Punto medio y división de un segmento en una razón

punto medio, razón AP : PB y extremos de un segmento.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

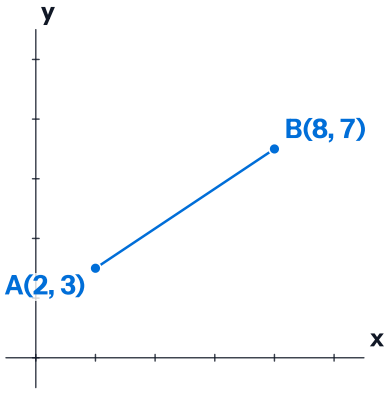
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son las coordenadas del punto medio del segmento con extremos A(2, 3) y B(8, 7)?

A) $(6, 4)$ **B)** $(10, 10)$ **C)** $(5, 5)$

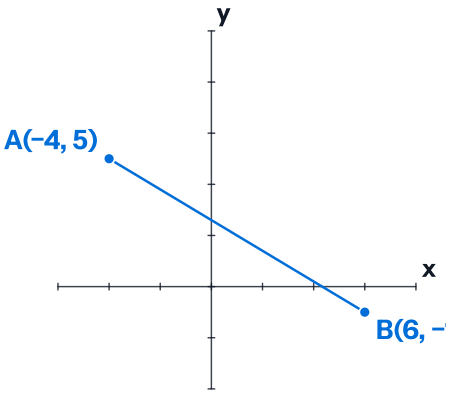


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son las coordenadas del punto medio del segmento con extremos A(−4, 5) y B(6, −1)?

A) $(-5, 3)$ **B)** $(1, 2)$ **C)** $(2, 4)$

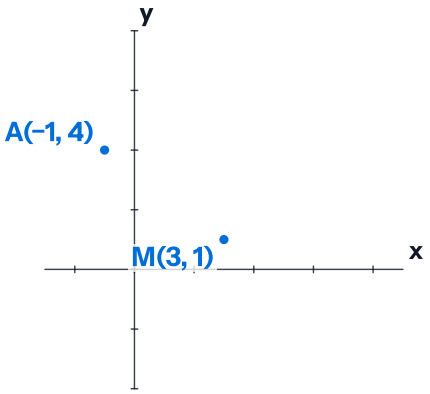


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

El punto M(3, 1) es el punto medio de AB. Si A es (−1, 4), ¿cuáles son las coordenadas de B?

A) $(7, -2)$ **B)** $(4, -3)$ **C)** $(2, 5)$

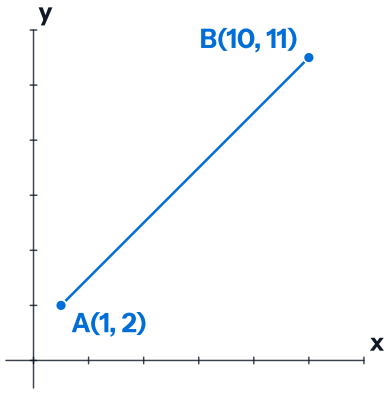


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

El punto P está sobre el segmento AB, con A(1, 2) y B(10, 11), y cumple AP : PB = 1 : 2. ¿Cuáles son las coordenadas de P?

A) $(7, 8)$ **B)** $(4, 5)$ **C)** $(5.5, 6.5)$

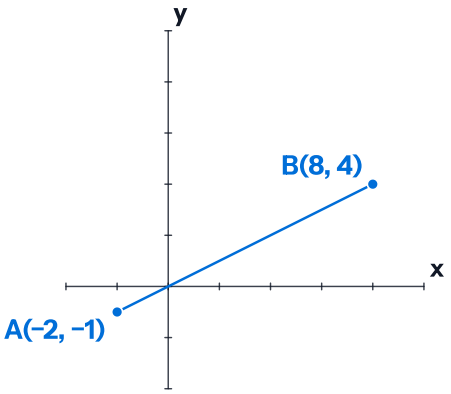


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

El punto P está sobre el segmento AB, con A(−2, −1) y B(8, 4), y cumple AP : PB = 2 : 3. ¿Cuáles son las coordenadas de P?

A) $(2, 1)$ **B)** $(4, 2)$ **C)** $(3, 1.5)$

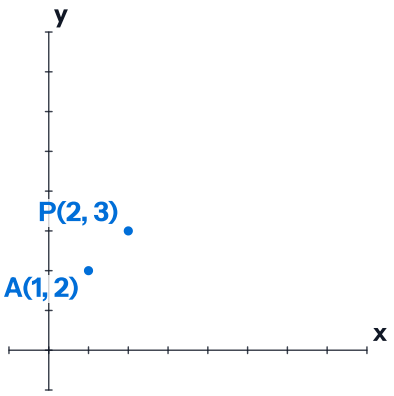


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

El punto P(2, 3) está sobre el segmento AB, con A(1, 2), y cumple AP : PB = 1 : 3. ¿Cuáles son las coordenadas de B?

