Rectas y puntos notables del triángulo

medianas, mediatrices, alturas, baricentro, circuncentro, ortocentro.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

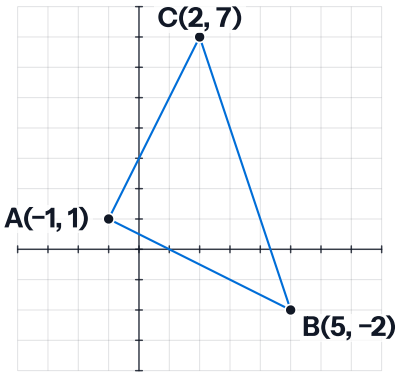
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son las coordenadas del baricentro del triángulo con vértices A(−1, 1), B(5, −2) y C(2, 7)?

A) (3, 3) **B)** (2, 5/2) **C)** (2, 2)

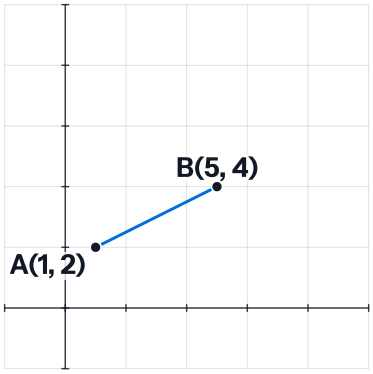


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es la pendiente de la mediatriz del segmento con extremos A(1, 2) y B(5, 4)?

A) −2 **B)** 2 **C)** −1/2

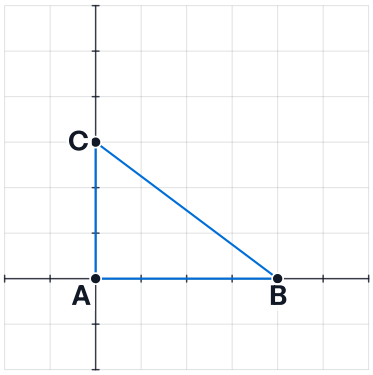


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

En un triángulo rectángulo con vértices A(0, 0), B(4, 0) y C(0, 3), ¿cuál es el ortocentro?

A) (0, 0) **B)** (2, 3/2) **C)** (4/3, 1)

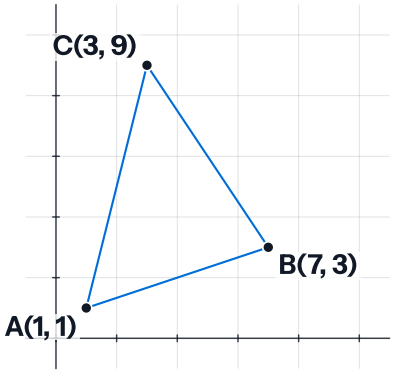


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Un triángulo tiene vértices A(1, 1), B(7, 3) y C(3, 9). ¿Cuál es la ecuación de la mediana que parte de C?

A) y = 7x − 12 **B)** y = −7x + 30 **C)** y = −3x + 18

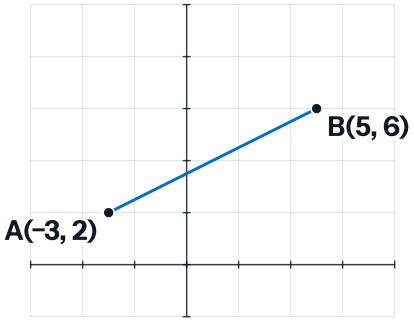


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuál es la ecuación de la mediatriz del segmento con extremos A(−3, 2) y B(5, 6)?

A) $x - 2y + 7 = 0$ **B)** $2x + y - 6 = 0$ **C)** $2x + y + 4 = 0$

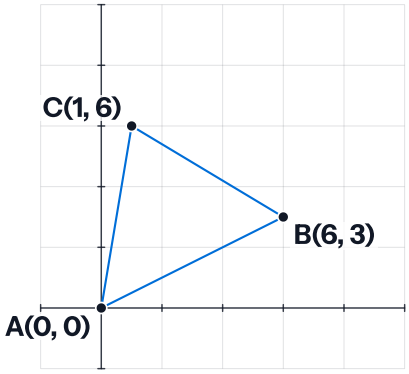


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Un triángulo tiene vértices A(0, 0), B(6, 3) y C(1, 6). ¿Cuál es la ecuación de la altura que baja desde C al lado AB?

