Traslación de ejes

trasladar el origen a (h, k): $x = x' + h$, $y = y' + k$.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

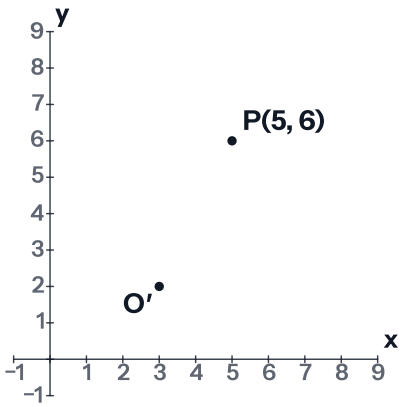
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Se traslada el origen al punto (3, 2); los ejes nuevos x′ y y′ son paralelos a los originales. ¿Cuáles son las nuevas coordenadas del punto P(5, 6)?

A) $(2, 4)$ **B)** $(8, 8)$ **C)** $(-2, -4)$

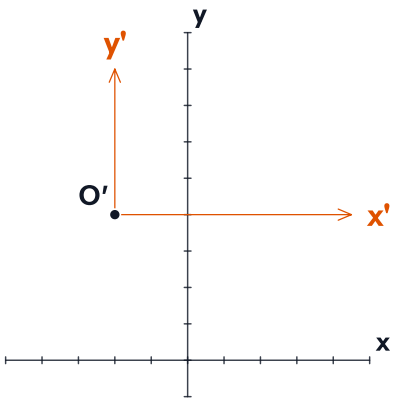


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

El origen se traslada a O′(−2, 4). En el sistema nuevo, un punto P tiene coordenadas (3, −1). ¿Cuáles son sus coordenadas en el sistema original?

A) $(5, -5)$ **B)** $(1, 3)$ **C)** $(7, -3)$

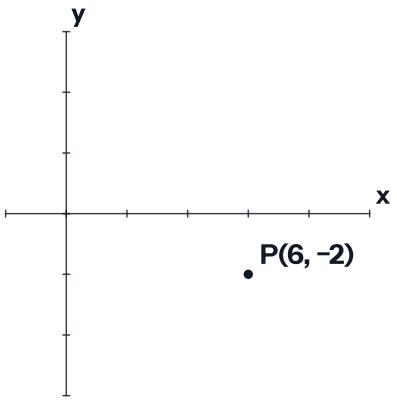


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Al trasladar el origen a un punto O′(h, k), el punto P(6, −2) queda con coordenadas (2, −5) en el sistema nuevo. ¿Cuáles son las coordenadas de O′?

A) $(8, -7)$ **B)** $(-4, -3)$ **C)** $(4, 3)$



Tu procedimiento

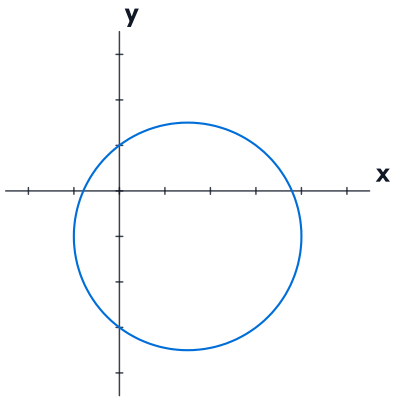
4 NIVEL MEDIO

El origen se traslada al punto (3, −2). La curva de abajo, ¿qué ecuación tiene en el sistema nuevo, con ejes x′ y y′?

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$$

A) $x'^2 + y'^2 = 25$ **B)** $(x'-3)^2 + (y'+2)^2 = 25$

C) $(x'-6)^2 + (y'+4)^2 = 25$



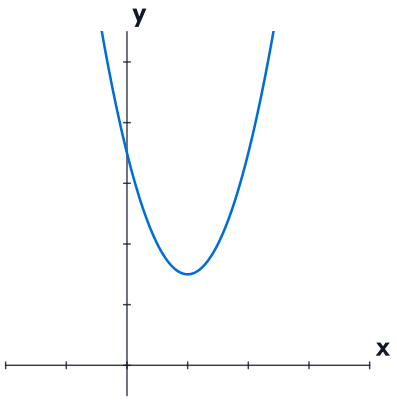
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

