Propiedades de los límites

límite de suma, producto, cociente, potencia y raíz, y evaluación directa con las propiedades.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

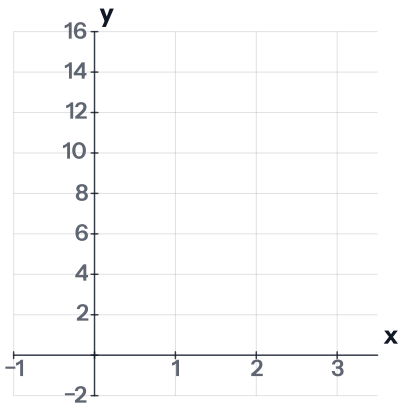
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Calcula el límite bilateral aplicando las propiedades de los límites (suma, múltiplo constante y potencia).

$$\lim_{x \to 2}(3x^2 - 4x + 1)$$

A) 9 **B)** 29 **C)** 5



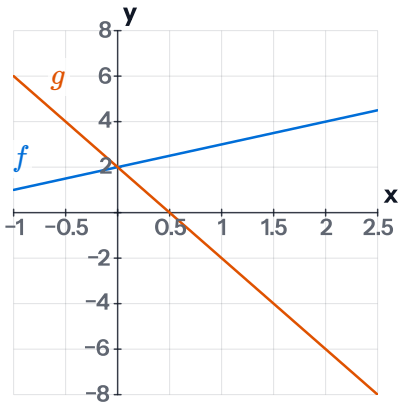
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Calcula el límite bilateral de 2f(x) − g(x) cuando x tiende a 1. Las gráficas de f y g aparecen en la figura.

$$\lim_{x \to 1} f(x) = 3$$
$$\lim_{x \to 1} g(x) = -2$$

A) 4 **B)** 8 **C)** 10



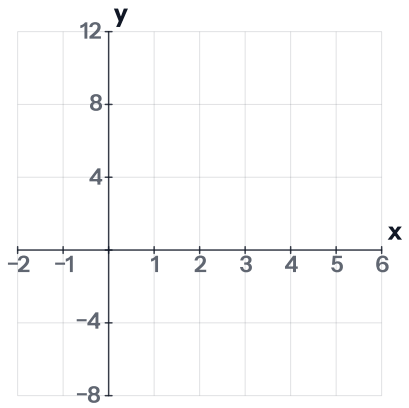
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Calcula el límite bilateral aplicando la propiedad del cociente.

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 + 1}{x - 1}$$

A) 10 **B)** 9.5 **C)** 5



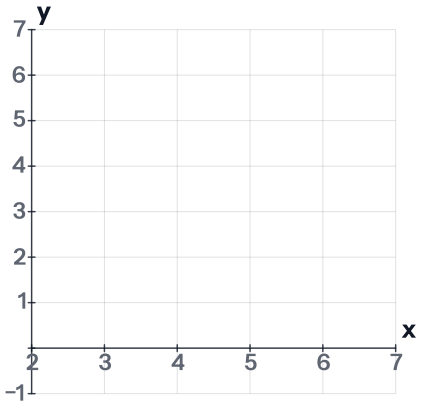
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Calcula el límite bilateral usando la propiedad de la raíz.

$$\lim_{x \to 5} \sqrt{x^2 - 9}$$

A) 4 **B)** 16 **C)** 2



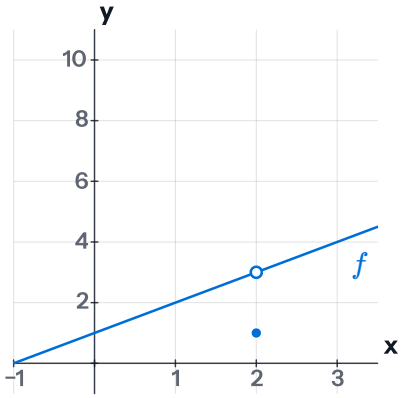
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

La gráfica es la de f (el punto lleno es f(2)) y g(x) = x² + 2. Calcula el límite bilateral de f(x) · g(x) cuando x tiende a 2.

$$g(x) = x^2 + 2$$

A) 6 **B)** 9 **C)** 18



Tu procedimiento

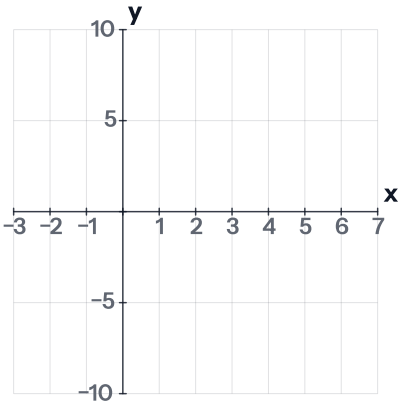
6 NIVEL MEDIO

Si los valores crecen sin cota, el límite no existe como número real. ¿Qué ocurre con el límite bilateral de f cuando x tiende a 2?

