Relaciones trigonométricas

identidades básicas, complementarios, ángulos de elevación y depresión.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

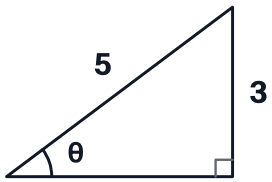
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Para un ángulo agudo θ se sabe que el seno vale 3/5. ¿Cuánto vale el coseno?

A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{4}{5}$ **C)** $\frac{2}{5}$



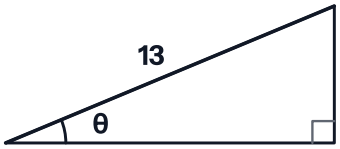
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Para un ángulo agudo θ se conocen el seno y el coseno. ¿Cuánto vale la tangente?

$$\sin\theta = 5/13$$
$$\cos\theta = 12/13$$

A) $\frac{5}{12}$ **B)** $\frac{12}{5}$ **C)** $\frac{5}{13}$

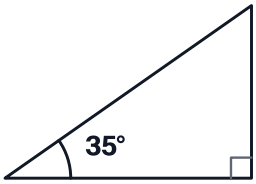


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

En un triángulo rectángulo, un ángulo agudo mide 35° y el otro es α. Si $\operatorname{sen} 35° = \cos \alpha$, ¿cuánto vale α?

A) $35°$ **B)** $145°$ **C)** $55°$

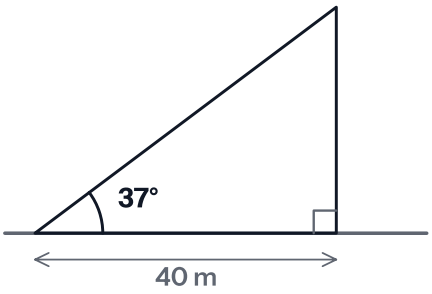


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Desde un punto a 40 m de la base de un edificio, el ángulo de elevación de la azotea es 37°. ¿Cuánto mide el edificio? Usa $\tan 37° \approx 0.75$.

A) 53.3 m **B)** 30 m **C)** 40.75 m

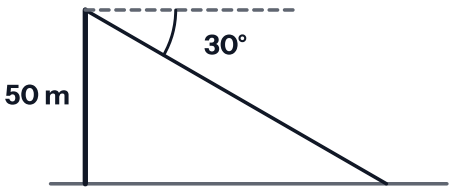


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Desde lo alto de un faro de 50 m, el ángulo de depresión hacia una lancha es 30°. ¿A qué distancia horizontal de la base del faro está la lancha?

A) $50\sqrt{3}$ m **B)** $\frac{50\sqrt{3}}{3}$ m **C)** 100 m

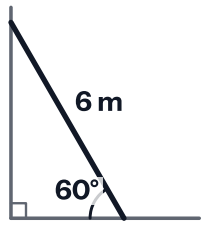


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Una escalera de 6 m se apoya en una pared y forma un ángulo de 60° con el suelo. ¿A qué altura toca la pared?

A) $3\,\text{m}$ **B)** $2\sqrt{3}\,\text{m}$ **C)** $3\sqrt{3}\,\text{m}$



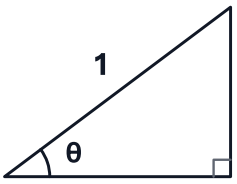
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Simplifica esta expresión para un ángulo agudo **θ**.

$$\frac{1-\cos^2\theta}{\sin\theta}$$

A) $\sin\theta$ **B)** 1 **C)** $\tan\theta$

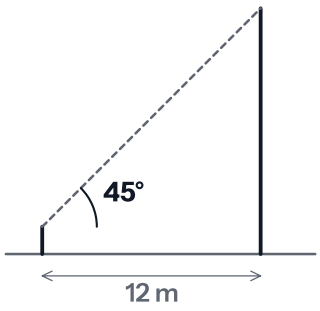


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Una persona cuyos ojos están a 1.5 m del suelo mira la punta de un poste con ángulo de elevación de 45°. Está a 12 m del poste. ¿Cuánto mide el poste?

