Parábola con vértice fuera del origen y forma general

parábola $(x - h)^2 = 4p(y - k)$, forma general y completar el cuadrado.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

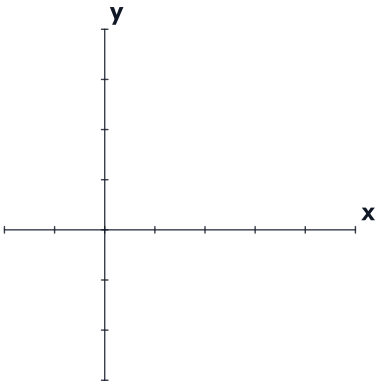
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el vértice de la parábola de abajo?

$$(x-3)^2 = 8(y+2)$$

A) $(3,-2)$ **B)** $(-3,2)$ **C)** $(3,2)$



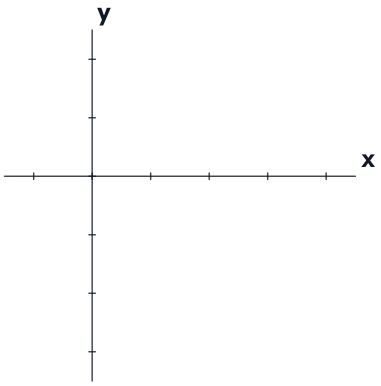
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Dónde está el foco de la parábola de abajo?

$$(y+1)^2 = -12(x-4)$$

A) $(7,-1)$ **B)** $(-8,-1)$ **C)** $(1,-1)$

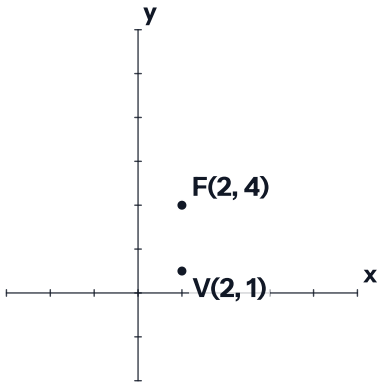


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Una parábola vertical tiene su vértice en (2, 1) y su foco en (2, 4). ¿Cuál es su ecuación ordinaria?

A) $(x-2)^2 = 3(y-1)$ **B)** $(x-2)^2 = 12(y-1)$ **C)** $(x+2)^2 = 12(y+1)$



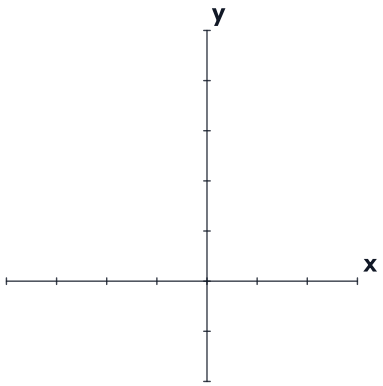
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuál es la directriz de la parábola de abajo?

$$(x+1)^2 = -8(y-3)$$

A) $y = 1$ **B)** $y = 11$ **C)** $y = 5$



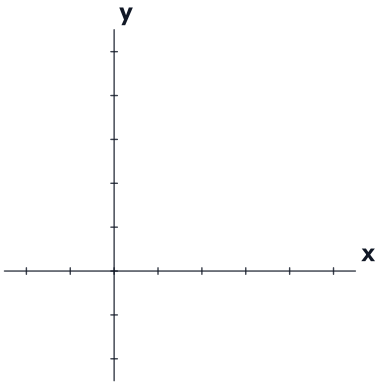
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Pasa la ecuación general de la parábola a su forma ordinaria.

$$x^2 - 6x - 8y + 1 = 0$$

A) $(x-3)^2 = 8(y+1)$ **B)** $(x-3)^2 = 8y - 1$ **C)** $(x+3)^2 = 8(y+1)$



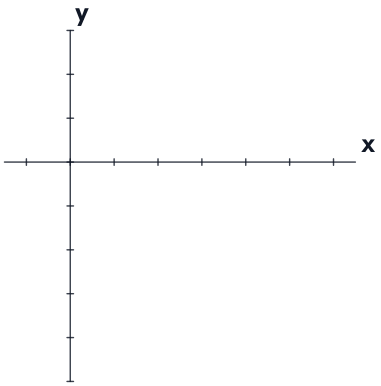
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Dónde está el foco de la parábola de abajo?

$$y^2 + 4y - 12x + 40 = 0$$

A) $(15, -2)$ **B)** $(6, -2)$ **C)** $(6, 2)$



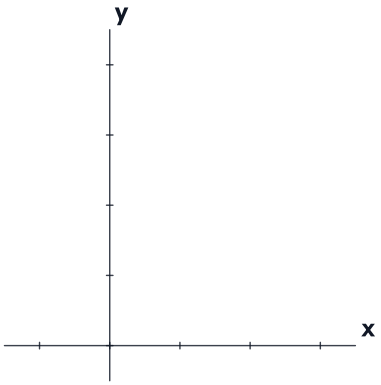
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el vértice de la parábola de abajo?

