2
   $a(2) = 6(2) - 6 = 6$

**Ojo:** 4 m/s² es v(2), la velocidad; 12 m/s² deriva bien $3t^2$ pero omite el −6 de la derivada de −6t.
**Truco:** Aceleración = segunda derivada de la posición: deriva dos veces.

### 6. Respuesta B · Su rapidez es 4 metros por segundo

1. Deriva para obtener la velocidad
   $v(t) = 2t - 6$
2. Evalúa en t = 1
   $v(1) = 2(1) - 6 = -4$
3. La rapidez es el valor absoluto
   $|v(1)| = |-4| = 4$

**Ojo:** −4 m/s es la velocidad con signo, no la rapidez; 5 m/s es |s(1)|, la distancia al origen.
**Truco:** Rapidez = |velocidad|. El signo de v solo indica el sentido.

### 7. Respuesta C · El área cambia 6π centímetros cuadrados por cada centímetro de radio

1. La razón de cambio es la derivada
   $A'(r) = 2\pi r$
2. Evalúa en r = 3: pendiente de la tangente
   $A'(3) = 2\pi(3) = 6\pi$
3. Interpreta con unidades

**Ojo:** 9π cm² es el área A(3), no su razón de cambio; 3π cm² usa πr y pierde el factor 2 al derivar $r^2$.
**Truco:** «Razón de cambio de A respecto a r» es A′(r), con las unidades de A entre las de r.

### 8. Respuesta A · Su velocidad es −30 metros por segundo

1. ¿Cuándo vuelve al suelo? Resuelve h = 0
   $5t(6 - t) = 0$
   $t = 6$
2. Deriva para obtener la velocidad
   $v(t) = 30 - 10t$
3. Evalúa en t = 6
   $v(6) = 30 - 10(6) = -30$
4. El signo negativo indica que baja

**Ojo:** 0 m/s es la velocidad en el punto más alto; 30 m/s ignora el signo: es la rapidez, no la velocidad.
**Truco:** Primero halla el instante (h = 0), después evalúa v en ese instante.

### 9. Respuesta A · La rapidez disminuye cuando 0 < t < 3

1. La aceleración es la pendiente de v
   $a(t) = v'(t) = -2$
2. Si v y a tienen signos opuestos, frena
   $0 < t < 3 : \ v > 0, \ a < 0$
3. Si tienen el mismo signo, acelera
   $t > 3 : \ v < 0, \ a < 0$

**Ojo:** «Para todo t» cree que a < 0 siempre frena; t > 3 invierte los casos: ahí v y a son negativas.
**Truco:** Frena si v y a tienen signos opuestos; acelera si tienen el mismo signo.

### 10. Respuesta B · La velocidad es 12 m/s en t = 2 segundos

1. Deriva para obtener la velocidad
   $v(t) = 6t^2 - 6t$
2. Iguala la velocidad a 12 y ordena
   $6t^2 - 6t = 12$
   $t^2 - t - 2 = 0$
3. Factoriza y descarta la raíz negativa
   $(t - 2)(t + 1) = 0$
   $t = 2$

**Ojo:** 3/2 s sale de igualar a 12 la aceleración 12t − 6; $\sqrt{2}$ s resulta de igualar $6t^2 = 12$ sin el término −6t.
**Truco:** Si te dan la velocidad, iguala v(t) al valor dado, no s(t).