El origen se traslada al vértice (2, 3) de la parábola de abajo. ¿Qué ecuación tiene en el sistema nuevo?

$$y = x^2 - 4x + 7$$

A) $y' = x'^2 - 8x' + 22$ **B)** $y' = x'^2 + 3$ **C)** $y' = x'^2$



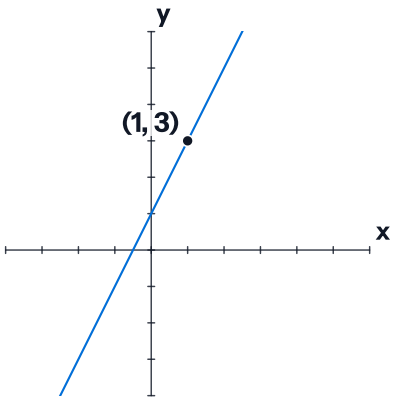
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

El origen se traslada al punto (1, 3), que está sobre la recta de abajo. ¿Qué ecuación tiene la recta en el sistema nuevo?

$$y = 2x + 1$$

A) $y' = 2x' + 2$ **B)** $y' = 2x'$ **C)** $y' = 2x' + 3$



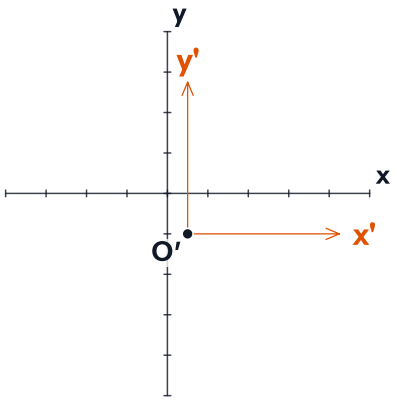
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Con el origen trasladado a (1, −2), una hipérbola tiene la ecuación de abajo. ¿Qué coordenadas originales tiene su vértice derecho?

$$\frac{x'^2}{9} - \frac{y'^2}{16} = 1$$

A) $(3, 0)$ **B)** $(4, -2)$ **C)** $(2, 2)$



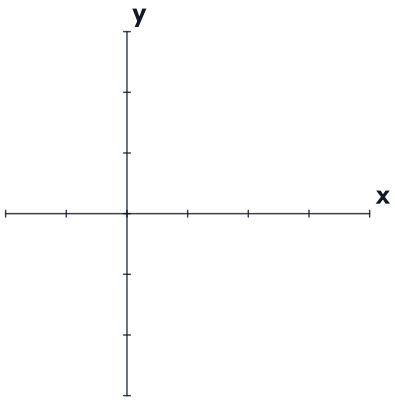
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿A qué punto hay que trasladar el origen para que la ecuación de abajo no tenga términos de primer grado (en x ni en y)?

$$4x^2 + 9y^2$$
$$-16x + 18y - 11 = 0$$

A) $(2, -1)$ **B)** $(-2, 1)$ **C)** $(4, -2)$



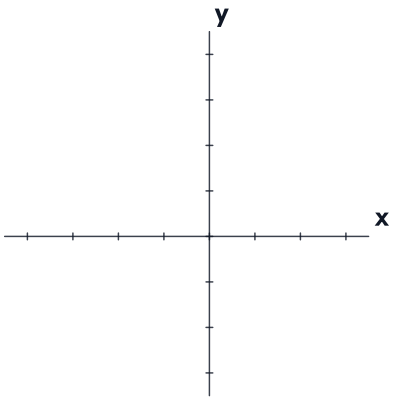
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Traslada el origen al centro de la hipérbola. ¿Qué ecuación queda, igualada a 1?

$$x^2 - 4y^2 + 2x + 8y - 7 = 0$$

A) $x'^2/4 - y'^2 = 1$ **B)** $x'^2/4 - y'^2/4 = 1$ **C)** $x'^2/12 - y'^2/3 = 1$

