Probabilidad condicional

P(A|B) con tablas, rejillas, diagramas de conjuntos y árboles; regla del producto.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

En un grupo se registró el sexo de cada persona y si usa lentes (tabla). Se elige al azar a una mujer. ¿Cuál es la probabilidad de que use lentes?

A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{1}{2}$ **C)** $\frac{3}{10}$

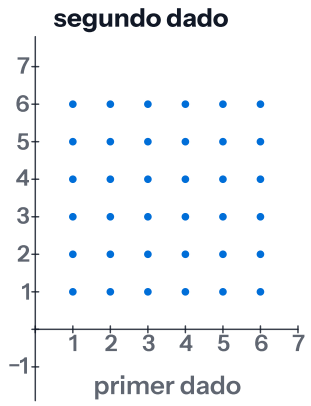
	Lentes	Sin lentes	Total
Mujeres	15	15	30
Hombres	5	15	20
Total	20	30	50

Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Se lanzan dos dados justos. Si el primero salió 4, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de los dos sea 9 o más?

A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{5}{18}$ **C)** $\frac{1}{18}$



Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Una urna tiene 3 bolas rojas y 2 azules. Se sacan dos bolas, una tras otra y sin devolver la primera. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas?

A) $\frac{3}{10}$ **B)** $\frac{9}{25}$ **C)** $\frac{9}{20}$

Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

En una escuela se registró el turno de cada alumno y si aprobó o reprobó una materia (tabla). Se elige al azar a un alumno que reprobó. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del turno vespertino?

A) $\frac{2}{5}$ **B)** $\frac{4}{25}$ **C)** $\frac{16}{31}$

	Aprobó	Reprobó	Total
Matutino	45	15	60
Vespertino	24	16	40
Total	69	31	100

Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

En una ciudad llueve en el 40% de los días. Si llueve, el camión llega tarde el 30% de las veces; si no llueve, el 10%. ¿Cuál es la probabilidad de que un día llueva y el camión llegue tarde?

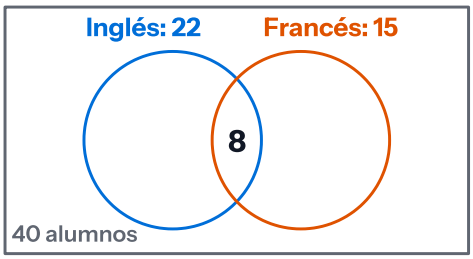
A) 0.30 **B)** 0.12 **C)** 0.18

Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

En un grupo de 40 estudiantes, 22 estudian inglés, 15 estudian francés y 8 estudian los dos idiomas. Se elige al azar a uno que estudia francés. ¿Cuál es la probabilidad de que también estudie inglés?

A) $\frac{8}{15}$ **B)** $\frac{4}{11}$ **C)** $\frac{1}{5}$



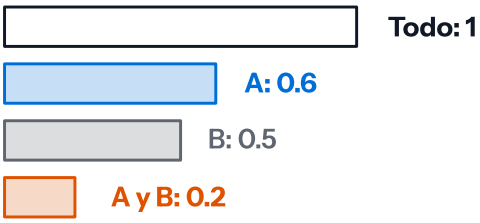
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Para dos eventos A y B se conocen estas probabilidades. ¿Cuánto vale la probabilidad de B sabiendo que ocurrió A?

$$P(A) = 0.6, \quad P(B) = 0.5$$
$$P(A \cap B) = 0.2$$

A) $\frac{2}{5}$ **B)** $\frac{3}{10}$ **C)** $\frac{1}{3}$



Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Una urna tiene 4 bolas rojas y 6 verdes. Se sacan dos, una tras otra y sin devolver la primera. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de colores distintos?

A) $\frac{4}{15}$ **B)** $\frac{12}{25}$ **C)** $\frac{8}{15}$

Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

En una urna hay 5 bolas rojas y 3 azules. Se sacan tres bolas, una tras otra y sin devolverlas. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres sean rojas?