$$y = x^2 - 4x + 7$$

A) $(-2, 3)$ **B)** $(2, 3)$ **C)** $(2, 7)$

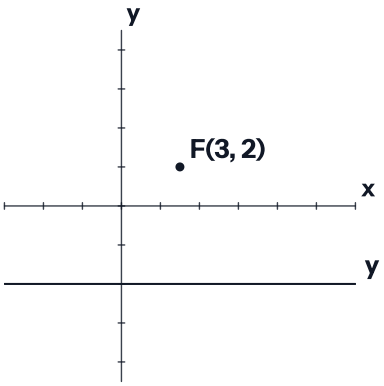


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Una parábola tiene su foco en (3, 2) y su directriz es la recta y = -4. ¿Cuál es su ecuación ordinaria?

A) $(x-3)^2 = 24(y+1)$ **B)** $(x-3)^2 = 12(y-2)$ **C)** $(x-3)^2 = 12(y+1)$

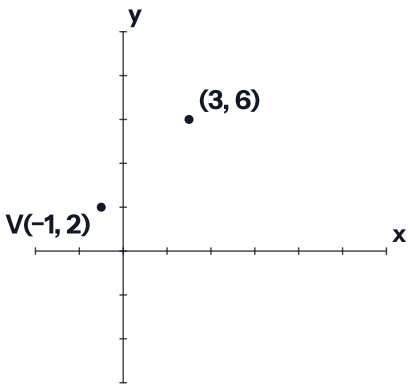


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Una parábola tiene vértice en (-1, 2), su eje focal es horizontal y pasa por el punto (3, 6). ¿Cuál es su ecuación ordinaria?

A) $(y-2)^2 = 4(x+1)$ **B)** $(y-2)^2 = 16(x+1)$ **C)** $(y+2)^2 = 4(x-1)$



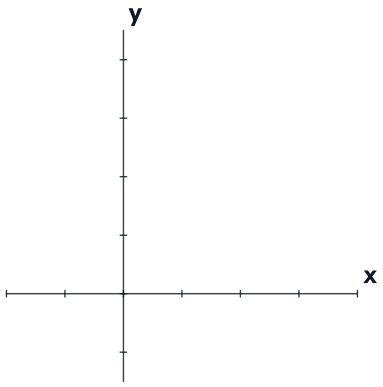
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

La parábola de abajo tiene su vértice sobre el eje x. ¿Cuánto vale la constante k?

$$x^2 - 4x - 8y + k = 0$$

A) 4 **B)** 0 **C)** -4



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · El vértice es (3, -2)

1. Compara con la forma ordinaria: el vértice es el punto (h, k)
   $(x-h)^2 = 4p(y-k)$
2. Signos contrarios: x − 3 da h = 3; y + 2 da k = −2
   $h = 3$
   $y + 2 = y - (-2)$
   $k = -2$
3. Ubica el punto en el plano: es el punto más bajo de la parábola
   $V(3, -2)$

Ojo: (−3, 2) copia los signos de los binomios tal como aparecen; (3, 2) cambia bien el signo de x pero no el de y.
Truco: El vértice usa el signo contrario al del binomio.

2. Respuesta C · El foco está en (1, -1)

1. El vértice sale con signos contrarios: x − 4 da h = 4 y y + 1 da k = −1
   $V(4, -1)$
2. Compara −12 con 4p: p es negativo, así que la parábola abre hacia la izquierda
   $4p = -12$
   $p = -3$
3. El foco está a p unidades del vértice, sobre el eje horizontal: (h + p, k)
   $F(4 + (-3), -1)$
   $F(1, -1)$

Ojo: (7, −1) suma 3 hacia la derecha olvidando que p es negativo; (−8, −1) suma 4p = −12 en lugar de p.
Truco: El foco se mueve p, no 4p, desde el vértice.

3. Respuesta B · (x − 2)² = 12(y − 1)

1. p es la distancia del vértice al foco
   $p = 4 - 1 = 3$
2. Sustituye h = 2, k = 1 y p = 3 en la forma ordinaria
   $(x-h)^2 = 4p(y-k)$
   $(x-2)^2 = 4 \cdot 3\,(y-1)$
3. Calcula 4p
   $(x-2)^2 = 12(y-1)$

Ojo: Con 3 en vez de 12 se olvidó el 4 de 4p; con signos más se copiaron las coordenadas sin invertirlas.
Truco: El número fuera del paréntesis es 4p, no p.