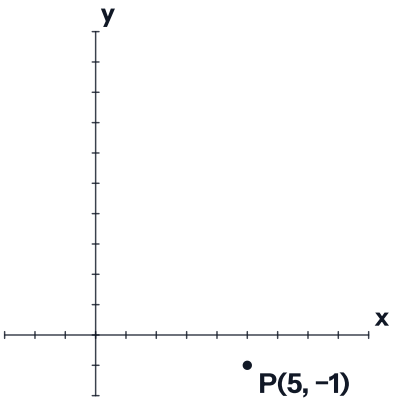


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

El origen se traslada primero a (2, 3), sistema x_1y_1, y luego al punto (−1, 4) medido en x_1y_1, sistema x_2y_2. ¿Qué coordenadas tiene P(5, −1) en x_2y_2?

A) $(2, 0)$ **B)** $(6, -5)$ **C)** $(4, -8)$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · En el sistema nuevo, P es (2, 4)

1. Dibuja los ejes nuevos con origen en O′(3, 2): desde ahí se miden las nuevas coordenadas
2. La nueva abscisa es cuánto avanzas desde O′ hacia la derecha: x − h
   $$x' = x - h = 5 - 3 = 2$$
3. La nueva ordenada es cuánto subes desde O′: y − k
   $$y' = y - k = 6 - 2 = 4$$

Ojo: (8, 8) sale de sumar 5 + 3 y 6 + 2; (−2, −4) resta al revés, h − x y k − y.
Truco: Coordenada nueva = coordenada vieja − coordenada del nuevo origen: x′ = x − h.

2. Respuesta B · En el sistema original, P es (1, 3)

1. Para volver al sistema original, suma las coordenadas de O′: x = x′ + h
   $$x = x' + h = 3 + (-2)$$
   $$x = 1$$
2. De la misma forma, y = y′ + k
   $$y = y' + k = -1 + 4$$
   $$y = 3$$
3. Marca el punto: desde O′, 3 a la derecha y 1 hacia abajo

Ojo: (5, −5) resta las coordenadas de O′ en vez de sumarlas; (7, −3) intercambia h y k.
Truco: Del sistema nuevo al original se suma el nuevo origen: x = x′ + h, y = y′ + k.

3. Respuesta C · El nuevo origen es (4, 3)

1. Como x′ = x − h, despeja h: h = x − x′
   $$h = 6 - 2 = 4$$
2. Igual con k: k = y − y′
   $$k = -2 - (-5) = 3$$
3. Los ejes nuevos nacen en O′(4, 3)

Ojo: (8, −7) suma las coordenadas viejas y nuevas; (−4, −3) resta al revés, x′ − x y y′ − y.
Truco: h = x − x′ y k = y − y′: la coordenada vieja menos la nueva.

4. Respuesta A · La ecuación nueva es la de una circunferencia con centro en el origen

1. Escribe la traslación: x = x′ + 3 y y = y′ − 2
   $$x = x' + 3,\ y = y' - 2$$
2. Sustituye x y y en la ecuación original
   $$(x' + 3 - 3)^2$$
   $$+(y' - 2 + 2)^2 = 25$$
3. Los números se cancelan: queda una circunferencia con centro en O′ y radio 5
   $$x'^2 + y'^2 = 25$$

Ojo: Sin sustituir queda $(x'-3)^2 + (y'+2)^2$; con signos al revés, x = x′ −3, sale $(x'-6)^2 + (y'+4)^2$.
Truco: Si el nuevo origen es el centro, los paréntesis desaparecen.

5. Respuesta C · La ecuación nueva es y′ = x′², con vértice en el origen

1. La traslación da x = x′ + 2 y y = y′ + 3
   $$x = x' + 2,\ y = y' + 3$$
2. Sustituye ambas variables en la ecuación
   $$y' + 3 = (x' + 2)^2$$
   $$-4(x' + 2) + 7$$
3. Desarrolla: los términos con x′ se cancelan y el 3 sale de ambos lados
   $$y' + 3 = x'^2 + 3$$
   $$y' = x'^2$$

Ojo: Con x = x′ − 2 y y = y′ − 3 sale $x'^2 - 8x' + 22$; sin trasladar y, $x'^2 + 3$.
Truco: Sustituye las dos variables: si olvidas una, sobra un número.