$$f(x) = \frac{x+3}{x-2}$$

A) No existe: el denominador tiende a 0

B) Vale 0, porque el denominador es 0 **C)** Vale 5, el límite del numerador



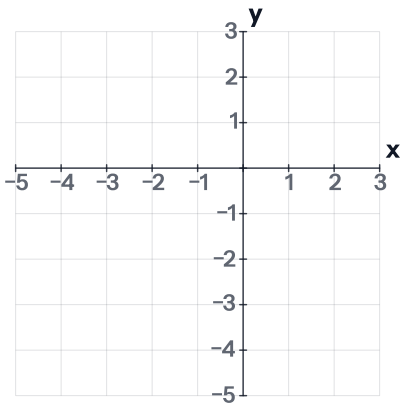
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Calcula el límite bilateral con las propiedades de suma, potencia y cociente. Cuida los signos al sustituir x = −2.

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^3 + 2x}{x^2 + 4}$$

A) −3/2 **B)** −1/2 **C)** 1/2



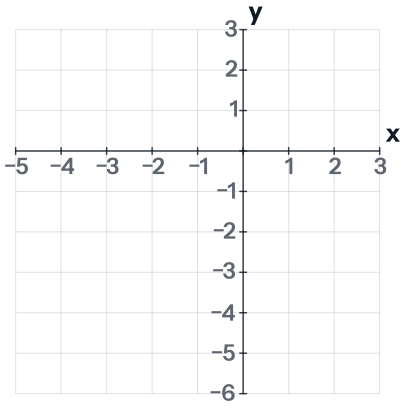
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Calcula el límite bilateral. Si al sustituir queda 0/0, no puedes concluir: simplifica antes.

$$\lim_{x \to -2} \frac{x^2 + x - 2}{x + 2}$$

A) 0 **B)** -3 **C)** -1



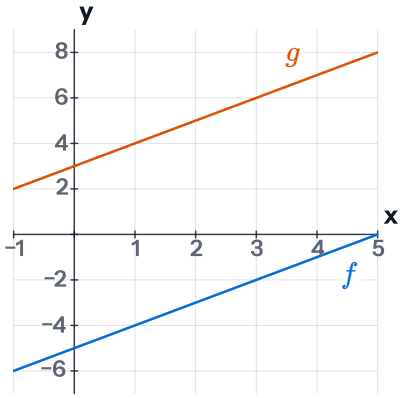
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Calcula el límite bilateral de [f(x)² + 2g(x)] ÷ [g(x) − 1] cuando x tiende a 2. Las gráficas de f y g están en la figura.

$$\lim_{x\to 2} f(x) = -3$$
$$\lim_{x\to 2} g(x) = 5$$

A) 19/4 **B)** 1/4 **C)** 19/5



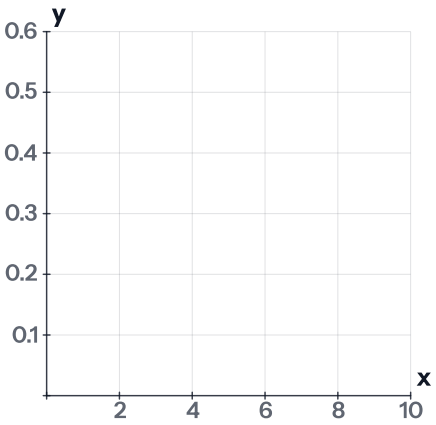
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Calcula el límite bilateral. Al sustituir queda 0/0; factoriza el denominador como diferencia de cuadrados.

$$\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

A) 0 **B)** $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{1}{2}$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · El límite vale 5

1. El límite de una suma es la suma de los límites: sustituye x = 2 en cada término
   $= 3(2)^2 - 4(2) + 1$
2. Calcula cada término por separado
   $= 12 - 8 + 1$
3. Suma y resta
   $= 5$

Ojo: El 9 evalúa 4x como 4, sin multiplicar por 2; el 29 eleva 3x completo al cuadrado, en vez de solo la x.
Truco: En un polinomio, el límite en a es simplemente f(a).

2. Respuesta B · El límite vale 8

1. El límite de una constante por f es la constante por el límite
   $\lim_{x\to 1} 2f(x) = 2(3) = 6$
2. El límite de una diferencia es la diferencia de los límites
   $\lim_{x\to 1}(2f(x) - g(x))$
   $= 6 - (-2)$
3. Resta: quitar un negativo suma
   $= 6 + 2 = 8$

Ojo: El 4 hace 6 + (−2), olvidando que se resta g; el 10 multiplica por 2 también al límite de g: 2(3 + 2).
Truco: Aplica cada propiedad una a la vez y cuida los signos de las restas.