4. Respuesta C · La directriz es y = 5

1. Lee el vértice con signos contrarios: x + 1 da h = −1 y y − 3 da k = 3
   $h = -1$
   $k = 3$
2. 4p = −8, así que p = −2: la parábola abre hacia abajo y el foco queda 2 unidades debajo del vértice
   $4p = -8$
   $p = -2$
3. La directriz está del lado contrario al foco, a la misma distancia p del vértice
   $y = k - p$
   $y = 3 - (-2) = 5$

Ojo: y = 1 usa k + p, que es la altura del foco; y = 11 resta 4p = −8 en lugar de p.
Truco: Foco y directriz quedan a ambos lados del vértice, a distancia p.

5. Respuesta A · (x − 3)² = 8(y + 1)

1. Deja las x a la izquierda y pasa lo demás a la derecha
   $x^2 - 6x = 8y - 1$
2. Completa el cuadrado: suma (6 ÷ 2)² = 9 en AMBOS lados
   $x^2 - 6x + 9 = 8y - 1 + 9$
3. Factoriza el cuadrado y saca 8 como factor común a la derecha
   $(x-3)^2 = 8y + 8$
   $(x-3)^2 = 8(y+1)$

Ojo: Si no sumas 9 a la derecha queda 8y − 1; si escribes x + 3 cambias el signo de la mitad de −6.
Truco: Lo que sumas a un lado para completar el cuadrado también va al otro.

6. Respuesta B · El foco está en (6, -2)

1. Deja las y a la izquierda y pasa lo demás a la derecha
   $y^2 + 4y = 12x - 40$
2. Suma (4 ÷ 2)² = 4 en ambos lados y factoriza
   $y^2 + 4y + 4 = 12x - 40 + 4$
   $(y+2)^2 = 12(x-3)$
3. Lee el vértice con signos contrarios: h = 3 y k = −2
   $V(3, -2)$
4. 4p = 12, así que p = 3; el foco está 3 unidades a la derecha del vértice
   $4p = 12$
   $p = 3$
   $F(3+3, -2)$

Ojo: (15, −2) suma 4p = 12 al vértice en lugar de p; (6, 2) no invierte el signo de k.
Truco: Después de completar el cuadrado, lee h y k con el signo contrario.

7. Respuesta B · El vértice es (2, 3)

1. Completa el cuadrado en x: suma y resta $(4 \div 2)^2 = 4$
   $y = (x^2 - 4x + 4) + 7 - 4$
2. Factoriza el trinomio: la parábola queda desplazada 2 a la derecha
   $y = (x - 2)^2 + 3$
3. Pasa el 3 al otro lado y lee el vértice
   $(x - 2)^2 = y - 3$
   $V(2, 3)$

Ojo: (−2, 3) toma el signo del binomio como coordenada; (2, 7) toma el término libre como altura del vértice.

Truco: El término libre de la forma general no es la altura del vértice.

8. Respuesta C · $(x - 3)^2 = 12(y + 1)$

1. El vértice queda a la mitad entre el foco y la directriz
   $h = 3$
   $k = \frac{2 + (-4)}{2} = -1$
2. p es la distancia del vértice al foco, no del foco a la directriz
   $p = 2 - (-1) = 3$
   $4p = 12$
3. Sustituye en la forma ordinaria con signos contrarios para k
   $(x - 3)^2 = 12(y + 1)$

Ojo: 24 sale de usar la distancia foco–directriz (6) como p; con (y − 2) se tomó el foco como si fuera el vértice.

Truco: p es del vértice al foco: la mitad de la distancia foco–directriz.

9. Respuesta A · $(y - 2)^2 = 4(x + 1)$

1. Eje horizontal y punto a la derecha del vértice: abre hacia la derecha
   $(y - 2)^2 = 4p(x + 1)$
2. Sustituye el punto (3, 6) para hallar 4p
   $(6 - 2)^2 = 4p(3 + 1)$
   $16 = 4p \cdot 4$
3. Despeja 4p dividiendo entre (3 + 1) = 4
   $4p = \frac{16}{4} = 4$
4. Escribe la ecuación con 4p = 4
   $(y - 2)^2 = 4(x + 1)$

Ojo: 16 no divide entre x + 1 = 4; (y + 2) y (x − 1) cambian el signo de las coordenadas del vértice.

Truco: Sustituye el punto y despeja 4p; no lo confundas con el vértice.

10. Respuesta A · k vale 4

1. Completa el cuadrado en x: el eje de simetría es x = 2, así que el vértice tiene x = 2
   $x^2 - 4x + 4 = 8y - k + 4$
   $(x - 2)^2 = 8y - k + 4$
2. Sobre el eje x la altura es 0, así que el vértice es (2, 0) y debe cumplir la ecuación
   $2^2 - 4 \cdot 2 - 8 \cdot 0 + k = 0$
3. Calcula y despeja k
   $4 - 8 + k = 0$
   $k = 4$

Ojo: k = 0 olvida compensar el 4 al completar el cuadrado; k = −4 deja 4 − 8 sin pasarlo al otro lado.

Truco: El vértice es un punto de la parábola: sustitúyelo en la ecuación.