A) $y = -2x + 8$ **B)** $y = 2x + 4$ **C)** $y = -x/2 + 13/2$

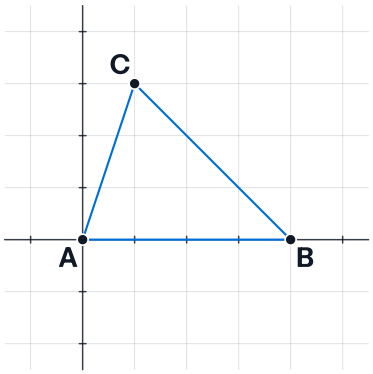


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Dónde está el circuncentro del triángulo con vértices A(0, 0), B(8, 0) y C(2, 6)?

A) (4, 2) **B)** (10/3, 2) **C)** (4, 4)

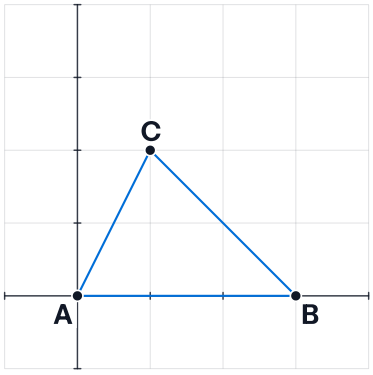


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál es el ortocentro del triángulo con vértices A(0, 0), B(6, 0) y C(2, 4)?

A) (3, 1) **B)** (8/3, 4/3) **C)** (2, 2)



Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

En un triángulo, el circuncentro es O(1, 1) y el baricentro es G(3, 2). El ortocentro H está en la recta OG, más allá de G, y OG mide un tercio de OH. ¿Cuál es H?

A) (5, 3) **B)** (7, 4) **C)** (6, 3)

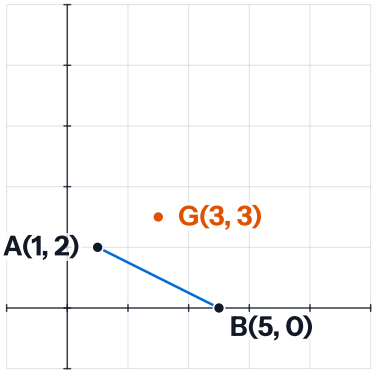


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Un triángulo tiene vértices A(1, 2) y B(5, 0), y su baricentro es G(3, 3). ¿Cuáles son las coordenadas del vértice C?

A) (−3, 1) **B)** (8, 7) **C)** (3, 7)



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · El baricentro es (2, 2)

1. El baricentro es donde se cruzan las medianas: está en el promedio de los tres vértices
2. Promedia las x y promedia las y: suma las tres y divide entre 3
   $x = (-1 + 5 + 2) \div 3 = 2$
   $y = (1 - 2 + 7) \div 3 = 2$
3. Las dos rectas guía se cruzan en el baricentro
   $G(2, 2)$

Ojo: (3, 3) sale de dividir entre 2 en vez de entre 3. (2, 5/2) promedia solo el menor y el mayor de cada coordenada.
Truco: El baricentro es el promedio de los tres vértices: suma y divide entre 3.

2. Respuesta A · La pendiente es −2

1. Primero la pendiente del segmento: lo que sube entre lo que avanza
   $m = \frac{4 - 2}{5 - 1} = \frac{1}{2}$
2. La mediatriz es perpendicular: su pendiente es la inversa y de signo contrario
   $0.5 \cdot m' = -1$
   $m' = -2$

Ojo: 2 invierte la pendiente pero olvida el signo. −1/2 cambia el signo pero olvida invertirla.
Truco: Perpendicular: invierte la pendiente y cámbiale el signo.

3. Respuesta A · El ortocentro es (0, 0)

1. Los lados AB y AC son perpendiculares: el ángulo recto está en A
2. Cada cateto ya es la altura del otro: la altura desde B cae sobre BA y la de C sobre CA
3. Las alturas se cruzan en el vértice del ángulo recto
   $H = A = (0, 0)$

Ojo: (2, 3/2) es el circuncentro, el punto medio de la hipotenusa. (4/3, 1) es el baricentro.
Truco: En un triángulo rectángulo, el ortocentro es el vértice del ángulo recto.

4. Respuesta B · La mediana es y = −7x + 30

1. La mediana desde C llega al punto medio M del lado opuesto, AB
   $x_M = (1 + 7) \div 2 = 4$
   $y_M = (1 + 3) \div 2 = 2$
2. Pendiente de la recta que pasa por C y M
   $m = \frac{2 - 9}{4 - 3} = -7$
3. Ecuación punto-pendiente con C y despeja y
   $y - 9 = -7(x - 3)$
   $y = -7x + 30$

Ojo: y = 7x − 12 cambia el signo de la pendiente. y = −3x + 18 es la altura desde C, no la mediana.
Truco: Mediana: del vértice al punto medio del lado opuesto. Altura: perpendicular al lado.

