Regla de Cramer

calcular determinantes 2×2 y 3×3 y resolver sistemas con la regla de Cramer.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuánto vale el determinante de esta matriz de 2 × 2?

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}$$

A) 14 **B)** 10 **C)** -10

3	**2**
1	**4**

Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Calcula el determinante. Cuidado con los signos negativos.

$$\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

A) 17 **B)** -13 **C)** 13

−2	**5**
3	**−1**

Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

El determinante del sistema, D, usa solo los coeficientes de x y de y. ¿Cuánto vale D?

$$3x + 2y = 12$$
$$x - y = 1$$

A) -5 **B)** 5 **C)** -1

x	y	=
3	2	12
1	−1	1

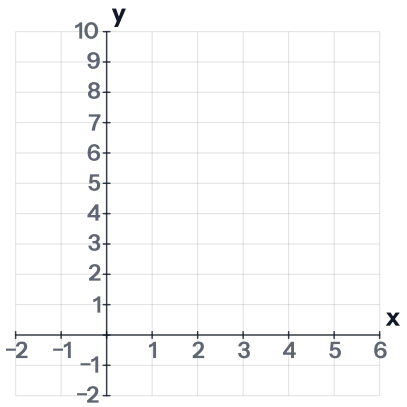
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Resuelve el sistema con la regla de Cramer. Cada ecuación es una recta; la solución es donde se cruzan.

$$2x + y = 7$$
$$x - y = -1$$

A) $(3, 2)$ **B)** $(-2, -3)$ **C)** $(2, 3)$



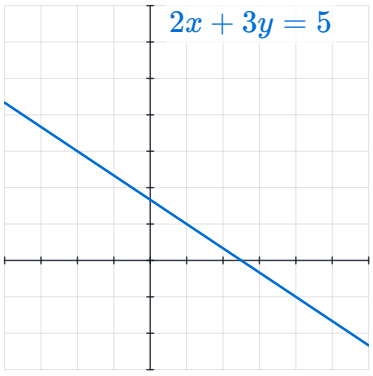
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Para qué valor de k el sistema no tiene solución única?

$$2x + 3y = 5$$
$$4x + ky = 20$$

A) 6 **B)** 12 **C)** -6



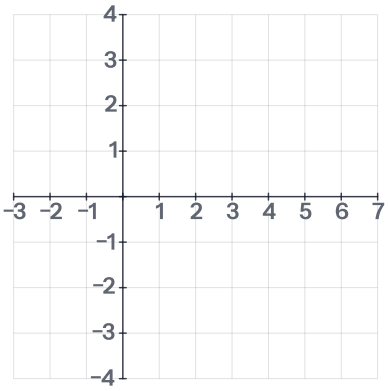
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Cuántas soluciones tiene este sistema? Calcula D, Dx y Dy.

$$x - 2y = 3$$
$$3x - 6y = 9$$

A) Infinitas soluciones **B)** No tiene solución **C)** Una sola solución



Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Dos entradas de adulto (a) y tres de niño (n) cuestan 270 pesos. Una de adulto y dos de niño, 160 pesos. ¿Cuánto cuesta una entrada de adulto? Usa Cramer.

$$2a + 3n = 270$$
$$a + 2n = 160$$

A) 30 pesos **B)** 60 pesos **C)** 50 pesos

	a	n	total
Compra 1	2	3	270
Compra 2	1	2	160

Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Calcula el determinante de esta matriz de 3 × 3.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

A) -17 **B)** 9 **C)** -9

2	1	3
0	−1	4
1	2	0

Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Resuelve el sistema con la regla de Cramer. ¿Cuánto vale z?

$$x + y + z = 6$$
$$2x - y + z = 3$$
$$x + 2y - z = 2$$

A) 21 **B)** $1/3$ **C)** 3

x	y	z	=
1	1	1	6
2	−1	1	3
1	2	−1	2

Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuánto vale el determinante de esta matriz? Fíjate bien en los renglones antes de calcular.

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \end{matrix}$$

1	2	3
2	4	6
0	1	5

A) 0 **B)** 14 **C)** 40

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta B · El determinante vale 10

1. Multiplica los números de la diagonal que baja de izquierda a derecha
   $3 \cdot 4 = 12$
2. Multiplica los números de la otra diagonal
   $2 \cdot 1 = 2$
3. Resta: diagonal principal menos la otra diagonal
   $12 - 2 = 10$

Ojo: 14 suma los productos de las diagonales; −10 resta al revés, la otra diagonal menos la principal.
Truco: Determinante 2 × 2: diagonal principal menos la otra diagonal.

2. Respuesta B · El determinante vale −13

1. Multiplica la diagonal principal: menos por menos da más
   $(-2)(-1) = 2$
2. Multiplica la otra diagonal
   $5 \cdot 3 = 15$
3. Resta el segundo producto del primero
   $2 - 15 = -13$

Ojo: 17 suma 2 + 15 en lugar de restar; 13 resta al revés, 15 − 2.
Truco: Escribe cada producto con su signo antes de restar.