A) $(5, 6)$ **B)** $(3, 4)$ **C)** $(4, 5)$

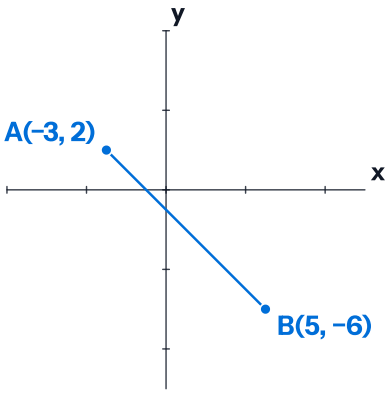


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Los puntos A(−3, 2) y B(5, −6) son los extremos de un diámetro de una circunferencia. ¿Cuáles son las coordenadas de su centro?

A) $(4, -4)$ **B)** $(2, -4)$ **C)** $(1, -2)$

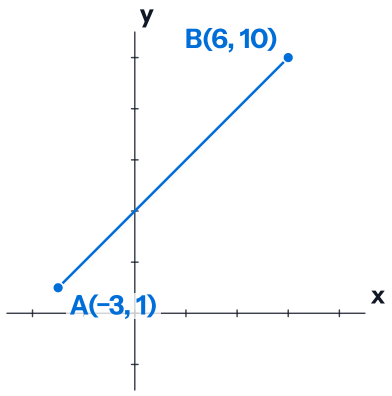


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Los puntos P y Q dividen el segmento AB en tres partes iguales, con P más cerca de A. Si A(−3, 1) y B(6, 10), ¿cuáles son las coordenadas de Q?

A) $(3, 7)$ **B)** $(0, 4)$ **C)** $(1.5, 5.5)$

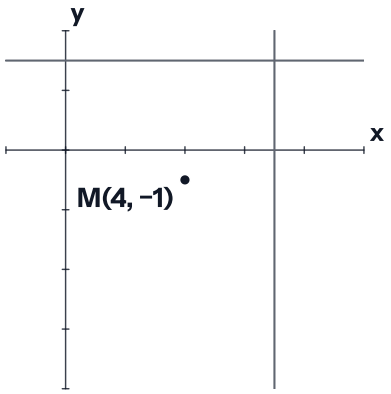


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

El punto medio de A(a, 3) y B(7, b) es M(4, −1). ¿Cuánto valen a y b?

A) a = −3 y b = −4 **B)** a = 15 y b = 1 **C)** a = 1 y b = −5

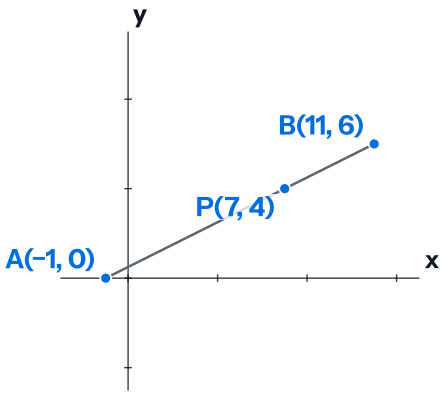


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

El punto P(7, 4) está sobre el segmento con extremos A(−1, 0) y B(11, 6). ¿En qué razón AP : PB divide P al segmento?

A) 1 : 2 **B)** 2 : 1 **C)** 2 : 3



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · El punto medio es (5, 5)

1. La x del punto medio es el promedio de las x de los extremos
   $$x_M = \frac{2+8}{2} = 5$$
2. La y del punto medio es el promedio de las y
   $$y_M = \frac{3+7}{2} = 5$$
3. Junta las dos coordenadas: el punto medio está sobre el segmento
   $$M(5,5)$$

Ojo: (6, 4) resta B − A en lugar de promediar; (10, 10) suma los extremos y no divide entre 2.
Truco: Punto medio = promedio de x y promedio de y: suma y divide entre 2.

2. Respuesta B · El punto medio es (1, 2)

1. Suma las x con su signo y divide entre 2
   $$x_M = (-4+6) \div 2 = 1$$
2. Suma las y con su signo y divide entre 2: 5 + (−1) = 4
   $$y_M = (5+(-1)) \div 2 = 2$$
3. El punto medio queda entre los extremos, a la misma distancia de los dos
   $$M(1,2)$$

Ojo: (−5, 3) resta los extremos, (−4 − 6) ÷ 2, en vez de sumar. (2, 4) suma sin dividir entre 2.
Truco: Para el punto medio siempre se SUMA, aunque haya negativos; luego se divide entre 2.

3. Respuesta A · B = (7, −2)

1. Mide el recorrido de A a M: lo que avanza en x y en y
   $$M - A = (3-(-1),\ 1-4)$$
   $$= (4,-3)$$
2. Repite el mismo recorrido a partir de M para llegar a B
   $$B = M + (4,-3)$$
   $$B = (3+4,\ 1+(-3))$$
3. Comprueba que M queda a la mitad de A y B
   $$B(7,-2)$$
   $$(-1+7) \div 2 = 3$$
   $$(4-2) \div 2 = 1$$

Ojo: (4, −3) es solo el recorrido de A a M; (2, 5) suma A + M, sin duplicar el recorrido.
Truco: Extremo = 2 · M − A: el doble del punto medio menos el extremo conocido.