5. Respuesta B · La mediatriz es 2x + y − 6 = 0

1. La mediatriz pasa por el punto medio del segmento
   $x_M = (-3 + 5) \div 2 = 1$
   $y_M = (2 + 6) \div 2 = 4$
2. Pendiente de AB y la pendiente perpendicular
   $m_{AB} = 4 \div 8 = 1/2$
   $m' = -2$
3. Ecuación punto-pendiente en M y forma general
   $y - 4 = -2(x - 1)$
   $2x + y - 6 = 0$

Ojo: x − 2y + 7 = 0 es la paralela a AB por M. 2x + y + 4 = 0 pasa por A.
Truco: Mediatriz = punto medio + pendiente perpendicular. Verifica que M cumpla la ecuación.

6. Respuesta A · La altura es y = −2x + 8

1. Pendiente del lado AB
   $m_{AB} = 3 \div 6 = 0.5$
2. La altura es perpendicular a AB: invierte la pendiente y cámbiale el signo
   $m = -1 \div 0.5 = -2$
3. Ecuación punto-pendiente con el vértice C
   $y - 6 = -2(x - 1)$
   $y = -2x + 8$

Ojo: y = 2x + 4 invierte la pendiente pero no cambia el signo. y = −x/2 + 13/2 cambia el signo pero no invierte.
Truco: Altura: perpendicular al lado, pasando por el vértice opuesto.

7. Respuesta A · El circuncentro es (4, 2)

1. La mediatriz de AB: AB es horizontal, así que su mediatriz es vertical por el punto medio
   $x = (0 + 8) \div 2 = 4$
2. La mediatriz de AC: pasa por M(1, 3) y es perpendicular a AC, que tiene pendiente 3
   $m' = -1/3$
   $y - 3 = -(x - 1) \div 3$
3. Donde se cruzan está el circuncentro: usa x = 4
   $y = 3 - (4 - 1) \div 3 = 2$
   $O(4, 2)$

Ojo: (10/3, 2) es el baricentro, el promedio de los vértices. (4, 4) sale de usar la pendiente 1/3, sin el signo negativo.

Truco: El circuncentro es el cruce de las mediatrices: equidista de los tres vértices.

8. Respuesta C · El ortocentro es (2, 2)

1. La altura desde C es perpendicular a AB, que es horizontal: es vertical, x = 2
   $x = 2$
2. La altura desde A es perpendicular a BC. Pendiente de BC y pendiente perpendicular
   $m_{BC} = 4 \div (-4) = -1$
   $m' = 1,\ y = x$
3. El cruce de las dos alturas es el ortocentro: con x = 2, y = 2
   $H(2, 2)$

Ojo: (3, 1) es el circuncentro y (8/3, 4/3) es el baricentro: son otros puntos notables del mismo triángulo.

Truco: Ortocentro: cruce de alturas. Circuncentro: mediatrices. Baricentro: medianas.

9. Respuesta B · El ortocentro es (7, 4)

1. Calcula cuánto hay que avanzar de O a G
   $OG = (3 - 1,\ 2 - 1) = (2, 1)$
2. OH es tres veces OG, porque OG es un tercio de OH
   $OH = 3(2, 1) = (6, 3)$
3. Desde O, avanza ese recorrido completo para llegar a H
   $H = (1 + 6,\ 1 + 3) = (7, 4)$

Ojo: (5, 3) avanza solo dos veces OG desde O. (6, 3) es el recorrido OH sin sumarle las coordenadas de O.

Truco: Sobre la recta de Euler, el baricentro está a un tercio del camino del circuncentro al ortocentro.

10. Respuesta C · El vértice es C(3, 7)

1. El baricentro promedia los tres vértices: la suma de las x es 3 veces la x de G
   $1 + 5 + x_C = 3(3) = 9$
   $x_C = 3$
2. Lo mismo con las y
   $2 + 0 + y_C = 3(3) = 9$
   $y_C = 7$
3. Junta las coordenadas: C está en (3, 7)
   $C(3, 7)$

Ojo: (-3, 1) resta A y B de G sin multiplicar por 3. (8, 7) multiplica por 3 pero resta solo A.

Truco: Si conoces G, la suma de las coordenadas de los vértices es 3 veces la de G.