A) 13.5 m **B)** 12 m **C)** 10.5 m

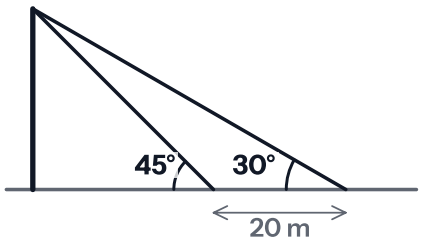


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Desde un punto A, la elevación de la punta de una torre es 45°. Desde B, alineado con A y 20 m más lejos de la torre, es 30°. ¿Cuánto mide la torre?

A) 20 m **B)** $10(\sqrt{3}+1)$ m **C)** $10\sqrt{3}$ m



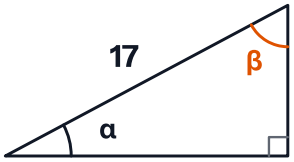
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

En un triángulo rectángulo, los ángulos agudos son **α** y **β**.
¿Cuánto vale cos **β**?

$$\sin\alpha = \frac{8}{17}$$

A) $\frac{8}{17}$ **B)** $\frac{15}{17}$ **C)** $\frac{8}{15}$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta B · El coseno vale 4/5

1. Usa la identidad que une seno y coseno de un mismo ángulo
   $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
2. Sustituye el seno y despeja el coseno al cuadrado
   $\cos^2\theta = 1 - \frac{9}{25}$
   $\cos^2\theta = \frac{16}{25}$
3. Saca la raíz: en un ángulo agudo el coseno es positivo
   $\cos\theta = \frac{4}{5}$

Ojo: 3/4 es la tangente (opuesto entre adyacente); 2/5 sale de restar 1 - 3/5 sin elevar al cuadrado.
Truco: Seno al cuadrado más coseno al cuadrado siempre da uno.

2. Respuesta A · La tangente vale 5/12

1. Seno y coseno son cociente de un cateto entre la hipotenusa: los dos llevan 13 abajo
   $\sin\theta = 5/13$
   $\cos\theta = 12/13$
2. La tangente es el seno entre el coseno
   $\tan\theta = \frac{5/13}{12/13}$
3. Los treceavos se cancelan y queda opuesto entre adyacente
   $\tan\theta = \frac{5}{12}$

Ojo: 12/5 invierte el cociente (es la cotangente); 5/13 es solo el seno.
Truco: Tangente: el seno entre el coseno; los denominadores iguales se cancelan.

3. Respuesta C · α vale 55°

1. Los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo suman 90 grados: α es el otro ángulo agudo
   $35^\circ + \alpha = 90^\circ$
2. El seno de un ángulo es el coseno de su complemento
   $\sin x = \cos(90^\circ - x)$
3. Resta: el complemento de 35 grados
   $\alpha = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

Ojo: 35° repite el dato sin usar el complemento; 145° resulta de restar a 180 en lugar de 90.
Truco: Seno y coseno de ángulos complementarios son iguales: se completa a 90 grados.

4. Respuesta B · El edificio mide 30 m

1. La distancia al edificio es el cateto adyacente y la altura h es el opuesto al ángulo de elevación
   $\text{adyacente} = 40$
   $\text{opuesto} = h$
2. Con opuesto y adyacente se usa la tangente
   $\tan 37^\circ = \frac{h}{40}$
3. Despeja h: multiplica por 40
   $h = 40 \times 0.75 = 30$

Ojo: 53.3 m sale de dividir 40 entre 0.75; 40.75 m, de sumar los dos números.
Truco: Opuesto = adyacente por tangente. Si buscas el opuesto, multiplica.