6. Respuesta B · La recta queda y′ = 2x′, sin término libre

1. La traslación da x = x′ + 1 y y = y′ + 3
   $$x = x' + 1,\ y = y' + 3$$
2. Sustituye en la ecuación de la recta
   $$y' + 3 = 2(x' + 1) + 1$$
3. Simplifica: el 3 se va de ambos lados y la recta pasa por el nuevo origen
   $$y' + 3 = 2x' + 3$$
   $$y' = 2x'$$

Ojo: Con x = x′ − 1 y y = y′ − 3 sale 2x′ + 2; si solo trasladas x, queda 2x′ + 3.
Truco: Si el nuevo origen está sobre la recta, la ecuación nueva no tiene término libre.

7. Respuesta B · El vértice derecho está en (4, −2)

1. En el vértice derecho $y' = 0$: queda $x'^2 = 9$ y se toma el valor positivo
   $x'^2 = 9$
   $x' = 3$
2. Regresa al sistema original sumando el nuevo origen
   $x = 3 + 1 = 4$
   $y = 0 + (-2) = -2$
3. El vértice derecho es (4, −2), a 3 unidades a la derecha de O′

Ojo: (3, 0) olvida la traslación; (2, 2) resta el origen en vez de sumarlo.
Truco: Resuelve en el sistema nuevo y al final suma (h, k) para volver al original.

8. Respuesta A · El nuevo origen es (2, −1)

1. Agrupa los términos en x y en y y saca el coeficiente de cada cuadrado
   $4(x^2 - 4x) + 9(y^2 + 2y) = 11$
2. Completa cuadrados: suma 4·4 = 16 y 9·1 = 9 a ambos lados
   $4(x-2)^2 + 9(y+1)^2$
   $= 11 + 16 + 9 = 36$
3. Los números dentro de los paréntesis, con el signo cambiado, son el nuevo origen
   $h = 2,\ k = -1$
4. En el sistema nuevo queda una elipse con semiejes 3 y 2
   $\frac{x'^2}{9} + \frac{y'^2}{4} = 1$

Ojo: (−2, 1) toma los números dentro de los paréntesis sin cambiarles el signo; (4, −2) usa 16/4 y 18/9 sin dividir entre 2.
Truco: En (x − h) y (y − k), el centro tiene el signo contrario al que aparece dentro del paréntesis.

9. Respuesta A · La ecuación queda x′²/4 − y′² = 1

1. Completa cuadrados en x y en y: el centro queda en (−1, 1)
   $(x+1)^2 - 4(y-1)^2$
   $= 7 + 1 - 4 = 4$
2. Traslada con $x' = x + 1$ y $y' = y - 1$
   $x' = x + 1,\ y' = y - 1$
   $x'^2 - 4y'^2 = 4$
3. Divide todo entre 4 para que quede 1 a la derecha
   $\frac{x'^2}{4} - y'^2 = 1$

Ojo: Ignorar el 4 que ya multiplica a y′² deja y′²/4. Con 7 + 1 + 4 = 12 sale x′²/12 − y′²/3.
Truco: Al dividir entre el número de la derecha, divide todos los términos, incluido el coeficiente de y′².

10. Respuesta C · En x_2y_2, P es (4, −8)

1. Primera traslación: resta (2, 3) a las coordenadas de P
   $x_1 = 5 - 2 = 3$
   $y_1 = -1 - 3 = -4$
2. Segunda traslación: al resultado réstale (−1, 4)
   $x_2 = 3 - (-1) = 4$
   $y_2 = -4 - 4 = -8$
3. Atajo: el origen final está en (1, 7), porque 2 + (−1) = 1 y 3 + 4 = 7
   $5 - 1 = 4$
   $-1 - 7 = -8$

Ojo: (2, 0) suma la segunda traslación en vez de restarla; (6, −5) aplica la segunda a P sin haber hecho la primera.
Truco: Dos traslaciones seguidas equivalen a una sola que suma los desplazamientos.