Reglas de derivación: potencia, suma, producto y cociente

derivar polinomios, productos y cocientes con las reglas básicas.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Deriva la función término a término.

$$y = 5x^4 - 3x^2 + 7x - 2$$

A) $20x^3 - 6x + 7$ **B)** $5x^3 - 3x + 7$ **C)** $20x^3 - 6x + 5$

término	regla	derivada
$5x^4$		
$-3x^2$		
$7x$		
-2		

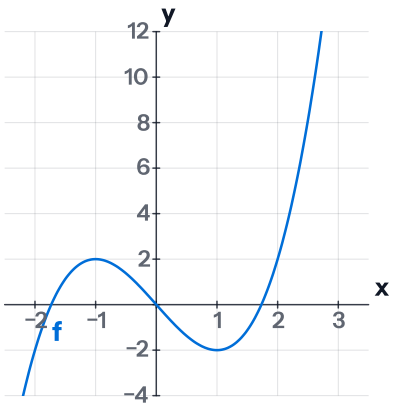
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es la pendiente de la recta tangente a la gráfica en x = 2?

$$f(x) = x^3 - 3x$$

A) 12 **B)** 9 **C)** 2



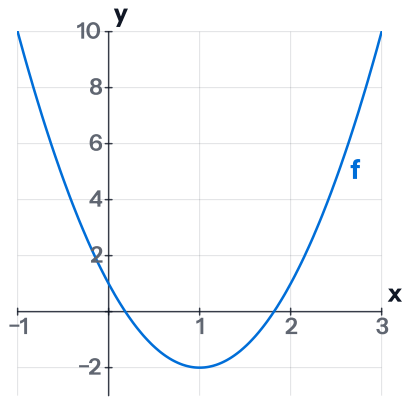
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿En qué valor de x la recta tangente a la gráfica es horizontal?

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 1$$

A) $x = -1$ **B)** $x = 1$ **C)** $x = 2$



Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Deriva el producto con la regla (uv)′ = u′v + uv′.

$$y = (x^2 + 1)(3x - 2)$$

función derivada

A) $9x^2 - 4x + 3$ **B)** $6x$ **C)** $6x^2 - 4x$

Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Deriva el cociente con la regla (u/v)′ = (u′v − uv′) ÷ v².

$$y = \frac{2x + 1}{x - 3}$$

función derivada

A) 7/(x − 3)² **B)** 2 **C)** −7/(x − 3)²

Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Reescribe con potencias de x y deriva.

$$y = \frac{4}{x^3} + 6\sqrt{x}$$

término potencias derivada

A) −12/x² + 3/√x **B)** −12/x⁴ + 3/√x **C)** −12/x⁴ + 6/√x

4/x³

6√x

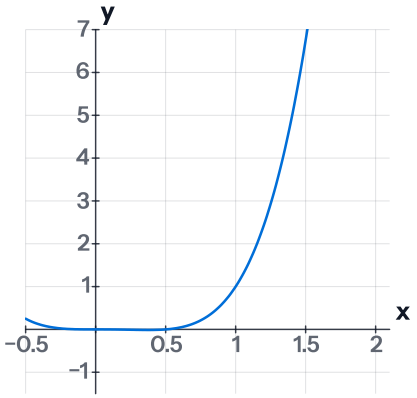
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuánto vale la pendiente de la recta tangente a la gráfica en x = 1?

$$f(x) = x^3(2x - 1)$$

A) 6 **B)** 1 **C)** 5



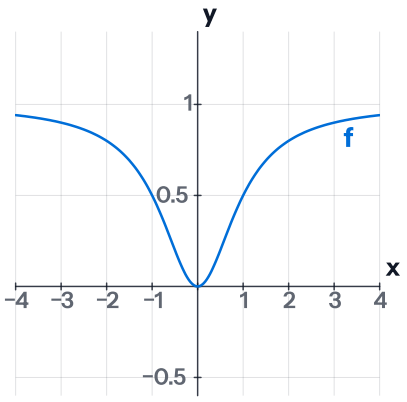
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Deriva con la regla del cociente y simplifica el numerador.

$$y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$$

A) 2x/(x² + 1)² **B)** −2x/(x² + 1)² **C)** 2x/(x² + 1)



