Resolución de triángulos oblicuángulos

Resolver triángulos LAL, LLL, ALA, AAL y LLA, y problemas de topografía, navegación y áreas.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

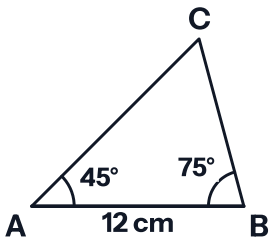
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

En un triángulo, el lado AB mide 12 cm y los ángulos en sus extremos son A = 45° y B = 75°. ¿Cuánto mide el lado BC? (sen 45° ≈ 0.707 y sen 60° ≈ 0.866)

A) 9.8 cm **B)** 8.5 cm **C)** 14.7 cm

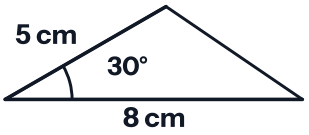


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Un triángulo tiene lados de 8 cm y 5 cm que forman un ángulo de 30°. ¿Cuál es su área?

A) 20 cm² **B)** 17.3 cm² **C)** 10 cm²

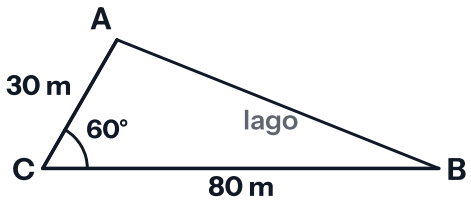


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Para medir el ancho de un lago entre los puntos A y B, un topógrafo se para en C y mide CA = 30 m, CB = 80 m y el ángulo ACB = 60°. ¿Cuánto mide AB?

A) 85.4 m **B)** 110 m **C)** 70 m

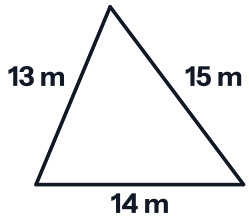


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Un terreno triangular tiene lados de 13 m, 14 m y 15 m. ¿Cuál es su área?

A) 84 m² **B)** 7056 m² **C)** 18.3 m²

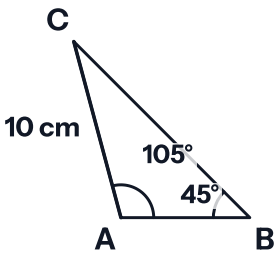


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

En el triángulo ABC, A = 105°, B = 45° y el lado b mide 10 cm (b está frente a B). ¿Cuánto mide el lado c? (sen 45° ≈ 0.707)

A) 14.1 cm **B)** 7.1 cm **C)** 5 cm

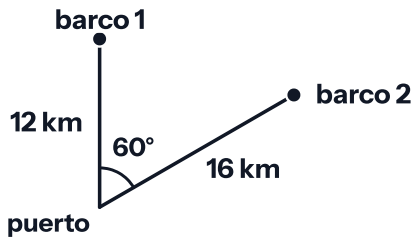


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Dos barcos salen de un puerto. El primero navega 12 km hacia el norte y el segundo 16 km con rumbo 60° al este del norte. ¿Qué distancia los separa?

A) 20 km **B)** 14.4 km **C)** 28 km



Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Un triángulo tiene lados de 4 cm, 6 cm y 8 cm. ¿Cómo se clasifica según sus ángulos?

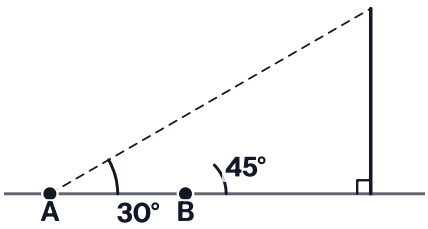
A) Acutángulo **B)** Rectángulo **C)** Obtusángulo

Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Desde un punto A, la punta de una torre se ve con elevación de 30°; avanzando 20 m hacia la torre, hasta B, se ve con 45°. ¿Cuánto mide la torre? (sen 15° ≈ 0.259, sen 45° ≈ 0.707)

