Teorema del residuo y del factor

evaluar residuos sin dividir, decidir si (x − a) es factor, división sintética y raíces racionales.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

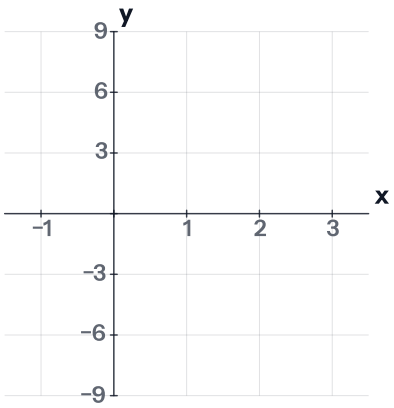
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Sin hacer la división, ¿cuál es el residuo de dividir P(x) entre (x − 2)?

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 5$$

A) −23 **B)** −5 **C)** −3



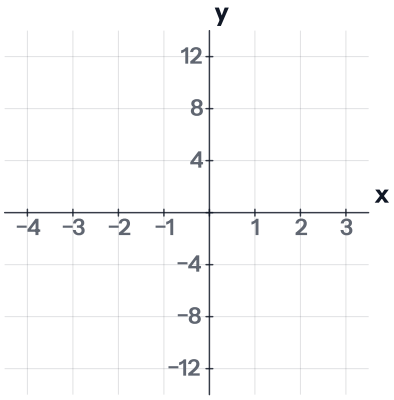
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Con el teorema del factor, decide si (x + 3) es factor de P(x).

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

A) Sí, porque P(−3) = 0 **B)** No, porque P(3) = 24 **C)** No, porque P(−3) = 6



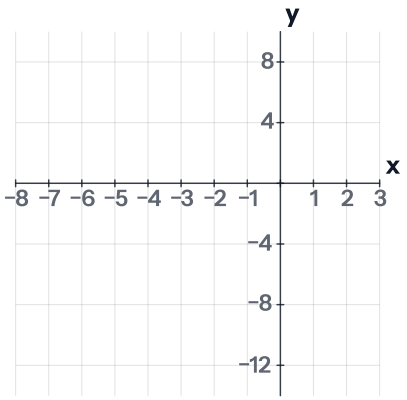
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Qué valor debe tener k para que (x − 1) sea factor de P(x)?

$$P(x) = x^2 + kx - 6$$

A) k = −5 **B)** k = 5 **C)** k = −7



Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Con la división sintética, ¿cuál es el residuo de dividir P(x) entre (x − 2)?

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 4$$

A) −42 **B)** 14 **C)** 10

2	**−3**	**5**	**−4**

Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Divide con la división sintética. ¿Cuál es el cociente?

$$(x^3 - 7x + 6) \div (x - 2)$$

A) x − 5 **B)** x² + 2x − 3 **C)** x² − 2x − 3

1	**−7**	**6**

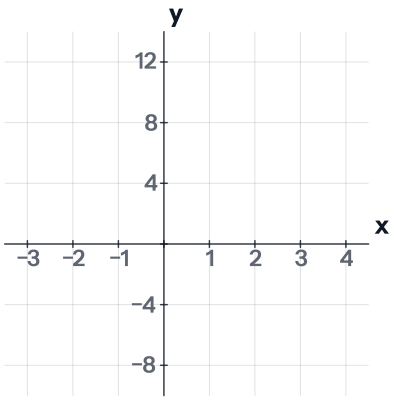
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Cuál de estos valores es raíz de P(x)?

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

A) x = 2 **B)** x = 3 **C)** x = −1



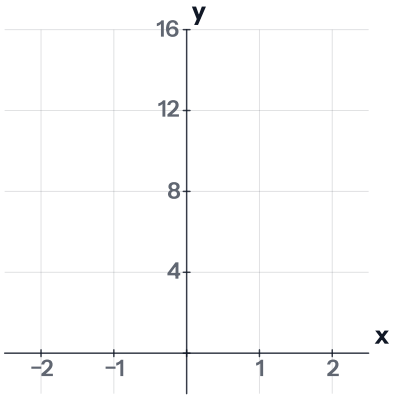
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el residuo de dividir P(x) entre (x + 1)?