3. Respuesta A · D vale −5

1. Toma solo las columnas de x y de y, sin las constantes
   $\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$
2. Multiplica la diagonal principal: 3 por −1
   $3(-1) = -3$
3. Multiplica la otra diagonal: 2 por 1
   $2 \cdot 1 = 2$
4. Resta: principal menos la otra
   $D = -3 - 2 = -5$

Ojo: 5 resta al revés, 2 − (−3); −1 suma los productos, −3 + 2, en lugar de restarlos.
Truco: D usa solo coeficientes; las constantes aparecen después, en Dx y Dy.

4. Respuesta C · La solución es (2, 3)

1. Calcula D con los coeficientes de x y de y
   $D = 2(-1) - 1(1) = -3$
2. Cambia la columna de x por las constantes y divide entre D
   $D_x = 7(-1) - 1(-1) = -6$
   $x = \dfrac{-6}{-3} = 2$
3. Cambia la columna de y por las constantes y divide entre D
   $D_y = 2(-1) - 7(1) = -9$
   $y = \dfrac{-9}{-3} = 3$

Ojo: (3, 2) intercambia x e y; (−2, −3) divide entre 3 en vez de −3, y pierde el signo de D.
Truco: Al dividir entre D, cuida su signo: D negativo cambia el signo de Dx y Dy.

5. Respuesta A · k vale 6

1. Hay solución única solo si D ≠ 0; calcula D con k
   $D = 2k - 3 \cdot 4$
   $D = 2k - 12$
2. Sin solución única cuando D = 0: despeja k
   $2k - 12 = 0$
   $k = 6$
3. Con k = 6 la segunda ecuación es 2x + 3y = 10: rectas paralelas
   $4x + 6y = 20$

Ojo: 12 se queda en 2k = 12 sin dividir; −6 sale de escribir D = 2k + 12 por un error de signo.
Truco: D = 0 significa que las rectas son paralelas o la misma recta.

6. Respuesta A · Tiene infinitas soluciones

1. Calcula D: si es cero, no hay solución única
   $D = 1(-6) - (-2)(3) = 0$
2. Calcula Dx y Dy: si también valen cero, hay infinitas soluciones
   $D_x = 3(-6) - (-2)(9) = 0$
   $D_y = 1(9) - 3(3) = 0$
3. La segunda ecuación es la primera multiplicada por 3: es la misma recta
   $3(x - 2y) = 3 \cdot 3$

Ojo: «No tiene solución» sale de creer que D = 0 siempre significa sin solución; hay que mirar también Dx y Dy.
Truco: D = 0 con Dx = Dy = 0: infinitas; D = 0 con alguno distinto de cero: ninguna.

7. Respuesta B · Una entrada de adulto cuesta 60 pesos

1. Calcula D con los coeficientes de a y de n
   $D = 2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 1$
2. Cambia la columna de a por los totales
   $D_a = 270 \cdot 2 - 3 \cdot 160$
   $D_a = 540 - 480 = 60$
3. Divide entre D
   $a = 60 \div 1 = 60$

Ojo: 30 divide entre 2, el primer coeficiente, en lugar de entre D = 1; 50 es el precio del niño.
Truco: Siempre divide entre D, no entre un coeficiente suelto.

8. Respuesta C · El determinante vale −9

1. Desarrolla por el primer renglón; los signos alternan + − +
   $+2,\ -1,\ +3$
2. Para el 2, tacha su renglón y su columna y calcula el menor
   $2[(-1)(0) - (4)(2)] = -16$
3. Para el 1, el signo es menos
   $-1[(0)(0) - (4)(1)] = +4$
4. Para el 3, el signo es más
   $3[(0)(2) - (-1)(1)] = +3$
5. Suma los tres términos
   $-16 + 4 + 3 = -9$

Ojo: −17 no alterna los signos del desarrollo; 9 calcula cada menor al revés (bc − ad).
Truco: Signos del desarrollo por el primer renglón: más, menos, más.

9. Respuesta C · z vale 3

1. Calcula D desarrollando por el primer renglón; los menores valen −1, −3 y 5
   $D = 1(-1) - 1(-3) + 1(5)$
   $D = -1 + 3 + 5 = 7$
2. Cambia la columna de z por las constantes; los menores valen −8, 1 y 5
   $D_z = 1(-8) - 1(1) + 6(5)$
   $D_z = -8 - 1 + 30 = 21$
3. Divide Dz entre D
   $z = 21 \div 7 = 3$

Ojo: 21 es Dz sin dividir entre D; 1/3 divide al revés, D entre Dz.
Truco: La incógnita es siempre el determinante cambiado entre D, nunca al revés.

10. Respuesta A · El determinante vale 0

1. Observa el primer renglón
   $(1,\ 2,\ 3)$
2. El segundo renglón es el doble del primero
   $2(1,\ 2,\ 3) = (2,\ 4,\ 6)$
3. Compruébalo por el primer renglón; los menores valen 14, 10 y 2
   $1(14) - 2(10) + 3(2)$
   $14 - 20 + 6 = 0$
4. El resultado es cero: un sistema con esta matriz no tendría solución única
   $D = 0$

Ojo: 14 solo calcula el primer término del desarrollo; 40 suma 14 + 20 + 6 sin alternar los signos.
Truco: Renglones proporcionales o un renglón de ceros: el determinante es cero.