A) $\frac{5}{28}$ **B)** $\frac{125}{512}$ **C)** $\frac{5}{14}$

Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Una familia tiene dos hijos y cada uno es niño o niña con la misma probabilidad. Se sabe que al menos uno es niña. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos sean niñas?

	1.º hijo	
2.º hijo	**niño**	**niña**
niño		
niña		

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta B · La probabilidad es 1/2

1. Ya sabes que es mujer: tu universo es solo el renglón de las mujeres, 30 personas
   $M:\ \text{mujer} \quad L:\ \text{lentes}$
2. De esas 30, cuenta las que usan lentes: 15
   $\text{Favorables} = 15$
   $\text{Posibles} = 30$
3. Divide los favorables entre los posibles
   $P(L \mid M) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

Ojo: Dividir 15 entre 20 da 3/4, pero eso responde otra pregunta: entre quienes usan lentes, qué fracción son mujeres.
Truco: En P(A | B), el total del evento que ya sabes (B) es el denominador.

2. Respuesta A · La probabilidad es 1/3

1. Que el primero salió 4 deja solo una columna: 6 resultados igual de probables
   $\text{Posibles} = 6$
2. En esa columna, la suma llega a 9 o más con 4 + 5 y con 4 + 6
   $4+5=9, \quad 4+6=10$
3. Divide los favorables entre los posibles
   $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Ojo: Contar sobre los 36 resultados da 10 con suma 9 o más: 5/18. Pero el primer dado conocido deja solo 6 posibles.
Truco: Saber algo del experimento recorta el espacio muestral: cuenta solo dentro del recorte.

3. Respuesta A · La probabilidad es 3/10

1. Primera bola: 3 de las 5 son rojas y 2 son azules
   $P(R_1) = \frac{3}{5}$
2. Segunda bola: ya no hay 5, hay 4, y quedan 2 rojas si la primera fue roja
   $P(R_2 \mid R_1) = \frac{2}{4}$
3. Multiplica a lo largo de la rama roja y roja
   $3/5 \cdot 2/4 = 6/20$
   $= \frac{3}{10}$

Ojo: Sin quitar la primera bola, 3/5 por 3/5 da 9/25. Quitarla del total pero no de las rojas da 3/5 por 3/4: 9/20.
Truco: Cada rama del segundo nivel es condicional a lo que pasó en el primero.

4. Respuesta C · La probabilidad es 16/31

1. Sabes que reprobó (R): tu universo es la columna Reprobó, 31 alumnos
   $R:\ \text{reprobó}$
   $\text{Posibles} = 31$
2. De esos 31, los del turno vespertino son 16
   $V:\ \text{vespertino}$
   $\text{Favorables} = 16$
3. Divide los favorables entre los posibles
   $P(V \mid R) = \frac{16}{31}$

Ojo: Dividir entre los 40 del turno vespertino da 2/5, pero eso responde: de los vespertinos, cuántos reprobaron. La condición era reprobar.
Truco: Antes de dividir pregúntate: ¿qué ya sé? Esa columna o renglón es el total.

5. Respuesta B · La probabilidad es 0.12

1. Primero el clima: llueve con 0.4 y no llueve con 0.6
   $P(\text{lluvia}) = 0.4$
   $P(\text{seco}) = 0.6$
2. El camión llega tarde con una probabilidad que depende de si llovió
   $P(\text{tarde} \mid \text{lluvia}) = 0.3$
3. Para que pasen las dos cosas, multiplica a lo largo de la rama
   $P = 0.4 \cdot 0.3 = 0.12$

Ojo: 0.30 olvida multiplicar por la lluvia. 0.18 suma la rama sin lluvia: 0.12 más 0.06 es llegar tarde en general.
Truco: La regla del producto: P(A y B) = P(A) por P(B dado A).