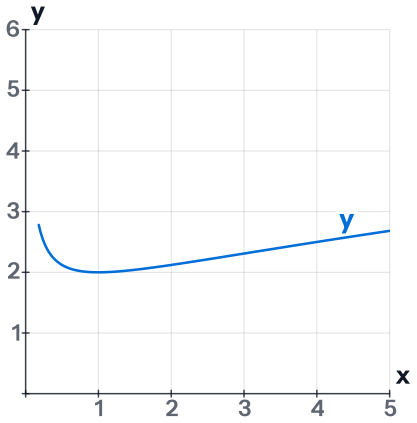
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Deriva la función; conviene reescribirla como suma de potencias.

$$y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$$

A) (x + 1)/(2x√x) **B)** 2√x **C)** (x − 1)/(2x√x)



Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

La tabla da, en x = 2, los valores de f y g y de sus derivadas. Sea q = f/g. ¿Cuánto vale q′(2)?

$$q'(x) = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

A) $-\frac{5}{8}$ **B)** $-\frac{1}{2}$ **C)** $-\frac{5}{2}$

	f	g
valor en 2	3	4
derivada en 2	−1	2

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · La derivada es $20x^3 - 6x + 7$

1. Potencia: baja el exponente y réstale 1
   $(5x^4)' = 5 \cdot 4x^3 = 20x^3$
2. Aplica lo mismo a $-3x^2$
   $(-3x^2)' = -3 \cdot 2x = -6x$
3. $7x$ se deriva a 7 y la constante a 0
   $(7x)' = 7$
   $(-2)' = 0$
4. Suma las derivadas
   $y' = 20x^3 - 6x + 7$

Ojo: $5x^3 - 3x + 7$ baja el exponente sin multiplicarlo; $20x^3 - 6x + 5$ suma la constante -2 en vez de eliminarla.
Truco: La derivada de una constante es 0 y la de una suma es la suma de las derivadas.

2. Respuesta B · La pendiente es 9

1. Ubica el punto de la gráfica en $x = 2$
   $f(2) = 8 - 6 = 2$
2. Deriva término a término y evalúa en $x = 2$
   $f'(x) = 3x^2 - 3$
   $f'(2) = 12 - 3 = 9$
3. La tangente sube 9 por cada 1 que avanza
   $m = 9$

Ojo: 2 es la altura $f(2)$, no la pendiente; 12 evalúa $3x^2$ pero olvida restar el 3 de la derivada de $-3x$.
Truco: La pendiente de la tangente en $x = a$ es $f'(a)$, no $f(a)$.

3. Respuesta B · La tangente es horizontal en x = 1

1. Deriva y evalúa en $x = 2$: la pendiente es positiva
   $f'(x) = 6x - 6$
   $f'(2) = 6$
2. En $x = 0$ la pendiente es negativa
   $f'(0) = -6$
3. Entre las dos, la pendiente pasa por 0
   $6x - 6 = 0$
   $x = 1$

Ojo: $x = -1$ resuelve $6x + 6 = 0$, con el signo mal; $x = 2$ resuelve $3x^2 - 6x = 0$, sin derivar.
Truco: Tangente horizontal significa pendiente cero: resuelve $f'(x) = 0$.

4. Respuesta A · La derivada es $9x^2 - 4x + 3$

1. Identifica los dos factores
   $u = x^2 + 1$
   $v = 3x - 2$
2. Deriva cada factor por separado
   $u' = 2x$
   $v' = 3$
3. Aplica $u'v + uv'$
   $y' = 2x(3x - 2)$
   $+(x^2 + 1)(3)$
4. Expande y suma
   $y' = 6x^2 - 4x + 3x^2 + 3$
   $= 9x^2 - 4x + 3$

Ojo: $6x$ multiplica las derivadas de cada factor; $6x^2 - 4x$ olvida el segundo término, uv'.
Truco: Producto: derivada del primero por el segundo, más el primero por la derivada del segundo.