$$P(x) = x^4 - 3x^2 + 2x + 7$$

A) 3 **B)** 7 **C)** 1



Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Factoriza por completo el polinomio. Encuentra una raíz y divide.

$$P(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$$

1	**1**	**−10**	**8**

A) (x − 1)(x − 2)(x + 4) **B)** (x + 1)(x + 2)(x − 4)

C) (x − 1)(x + 2)(x − 4)

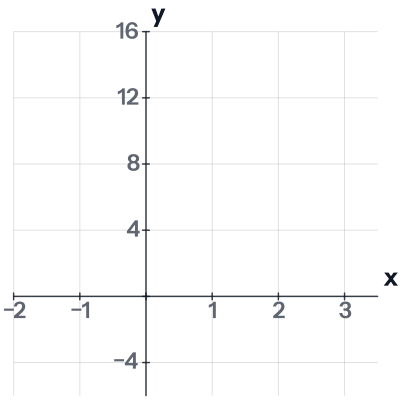
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Al dividir P(x) entre (x − 2) el residuo es 6. ¿Cuánto vale k?

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + kx + 4$$

A) k = 3 **B)** k = −9 **C)** k = 1



Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuáles son todas las raíces del polinomio?

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$$

A) −2, 1/2 y 3 **B)** 2, 1/2 y −3 **C)** −2, −1/2 y 3

2	**−3**	**−11**	**6**

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · El residuo es -3

1. El divisor x − 2 se anula en x = 2, así que a = 2
   $x - 2 = 0$
   $a = 2$
2. Sustituye x = 2 en P
   $P(2) = 2^3 - 2(2)^2 + 2 - 5$
   $= 8 - 8 + 2 - 5$
3. El residuo es la altura de la curva en x = 2
   $P(2) = -3$

Ojo: −23 sustituye x = −2 en vez de 2; −5 suma los coeficientes, o sea evalúa P en 1.
Truco: Si el divisor es x − a, el residuo es P(a). Cuida el signo de a.

2. Respuesta A · Sí es factor: P(−3) = 0

1. x + 3 es lo mismo que x − (−3): el número a probar es −3
   $x + 3 = x - (-3)$
   $a = -3$
2. Sustituye x = −3 en P
   $P(-3) = (-3)^3$
   $+2(-3)^2 - 5(-3) - 6$
   $= -27 + 18 + 15 - 6$
3. Si P(−3) = 0, el residuo es cero y x + 3 es factor
   $P(-3) = 0$

Ojo: P(3) = 24 evalúa en 3 en vez de −3; P(−3) = 6 se olvida del último término, −6.
Truco: x + a es factor si y solo si P(−a) = 0.

3. Respuesta B · k vale 5

1. Si x − 1 es factor, P(1) = 0: la curva debe pasar por (1, 0)
   $P(1) = 0$
2. Sustituye x = 1 y despeja k
   $1 + k - 6 = 0$
   $k = 5$
3. Comprueba: con k = 5 la parábola también corta en x = −6
   $x^2 + 5x - 6 = (x - 1)(x + 6)$

Ojo: −5 pasa 1 y −6 sin cambiar el signo: k = 1 − 6; −7 toma +6 en vez de −6.
Truco: Que (x − a) sea factor significa P(a) = 0: de ahí sale la ecuación para k.

4. Respuesta C · El residuo es 10

1. Escribe a = 2 y los coeficientes; baja el primero
   $a = 2$
2. Multiplica el 2 que bajó por a y súmalo al siguiente
   $2 \cdot 2 = 4$
   $-3 + 4 = 1$
3. Repite con el 1: multiplica por a y suma
   $2 \cdot 1 = 2$
   $5 + 2 = 7$
4. En la última columna, la suma es el residuo
   $2 \cdot 7 = 14$
   $-4 + 14 = 10$

Ojo: −42 divide con a = −2; 14 es el último producto: falta sumarlo al −4.
Truco: En la división sintética, multiplica por a y suma, columna por columna. La última suma es el residuo.