5. Respuesta A · La lancha está a 50√3 m

1. El ángulo de depresión se mide hacia abajo desde la horizontal; es igual al de elevación desde la lancha
   $\text{depresión} = \text{elevación}$
   $= 30^\circ$
2. En el triángulo, el faro es el cateto opuesto y d es el adyacente: se usa la tangente
   $\tan 30^\circ = \frac{50}{d}$
3. Despeja d y sustituye tan 30° = √3/3
   $d = \frac{50}{\sqrt{3}/3}$
4. Racionaliza el resultado
   $d = \frac{150}{\sqrt{3}} = 50\sqrt{3}$

Ojo: 100 m es la línea de visión (hipotenusa, con seno); 50√3/3 resulta de multiplicar por tan 30° en lugar de dividir.
Truco: Altura entre tangente da la distancia horizontal. Depresión = elevación.

6. Respuesta C · La altura es 3√3, unos 5.2 m

1. La escalera es la hipotenusa y h es el cateto opuesto al ángulo de 60 grados
   $\text{hipotenusa} = 6$
   $\text{opuesto} = h$
2. Con opuesto e hipotenusa se usa el seno
   $\sin 60^\circ = \frac{h}{6}$
3. Despeja h y sustituye sen 60° = √3/2
   $h = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

Ojo: 3 m es la distancia al pie de la pared (coseno); 2√3 m sale de dividir 6 entre tan 60°.
Truco: Opuesto con hipotenusa: seno. Adyacente con hipotenusa: coseno.

7. Respuesta A · La expresión equivale a sen θ

1. En un triángulo con hipotenusa 1, los catetos son el coseno y el seno
   $\cos\theta,\ \sin\theta,\ 1$
2. Pitágoras da la identidad; úsala para reescribir el numerador
   $1-\cos^2\theta=\sin^2\theta$
3. Sustituye y simplifica un seno
   $\frac{\sin^2\theta}{\sin\theta}$
   $=\sin\theta$

Ojo: 1 sale de cancelar sen² con todo el seno; tan θ sale de confundir esta fracción con sen θ entre cos θ.
Truco: Uno menos coseno al cuadrado es seno al cuadrado.

8. Respuesta A · El poste mide 13.5 m

1. El triángulo parte de los ojos: traza la horizontal a 1.5 m del suelo
   $h=\text{altura sobre los ojos}$
2. Con opuesto y adyacente se usa la tangente
   $\tan 45^\circ=\frac{h}{12}$
3. Como tan 45° = 1, la parte sobre los ojos mide 12 m
   $h=12\times 1=12$
4. Suma la altura de los ojos para tener el poste completo
   $12+1.5=13.5$

Ojo: 12 m olvida la altura de los ojos; 10.5 m la resta en lugar de sumarla.
Truco: Altura total = lo que sube desde los ojos + la altura de los ojos.

9. Respuesta B · 10(√3 + 1) m, unos 27.3 m

1. Sea h la altura: es el cateto opuesto en ambos triángulos
2. Desde A, tan 45° vale 1: la distancia x de A a la torre es h
   $\tan 45^\circ=\frac{h}{x}=1\rightarrow x=h$
3. Desde B la distancia es h + 20: plantea tan 30°
   $\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{h}{h+20}$
4. Multiplica en cruz y agrupa los términos con h
   $\sqrt{3}(h+20)=3h$
   $h(3-\sqrt{3})=20\sqrt{3}$
5. Racionaliza y simplifica
   $h=10(\sqrt{3}+1)$

Ojo: 20 m repite la distancia AB; 10√3 m sale de tomar 3 − √3 como 2 al racionalizar.
Truco: Dos observaciones: el cateto adyacente cambia en 20 m, la altura es la misma.

10. Respuesta A · cos β vale 8/17

1. Los ángulos agudos son complementarios: β = 90° − α
   $\alpha+\beta=90^\circ$
2. El cateto opuesto a α es el adyacente a β
   $\text{opuesto de }\alpha$
   $=\text{adyacente de }\beta$
3. Por eso el coseno de β es igual al seno de α
   $\cos\beta=\frac{8}{17}=\sin\alpha$
4. El cateto de 15 no hace falta aquí: da cos α, no cos β
   $\cos\alpha=\frac{15}{17}$

Ojo: 15/17 es cos α (el cateto adyacente a α); 8/15 es la tangente de α.
Truco: Seno de un ángulo agudo = coseno de su complemento.