6. Respuesta A · La probabilidad es 8/15

1. Como estudia francés, tu universo es solo el círculo de francés: 15 estudiantes
   $F:\ \text{francés} \quad I:\ \text{inglés}$
2. De ellos, los que también estudian inglés están en la intersección: 8
   $\text{Favorables} = 8$
3. Divide los favorables entre el total del círculo
   $P(I \mid F) = \frac{8}{15}$

Ojo: Dividir entre 22 da 4/11: supone que ya sabías que estudia inglés. La condición era francés, y ese círculo tiene 15.
Truco: En el diagrama, el evento que ya sabes es el círculo que se convierte en tu universo.

7. Respuesta C · La probabilidad es 1/3

1. Si ocurrió A, el universo se reduce a A: su probabilidad 0.6 es el nuevo total
   $$\text{Nuevo total} = P(A) = 0.6$$
2. La parte de A donde también ocurre B es la intersección: 0.2
   $$P(A \cap B) = 0.2$$
3. Divide la parte entre el nuevo total
   $$P(B \mid A) = \frac{0.2}{0.6} = \frac{1}{3}$$

Ojo: Dividir entre 0.5 da 2/5, que es P(A dado B). El 3/10 sale de 0.6 por 0.5, válido solo con independencia.
Truco: P(B | A) = P(A y B) entre P(A): se divide siempre entre la probabilidad de lo que ya ocurrió.

8. Respuesta C · La probabilidad es 8/15

1. Primera bola: 4 de 10 son rojas y 6 de 10 son verdes
   $$P(R_1) = \frac{4}{10},\ P(V_1) = \frac{6}{10}$$
2. Segunda bola: quedan 9, y cuántas de cada color depende de la primera
   $$\text{Tras roja: } 3\ \text{R},\ 6\ \text{V}$$
   $$\text{Tras verde: } 4\ \text{R},\ 5\ \text{V}$$
3. Camino roja y luego verde: multiplica sus ramas
   $$4/10 \cdot 6/9 = 24/90$$
4. Camino verde y luego roja: da lo mismo, y los dos caminos se suman
   $$6/10 \cdot 4/9 = 24/90$$
   $$\frac{24}{90} + \frac{24}{90} = \frac{8}{15}$$

Ojo: Si cuentas solo un camino, 24/90, queda 4/15. Con reemplazo, 2 por 0.4 por 0.6, saldría 12/25.
Truco: Varias ramas favorables se suman; dentro de cada rama, se multiplica.

9. Respuesta A · La probabilidad es 5/28

1. Primera extracción: 5 rojas entre 8 bolas
   $$P(R_1) = \frac{5}{8}$$
2. Si salió roja, quedan 4 rojas entre 7 bolas
   $$P(R_2 \mid R_1) = \frac{4}{7}$$
3. Tras dos rojas, quedan 3 rojas entre 6 bolas
   $$P(R_3 \mid R_1 R_2) = \frac{3}{6}$$
4. Para que las tres sean rojas, multiplica las tres probabilidades
   $$5/8 \cdot 4/7 \cdot 3/6 = 60/336$$
   $$= \frac{5}{28}$$

Ojo: Si la bola se devolviera sería 5/8 al cubo: 125/512. Y 5/14 sale de multiplicar solo dos extracciones, no las tres.
Truco: Cada extracción sin reemplazo cambia el total y el número de bolas favorables.

10. Respuesta B · La probabilidad es 1/3

1. Escribe los cuatro casos igual de probables: niño-niño, niño-niña, niña-niño y niña-niña
2. La información al menos una niña descarta niño-niño: quedan 3 casos
   $$\text{Posibles} = 3$$
3. Solo uno de esos 3 casos tiene dos niñas
   $$P = \frac{1}{3}$$

Ojo: Decir 1/2 supone que ya sabes cuál hijo es niña. Pero niña-niño y niño-niña son casos distintos y los dos cuentan.
Truco: Cuando la información no señala a un hijo en particular, descarta casos de la lista completa.