3. Respuesta C · El límite vale 5

1. Calcula el límite del numerador
   $\lim_{x\to 3}(x^2 + 1) = 10$
2. Calcula el del denominador y comprueba que no es 0
   $\lim_{x\to 3}(x - 1) = 2$
3. Divide los límites
   $\frac{10}{2} = 5$

Ojo: El 10 solo usa el límite del numerador; el 9.5 divide solo el 1 entre (x − 1), por no agrupar el numerador.
Truco: Cociente: primero revisa que el límite del denominador no sea 0.

4. Respuesta A · El límite vale 4

1. Calcula el límite de lo que está dentro de la raíz
   $\lim_{x\to 5}(x^2 - 9) = 16$
2. Saca la raíz del resultado
   $\sqrt{16} = 4$
3. El límite de la función es 4
   $\lim_{x\to 5}\sqrt{x^2 - 9} = 4$

Ojo: El 16 olvida sacar la raíz; el 2 calcula √25 − √9, que no es √(25 − 9).
Truco: Raíz del límite, pero nunca raíz de cada término de una resta.

5. Respuesta C · El límite vale 18

1. Lee el límite de f en la gráfica: la altura a la que se acerca, no f(2)
   $\lim_{x\to 2} f(x) = 3$
2. Calcula el límite de g por sustitución
   $\lim_{x\to 2}(x^2 + 2) = 6$
3. El límite de un producto es el producto de los límites
   $3 \cdot 6 = 18$

Ojo: El 6 usa f(2) = 1 en lugar del límite de f; el 9 suma los límites (3 + 6) en vez de multiplicarlos.
Truco: Para propiedades se usan límites, no valores f(a).

6. Respuesta A · El límite no existe

1. Calcula el límite del numerador
   $\lim_{x\to 2}(x + 3) = 5$
2. El denominador tiende a 0, así que no puedes usar el cociente
   $x - 2 \to 0$
3. Cinco entre algo muy pequeño crece sin cota, con signo distinto a cada lado
   $x \to 2^- : \ f \to -\infty$
   $x \to 2^+ : \ f \to +\infty$

Ojo: El 0 sale de leer «algo entre 0» como 0; el 5 toma solo el límite del numerador e ignora el denominador.
Truco: Numerador ≠ 0 y denominador → 0: el límite no existe (hay asíntota).

7. Respuesta A · El límite vale −3/2

1. Calcula el límite del numerador
   $(-2)^3 + 2(-2) = -8 - 4$
   $= -12$
2. Calcula el del denominador y comprueba que no es 0
   $(-2)^2 + 4 = 8$
3. Divide y simplifica
   $\frac{-12}{8} = -\frac{3}{2}$

Ojo: El −1/2 toma 2x como +4; el 1/2 toma $(-2)^3$ como +8. Un exponente impar conserva el signo.
Truco: Sustituye con paréntesis: $(-2)^3 = -8$, pero $(-2)^2 = 4$.

8. Respuesta B · El límite vale −3

1. Sustituye x = −2: da 0/0
   $(-2)^2 + (-2) - 2 = 0$
   $-2 + 2 = 0$
2. Factoriza el numerador y cancela el factor común (x ≠ −2)
   $x^2 + x - 2 = (x + 2)(x - 1)$
   $f(x) = x - 1$
3. Ahora sí, sustituye en la expresión simplificada
   $\lim_{x \to -2}(x - 1) = -3$

Ojo: El 0 lee 0/0 como 0; el −1 sale de factorizar mal: (x + 2)(x + 1) no da $x^2 + x - 2$.
Truco: 0/0 es una señal de que se puede factorizar y cancelar.

9. Respuesta A · El límite vale 19/4

1. Numerador: el límite de la potencia y del múltiplo
   $(-3)^2 + 2(5) = 9 + 10$
   $= 19$
2. Denominador: resta y comprueba que no es 0
   $5 - 1 = 4$
3. Divide los límites
   $\frac{19}{4}$

Ojo: El 1/4 toma $(-3)^2$ como −9; el 19/5 olvida restar 1 en el denominador, usando 5.
Truco: Un cuadrado nunca da negativo: $(-3)^2 = 9$.

10. Respuesta B · El límite vale 1/4

1. Sustituir da 0/0; reescribe el denominador
   $\sqrt{4} - 2 = 0,\ 4 - 4 = 0$
   $x - 4 = (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)$
2. Cancela el factor común
   $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$
3. Sustituye x = 4 en la expresión simplificada
   $\frac{1}{2 + 2} = \frac{1}{4}$

Ojo: El 0 lee 0/0 como 0; el 1/2 olvida el «+ 2» y sustituye solo la raíz: $1/\sqrt{4}$.
Truco: Una diferencia de cuadrados $a^2 - b^2$ se factoriza como (a − b)(a + b).