5. Respuesta B · El cociente es x² + 2x − 3

1. Rellena con 0 el término que falta (x²) y baja el primer coeficiente
   $x^3 + 0x^2 - 7x + 6$
2. Multiplica por a y suma
   $2 \cdot 1 = 2$
   $0 + 2 = 2$
3. Repite con el 2
   $2 \cdot 2 = 4$
   $-7 + 4 = -3$
4. Última columna: el resto sale 0
   $2 \cdot (-3) = -6$
   $6 - 6 = 0$
5. Lee el cociente, un grado menos
   $x^2 + 2x - 3$

Ojo: x − 5 olvida el 0 de x²; x² − 2x − 3 divide con a = −2 en vez de 2.
Truco: Antes de dividir, ordena el polinomio y escribe 0 en cada potencia que falte.

6. Respuesta B · La raíz es x = 3

1. Las raíces enteras son divisores del término independiente, 6
   $\pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \pm 6$
2. Prueba x = 2 y x = −1: ninguno da cero
   $P(2) = 8 - 8 - 10 + 6 = -4$
   $P(-1) = -1 - 2 + 5 + 6 = 8$
3. Prueba x = 3: sí da cero
   $P(3) = 27 - 18 - 15 + 6 = 0$

Ojo: 2 y −1 también dividen a 6, pero al sustituir no dan cero: P(2) = −4 y P(−1) = 8.
Truco: Ser divisor del término independiente solo hace candidato al número; hay que comprobar que P valga 0.

7. Respuesta A · El residuo es 3

1. x + 1 = x − (−1): hay que evaluar P en a = −1
$$x + 1 = x - (-1)$$
$$a = -1$$
2. Sustituye x = −1 en P
$$P(-1) = (-1)^4$$
$$-3(-1)^2 + 2(-1) + 7$$
3. Un exponente par vuelve positivo el −1
$$= 1 - 3 - 2 + 7$$
$$= 3$$

Ojo: 7 evalúa P en x = 1; 1 toma $(-1)^4$ como −1 en lugar de 1.
Truco: Al sustituir un número negativo usa paréntesis: un exponente par borra el signo.

8. Respuesta A · P(x) = (x − 1)(x − 2)(x + 4)

1. Prueba divisores de 8: P(1) = 0, así que x − 1 es factor
$$P(1) = 1 + 1 - 10 + 8 = 0$$
2. Divide con la división sintética usando a = 1
$$1 + 1 = 2$$
$$-10 + 2 = -8$$
$$8 - 8 = 0$$
3. El cociente es $x^2 + 2x - 8$: busca dos números que sumen 2 y multipliquen −8
$$x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$$
4. Junta todos los factores
$$P(x) =$$
$$(x - 1)(x - 2)(x + 4)$$

Ojo: (x + 1)(x + 2)(x − 4) invierte las tres raíces; (x − 1)(x + 2)(x − 4) factoriza mal el cociente.
Truco: Un factor (x − a) corresponde a la raíz a: el signo se invierte.

9. Respuesta C · k vale 1

1. El residuo es P(2): la curva debe pasar por (2, 6)
$$P(2) = 6$$
2. Sustituye x = 2 en P
$$P(2) = 2^3 - 2(2)^2 + 2k + 4$$
$$8 - 8 + 2k + 4 = 6$$
3. Despeja k
$$2k = 2$$
$$k = 1$$

Ojo: k = 3 olvida el término 4 y resuelve 2k = 6; k = −9 sustituye x = −2 en vez de 2.
Truco: El dato del residuo es una ecuación: P(a) = residuo. Sustituye y despeja el parámetro.

10. Respuesta A · Las raíces son −2, 1/2 y 3

1. Los candidatos son divisores de 6 entre divisores de 2. Prueba x = −2
$$P(-2) = -16 - 12$$
$$+22 + 6 = 0$$
2. Divide con la división sintética usando a = −2
$$-3 - 4 = -7$$
$$-11 + 14 = 3$$
$$6 - 6 = 0$$
3. El cociente es $2x^2 - 7x + 3$; factorízalo
$$2x^2 - 7x + 3$$
$$= (2x - 1)(x - 3)$$
4. Iguala a cero cada factor del cociente
$$x = 1/2, \quad x = 3$$

Ojo: 2, 1/2 y −3 invierte el signo de los enteros; −1/2 sale de despejar mal 2x − 1 = 0.
Truco: Una raíz x = a da el factor (x − a). Para un factor (px − q), la raíz es q/p.