4. Respuesta B · P = (4, 5)

1. La razón 1 : 2 reparte AB en 1 + 2 = 3 partes iguales; AP es una de ellas
   $$AP : PB = 1:2$$
   $$AP = \frac{1}{3}\,AB$$
2. Calcula cuánto avanza AB y toma un tercio
   $$B - A = (9,9)$$
   $$\frac{1}{3}(9,9) = (3,3)$$
3. Suma ese avance a las coordenadas de A
   $$P = (1+3,\ 2+3) = (4,5)$$

Ojo: (7, 8) invierte la razón: es 2 : 1. (5.5, 6.5) es el punto medio, razón 1 : 1.
Truco: Razón m : n → AP es m/(m + n) de AB. Primero cuenta las partes totales.

5. Respuesta A · P = (2, 1)

1. 2 + 3 = 5 partes iguales; AP ocupa 2 de ellas
   $$AP : PB = 2:3$$
   $$AP = \frac{2}{5}\,AB$$
2. Recorrido de AB y sus dos quintos
   $$B - A = (10,5)$$
   $$\frac{2}{5}(10,5) = (4,2)$$
3. Ese avance se suma a A, no es la posición de P
   $$P = (-2+4,\ -1+2)$$
   $$P = (2,1)$$

Ojo: (4, 2) es solo el avance 2/5 de AB, sin sumarlo a A. (3, 1.5) es el punto medio de AB.
Truco: P = A + (m/(m + n)) · (B − A). El avance se suma a A: no es P todavía.

6. Respuesta A · B = (5, 6)

1. AP es una parte: mide cuánto avanza de A a P
   $$P - A = (2-1,\ 3-2)$$
   $$= (1,1)$$
2. PB mide 3 partes: es 3 veces el avance AP
   $$PB = 3 \cdot (1,1) = (3,3)$$
3. Suma PB a las coordenadas de P, porque B está más allá de P
   $$B = (2+3,\ 3+3) = (5,6)$$

Ojo: (3, 4) suma solo una parte a P. (4, 5) suma las 3 partes a A en vez de sumarlas a P.
Truco: Mide la parte con A y P; B se alcanza sumando a P las partes que faltan.

7. Respuesta C · El centro es (1, −2)

1. El centro está a la mitad de cualquier diámetro: es el punto medio. Promedia las x
   $$x_C = \frac{-3+5}{2} = 1$$
2. Promedia las y
   $$y_C = \frac{2+(-6)}{2} = -2$$
3. El centro es (1, −2): la circunferencia pasa por A y B
   $$C(1,-2)$$

Ojo: (4, −4) resta los extremos, (5 − (−3)) ÷ 2, en vez de sumar. (2, −4) suma sin dividir entre 2.
Truco: Centro de una circunferencia = punto medio de un diámetro.

8. Respuesta A · Q = (3, 7)

1. Tres partes iguales: cada una es un tercio del recorrido de A a B
   $$B - A = (9,9)$$
   $$\frac{1}{3}(9,9) = (3,3)$$
2. Q es el punto más cercano a B: está a 2 partes de A
   $$AQ = 2 \cdot (3,3) = (6,6)$$
3. Suma ese avance a las coordenadas de A
   $$Q = (-3+6,\ 1+6) = (3,7)$$

Ojo: (0, 4) es P, el punto a una sola parte de A. (1.5, 5.5) es el punto medio, a 1.5 partes de A.
Truco: Lee qué punto piden: el más cercano a A está a una parte; el más cercano a B, a dos.

9. Respuesta C · a = 1 y b = −5

1. La x del punto medio es el promedio de las x: iguálala a 4 y despeja a
   $$(a+7) \div 2 = 4$$
   $$a + 7 = 8$$
   $$a = 1$$
2. Igual con las y: el promedio de 3 y b debe ser −1
   $$(3+b) \div 2 = -1$$
   $$3 + b = -2$$
   $$b = -5$$
3. Comprueba con los extremos A(1, 3) y B(7, −5)
   $$(1+7) \div 2 = 4$$
   $$(3-5) \div 2 = -1$$

Ojo: −3 y −4 restan M − B sin duplicar; 15 y 1 suman 2M + B en vez de restar.
Truco: Cada coordenada del punto medio es un promedio: multiplica por 2 antes de despejar.

10. Respuesta B · AP : PB = 2 : 1

1. Mide el recorrido de A a P
   $$P - A = (7-(-1),\ 4-0)$$
   $$= (8,4)$$
2. Mide el recorrido de P a B
   $$B - P = (11-7,\ 6-4)$$
   $$= (4,2)$$
3. Compara: AP es el doble de PB, en x y en y
   $$AP : PB = 8 : 4 = 2 : 1$$

Ojo: 1 : 2 invierte la razón. 2 : 3 compara AP con el segmento completo AB: 8 de 12.
Truco: La razón AP : PB compara los dos tramos entre sí, no un tramo con todo el segmento.