Técnicas de conteo

principio multiplicativo y aditivo, factorial, permutaciones, variaciones y combinaciones con árboles, casillas y rejillas.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Una persona tiene 3 camisas (roja, azul y blanca) y 2 pantalones (negro y gris). ¿De cuántas formas distintas puede combinar una camisa con un pantalón?

A) 6 **B)** 5 **C)** 9

Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Para ir de una ciudad a otra hay 2 vuelos, 3 corridas de autobús y 4 horarios de tren. Se usa un solo medio de transporte. ¿Cuántas opciones distintas hay para hacer el viaje?

A) 24 **B)** 9 **C)** 7



Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Tres amigos, A, B y C, se van a sentar en tres asientos en fila. El orden importa y cada uno ocupa un solo asiento. ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse?

A) 9 **B)** 27 **C)** 6

Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

En una carrera compiten 6 finalistas. Se entregan medallas de oro, plata y bronce, y nadie gana dos medallas. ¿De cuántas formas distintas se pueden repartir las tres medallas?

A) 20 **B)** 120 **C)** 216

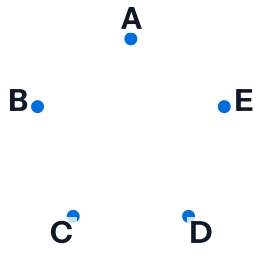


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

De 5 personas se elegirá un comité de 2, sin cargos: el orden no importa. ¿Cuántos comités distintos se pueden formar?

A) 10 **B)** 20 **C)** 25



Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Cuántas palabras distintas, tengan sentido o no, se pueden formar reordenando todas las letras de la palabra CASA?

A) 12 **B)** 24 **C)** 6

C	A	S	A

Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Con los dígitos 1, 2, 3 y 4, sin repetir ninguno, ¿cuántos números pares de tres cifras se pueden formar?

A) 24 **B)** 7 **C)** 12

centenas	decenas	unidades

Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

En un grupo hay 4 mujeres y 3 hombres. Se formará un comité de 3 personas con exactamente 2 mujeres y 1 hombre. El orden no importa. ¿Cuántos comités distintos hay?

A) 35 **B)** 18 **C)** 9

Grupo	Elegir	Formas

Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Ana y Beto quieren quedar juntos, uno al lado del otro y en cualquier orden, cuando 5 personas se forman en una fila: ellos dos, Carla, Diego y Elena. ¿De cuántas formas puede formarse la fila?

A) 48 **B)** 120 **C)** 24



Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

En una reunión hay 8 personas y cada una saluda de mano, una sola vez, a cada una de las demás. ¿Cuántos saludos de mano hay en total?

A) 56 **B)** 64 **C)** 28

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · Hay 6 combinaciones posibles

1. Primero se elige la camisa: hay 3 opciones
2. Con cada camisa se puede usar cualquiera de los 2 pantalones: de cada rama salen 2
3. Cada camino del árbol es una combinación distinta: 3 · 2 = 6

$$3 \cdot 2 = 6$$

Ojo: Sumar 3 + 2 da 5, como si eligieras camisa o pantalón; pero se eligen los dos. Elevar 3 al cuadrado da 9.
Truco: Si una decisión sigue a otra y las dos se toman, se multiplican las opciones.

2. Respuesta B · Hay 9 opciones de viaje

1. Se usa un solo medio: las opciones no se combinan, son alternativas que se suman
2. Cuenta las opciones de cada medio: avión 2, autobús 3 y tren 4
3. Suma las tres cantidades: 2 + 3 + 4 = 9

$$2 + 3 + 4 = 9$$

Ojo: Multiplicar da 24, como si usaras los tres medios a la vez. Con 7 olvidas un medio: 3 + 4.
Truco: Principio aditivo: «o» entre opciones que no se combinan → suma. Principio multiplicativo: «y» → producto.

3. Respuesta C · Hay 6 formas de sentarse

1. En el primer asiento puede sentarse cualquiera de los 3
2. En el segundo quedan 2 personas por cada rama anterior
3. En el tercero solo queda 1 persona
4. Multiplica las opciones de cada asiento: 3 · 2 · 1 = 6

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Ojo: Sumar 3 + 3 + 3 da 9 y repetir personas da 27; pero cada asiento tiene un amigo menos disponible.
Truco: Ordenar n elementos distintos: n por (n − 1) por … por 1. A eso se le llama n factorial.