5. Respuesta C · La derivada es $-7/(x - 3)^2$

1. Identifica numerador y denominador
   $u = 2x + 1$
   $v = x - 3$
2. Deriva cada uno
   $u' = 2$
   $v' = 1$
3. Calcula $u'v$ y uv'
   $u'v = 2(x - 3)$
   $uv' = (2x + 1)(1)$
4. La resta da -7; divide entre v^2
   $2x - 6 - (2x + 1) = -7$
   $y' = -7 \div (x - 3)^2$

Ojo: $7/(x - 3)^2$ resta $uv' - u'v$, al revés; 2 divide las derivadas, u'/v', y eso no es la regla.
Truco: Cociente: numerador $u'v - uv'$, denominador v^2, en ese orden.

6. Respuesta B · La derivada es $-12/x^4 + 3/\sqrt{x}$

1. Reescribe con potencias de x
   $y = 4x^{-3} + 6x^{1/2}$
2. Baja el −3 y réstale 1 al exponente
   $(4x^{-3})' = -12x^{-4}$
3. Baja el 1/2 y réstale 1
   $(6x^{1/2})' = 3x^{-1/2}$
4. Regresa a la forma con fracciones
   $y' = -12x^{-4} + 3x^{-1/2}$
   $= -12 \div x^4 + 3 \div \sqrt{x}$

Ojo: $-12/x^2$ resta mal: −3 − 1 es −4, no −2; $6/\sqrt{x}$ olvida multiplicar por el ½ que baja del exponente.
Truco: Escribe raíces y denominadores como potencias antes de derivar.

7. Respuesta C · La pendiente es 5

1. Aplica la regla del producto
   $f'(x) = 3x^2(2x - 1) + x^3 \cdot 2$
2. Evalúa en x = 1
   $f'(1) = 3(1)(1) + 1 \cdot 2$
   $= 3 + 2 = 5$
3. La tangente sube 5 por cada 1
   $m = 5$

Ojo: 6 multiplica las derivadas de los dos factores, $3x^2$ por 2; 1 es el valor de f(1), no la pendiente.
Truco: En el producto, cada término conserva un factor sin derivar.

8. Respuesta A · La derivada es $2x/(x^2 + 1)^2$

1. Identifica u y v con sus derivadas
   $u = x^2, \quad u' = 2x$
   $v = x^2 + 1, \quad v' = 2x$
2. Aplica u′v − uv′ en el numerador
   $2x(x^2 + 1) - x^2 \cdot 2x$
   $= 2x^3 + 2x - 2x^3 = 2x$
3. Divide entre v^2
   $y' = \dfrac{2x}{(x^2 + 1)^2}$
4. Comprueba con la gráfica
   $f'(0) = 0$

Ojo: $-2x/(x^2 + 1)^2$ resta uv′ − u′v, al revés; $2x/(x^2 + 1)$ olvida elevar el denominador al cuadrado.
Truco: Simplifica el numerador antes de dividir: aquí los términos cúbicos se cancelan.

9. Respuesta C · La derivada es $(x - 1)/(2x\sqrt{x})$

1. Separa en dos potencias de x
   $y = x^{1/2} + x^{-1/2}$
2. Deriva cada potencia
   $y' = \frac{1}{2}x^{-1/2} - \frac{1}{2}x^{-3/2}$
3. Factoriza y escribe con raíz
   $= \frac{1}{2}x^{-3/2}(x - 1)$
   $= \dfrac{x - 1}{2x\sqrt{x}}$
4. Comprueba: en x = 1 la tangente es horizontal
   $y'(1) = 0$

Ojo: $(x + 1)/(2x\sqrt{x})$ olvida el signo menos al derivar x^(−1/2); $2\sqrt{x}$ divide u′ entre v′ en vez de usar la regla del cociente.
Truco: Si el denominador es un solo término, divide cada término del numerador y deriva con potencias.

10. Respuesta A · q′(2) vale −5/8

1. Primer término: f′ por g
   $f'(2)\,g(2) = (-1)(4) = -4$
2. Segundo término: f por g′
   $f(2)\,g'(2) = (3)(2) = 6$
3. Resta en ese orden y eleva g al cuadrado
   $-4 - 6 = -10$
   $g(2)^2 = 16$
4. Divide y simplifica
   $q'(2) = \dfrac{-10}{16} = -\dfrac{5}{8}$

Ojo: −1/2 divide las derivadas, f′/g′; −5/2 olvida elevar g al cuadrado y divide −10 entre 4.
Truco: Lee de la tabla cada valor en el mismo x y sustituye en la regla.