A) 7.3 m **B)** 27.3 m **C)** 38.6 m

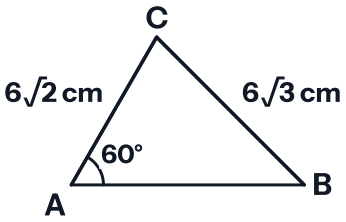


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

En el triángulo ABC, A = 60°, a = $6\sqrt{3}$ cm y b = $6\sqrt{2}$ cm (a frente a A, b frente a B). ¿Cuánto mide c? (sen 60° ≈ 0.866, sen 75° ≈ 0.966)

A) 11.6 cm **B)** 14.2 cm **C)** 13.4 cm

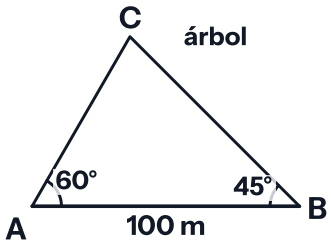


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

A y B, en una orilla a 100 m uno del otro, ven un árbol C en la orilla opuesta: A = 60° y B = 45°. ¿Cuánto mide el ancho del río? (sen 75° ≈ 0.966)

A) 63.4 m **B)** 73.2 m **C)** 86.6 m



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · BC mide 9.8 cm

1. Halla el tercer ángulo: los tres suman 180°
   $A + B = 45° + 75° = 120°$
   $C = 180° - 120° = 60°$
2. El lado de 12 cm es opuesto a C y BC es opuesto a A: iguala las razones de seno
   $a \div \sin 45°$
   $= 12 \div \sin 60°$
3. Despeja a con los valores de los senos
   $a = 12 \times 0.707 \div 0.866$
   $a \approx 9.8$

Ojo: 8.5 olvida dividir entre sen 60°; 14.7 invierte las razones de seno.
Truco: Con dos ángulos, el tercero es el primer paso.

2. Respuesta C · El área es 10 cm²

1. Traza la altura sobre el lado de 8 cm: forma un triángulo rectángulo
2. La altura es el cateto opuesto a 30°: h = 5 · sen 30°
   $h = 5 \sin 30° = 5(0.5) = 2.5$
3. El área es la mitad de la base por la altura
   $A = 0.5 \times 8 \times 2.5 = 10$

Ojo: 20 olvida la mitad; 17.3 usa cos 30° en lugar de sen 30° para la altura.
Truco: Con dos lados y el ángulo entre ellos: área = ½ · a · b · sen C.

3. Respuesta C · El lago mide 70 m de ancho

1. Se conocen dos lados y el ángulo entre ellos: usa la ley de los cosenos
   $AB^2 = 30^2 + 80^2$
   $-2(30)(80)\cos 60°$
2. Sustituye cos 60° = 0.5 y opera
   $AB^2 = 900 + 6400 - 2400$
   $AB^2 = 4900$
3. Saca la raíz cuadrada
   $AB = \sqrt{4900} = 70$

Ojo: 85.4 olvida el término del coseno (queda √(900 + 6400)); 110 solo suma las dos distancias.
Truco: Dos lados y el ángulo entre ellos: la tercera distancia sale con cosenos.

4. Respuesta A · El área es 84 m²

1. Con tres lados usa la fórmula de Herón: primero el semiperímetro
   $s = (13 + 14 + 15) \div 2 = 21$
2. Multiplica s por las tres diferencias y saca la raíz
   $A = \sqrt{21(8)(7)(6)} = \sqrt{7056}$
   $A = 84$
3. Comprueba: sobre la base de 14 m la altura mide 12 m
   $0.5 \times 14 \times 12 = 84$

Ojo: 7056 olvida la raíz cuadrada; 18.3 es √(8·7·6): se omitió multiplicar por s.
Truco: Herón: A = √[s(s − a)(s − b)(s − c)].

5. Respuesta B · El lado c mide 7.1 cm

1. Primero halla C: los tres ángulos suman 180°
   $A + B = 105° + 45° = 150°$
   $C = 180° - 150° = 30°$
2. b es opuesto a B y c es opuesto a C: iguala las razones
   $c \div \sin 30°$
   $= 10 \div \sin 45°$
3. Despeja c con los valores de los senos
   $c = 10 \times 0.5 \div 0.707$
   $c \approx 7.1$

Ojo: 14.1 invierte las razones (10 · sen 45° ÷ sen 30°); 5 olvida dividir entre sen 45°.
Truco: Cada lado se divide entre el seno de su ángulo opuesto.