4. Respuesta B · Hay 120 formas de repartir las medallas

1. Oro: puede ganarla cualquiera de los 6 finalistas
2. Plata: ya salió el de oro, quedan 5
3. Bronce: quedan 4
4. El orden importa (oro no es lo mismo que plata): se multiplican

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

Ojo: Con 20 eliges un grupo de 3 sin importar la medalla. Con 216 repites finalistas: 6 · 6 · 6.
Truco: Si el orden importa y no se repite: n · (n − 1) · … tantos factores como lugares.

5. Respuesta A · Se pueden formar 10 comités

1. Cada comité es una pareja: un segmento entre dos personas. Empieza con los 5 lados
2. Las diagonales son otras 5 parejas: ya aparecen todas
3. Con orden serían 5 · 4 = 20, pero cada pareja se cuenta dos veces: 20 ÷ 2 = 10

$$5 \cdot 4 = 20$$
$$20 \div 2 = 10$$

Ojo: Con 20 cuentas parejas ordenadas, A–B y B–A por separado. Con 25 permites que alguien se junte consigo mismo: 5 · 5.
Truco: Combinaciones: cuando el orden no importa, divide las variaciones entre las formas de ordenar cada grupo.

6. Respuesta A · Se forman 12 palabras distintas

1. Si las 4 letras fueran distintas habría 4! = 24 ordenaciones

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

2. Pero las dos letras A son iguales: intercambiarlas no cambia la palabra
3. Cada palabra se contó 2! = 2 veces: divide 24 entre 2

$$\frac{4!}{2!} = 12$$

Ojo: Con 24 no corriges las A repetidas. Con 6 divides también entre 2 de más, como si hubiera dos pares repetidos.
Truco: Con letras repetidas: n factorial entre el factorial de cada repetición.

7. Respuesta C · Se pueden formar 12 números pares

1. Primero la casilla con restricción: para ser par, las unidades deben ser 2 o 4. Son 2 opciones
2. Centenas: ya se usó un dígito, quedan 3
3. Decenas: quedan 2 dígitos
4. Multiplica las opciones de las tres casillas

$$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

Ojo: 24 ignora que sea par (4 · 3 · 2). Con 7 sumas, en vez de multiplicar: 2 + 3 + 2.
Truco: Empieza siempre por la casilla con restricción; las demás se llenan con lo que quede.

8. Respuesta B · Hay 18 comités distintos

1. Elige a las 2 mujeres de las 4, sin orden
   $\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$
2. Elige al hombre entre los 3: son 3 formas
   $\binom{3}{1} = 3$
3. Cada pareja de mujeres se combina con cualquiera de los hombres: se multiplica
   $6 \cdot 3 = 18$

Ojo: 35 elige 3 de las 7 personas sin exigir 2 mujeres y 1 hombre. Con 9 sumas en vez de multiplicar.
Truco: Elecciones en grupos separados: combinaciones en cada grupo y se multiplican.

9. Respuesta A · La fila puede formarse de 48 maneras

1. Trata a Ana y Beto como un solo bloque: ahora hay 4 elementos que ordenar
2. Ordenar 4 elementos distintos: 4! = 24 formas
   $4! = 24$
3. Dentro del bloque, Ana y Beto pueden estar en 2 órdenes: Ana-Beto o Beto-Ana
4. Se multiplica: $24 \cdot 2 = 48$
   $24 \cdot 2 = 48$

Ojo: Con 120 ignoras que deben estar juntos: 5!. Con 24 olvidas que Ana y Beto pueden intercambiar lugares dentro del bloque.
Truco: Si dos elementos deben ir juntos, ciérralos en un bloque y multiplica por las formas de ordenarlo por dentro.

10. Respuesta C · Hay 28 saludos de mano

1. Cada punto es una pareja ordenada: quién saluda y a quién. Hay $8 \cdot 8 = 64$ puntos
   $8 \cdot 8 = 64$
2. Nadie se saluda a sí mismo: quita la diagonal, 8 puntos
   $64 - 8 = 56$
3. Un saludo une a dos personas: aparece dos veces (A con B y B con A). Queda la mitad
   $56 \div 2 = 28$

Ojo: Con 56 cuentas A-B y B-A como saludos distintos. Con 64 además cuentas los saludos de cada persona consigo misma.
Truco: Parejas sin orden de n personas: n por (n − 1) entre 2.