6. Respuesta B · Quedan a 14.4 km

1. Los dos rumbos forman 60°: ley de los cosenos con los dos recorridos
   $d^2 = 12^2 + 16^2$
   $-2(12)(16)\cos 60°$
2. Sustituye cos 60° = 0.5 y opera
   $d^2 = 144 + 256 - 192$
   $d^2 = 208$
3. Saca la raíz cuadrada
   $d = \sqrt{208} \approx 14.4$

Ojo: 20 km usa Pitágoras (√(144 + 256)), como si el ángulo fuera recto; 28 km suma los recorridos.
Truco: Dibuja el ángulo entre los dos rumbos antes de elegir la ley.

7. Respuesta C · Es obtusángulo

1. El ángulo mayor está frente al lado mayor, el de 8 cm: compara 8^2 con $4^2 + 6^2$
   $4^2 + 6^2 = 52$
   $8^2 = 64$
2. Si el cuadrado del lado mayor supera la suma, el ángulo es obtuso
   $64 > 52$
3. Confírmalo con la ley de los cosenos: el coseno sale negativo
   $\cos C = (16 + 36 - 64) \div 48$
   $\cos C = -0.25$

Ojo: «Rectángulo» exigiría $4^2 + 6^2 = 8^2$; «acutángulo» exigiría que 64 fuera menor que 52.
Truco: Compara c^2 con $a^2 + b^2$: mayor, obtuso; igual, recto; menor, agudo.

8. Respuesta B · La torre mide 27.3 m

1. El ángulo interior en B es 180° − 45° = 135°, y el de la punta T es 15°
   $B = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$
   $T = 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$
2. Ley de los senos en el triángulo ABT: BT frente al ángulo de 30°, AB frente al de 15°
   $BT \div \sin 30^\circ$
   $= 20 \div \sin 15^\circ$
   $BT \approx 10 \div 0.259 = 38.6$
3. En el triángulo rectángulo, la altura es BT · sen 45°
   $h = 38.6 \times 0.707 \approx 27.3$

Ojo: 7.3 toma 45° como ángulo interior en B; 38.6 es la distancia BT, no la altura.
Truco: Si avanzas hacia la torre, el ángulo interior en el segundo punto es 180° menos su elevación.

9. Respuesta A · El lado c mide 11.6 cm

1. Con a, A y b, la ley de los senos da sen B
   $\sin B = b \sin A \div a$
   $\sin B \approx 0.707$
2. Como b es menor que a, B es agudo: B = 45°, y entonces C = 75°
   $B = 45^\circ$
   $A + B = 105^\circ$
   $C = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$
3. Ley de los senos otra vez: c está frente a C
   $c = a \sin C \div \sin A$
   $c = 10.39(0.966) \div 0.866$
   $c \approx 11.6$

Ojo: 14.2 divide entre sen B en lugar de sen A; 13.4 usa Pitágoras ($\sqrt{(a^2 + b^2)}$), que exige ángulo recto.
Truco: Empieza con la pareja lado–ángulo opuesto que ya tienes completa.

10. Respuesta A · El río mide 63.4 m de ancho

1. Halla el ángulo del árbol: los tres ángulos suman 180°
   $A + B = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$
   $C = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$
2. Ley de los senos: AC está frente a B y AB frente a C
   $AC \div \sin 45^\circ$
   $= 100 \div \sin 75^\circ$
   $AC \approx 70.7 \div 0.966 = 73.2$
3. El ancho es la altura desde C: AC · sen 60°
   $w = 73.2 \times 0.866 \approx 63.4$

Ojo: 73.2 m es la distancia inclinada AC, no el ancho; 86.6 m trata a AC como si midiera 100.
Truco: El ancho es la altura: multiplica el lado inclinado por el seno del ángulo en la orilla.