Parábola con vértice en el origen

parábola $y^2 = 4px$ y $x^2 = 4py$: foco, directriz y lado recto.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

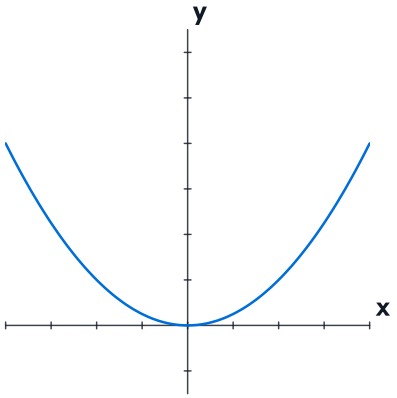
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Dónde está el foco de la parábola de abajo, con vértice en el origen?

$$x^2 = 8y$$

A) (0, 8) **B)** (2, 0) **C)** (0, 2)



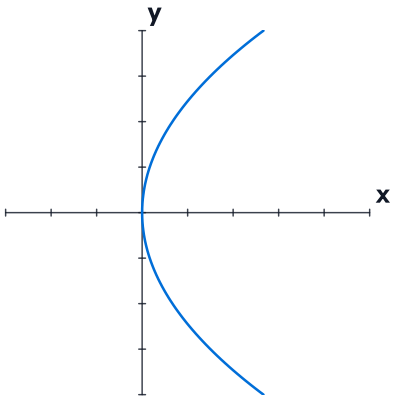
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es la directriz de la parábola de abajo, con vértice en el origen?

$$y^2 = 12x$$

A) $x = 3$ **B)** $x = -3$ **C)** $x = -12$

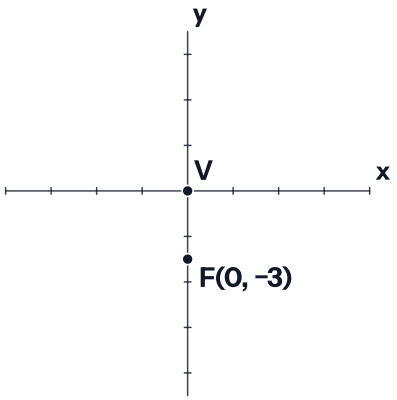


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Una parábola tiene su vértice en el origen y su foco en F(0, −3). ¿Cuál es su ecuación?

A) $x^2 = -12y$ **B)** $x^2 = 12y$ **C)** $y^2 = -12x$



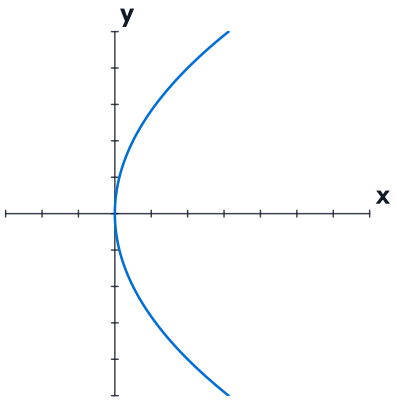
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuánto mide el lado recto de la parábola de abajo, con vértice en el origen?

$$y^2 = 16x$$

A) 4 **B)** 8 **C)** 16

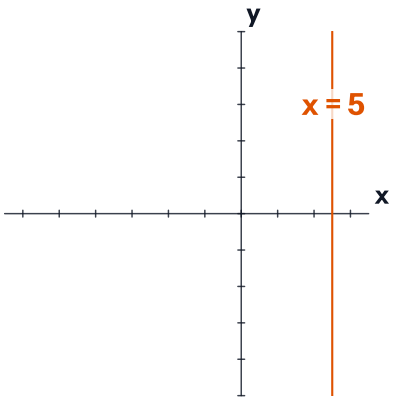


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Una parábola tiene su vértice en el origen, su eje sobre el eje x y su directriz es la recta x = 5. ¿Cuál es su ecuación?

A) $y^2 = 20x$ **B)** $y^2 = -10x$ **C)** $y^2 = -20x$

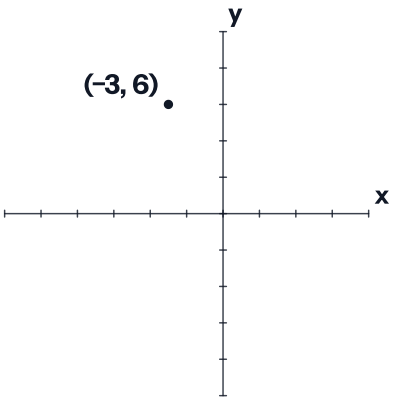


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Una parábola tiene su vértice en el origen, su eje sobre el eje x, se abre hacia la izquierda y pasa por el punto (−3, 6). ¿Cuál es su ecuación?

A) $y^2 = -12x$ **B)** $y^2 = 12x$ **C)** $y^2 = -3x$



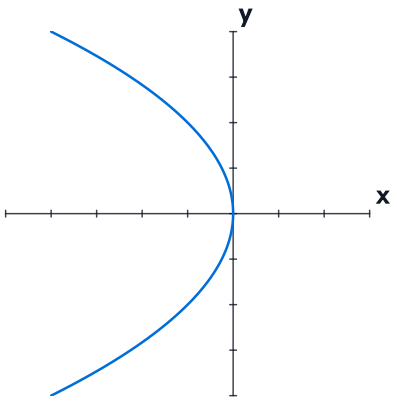
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Dónde está el foco de la parábola de abajo, con vértice en el origen?

$$y^2 + 8x = 0$$

A) (2, 0) **B)** (−2, 0) **C)** (−4, 0)



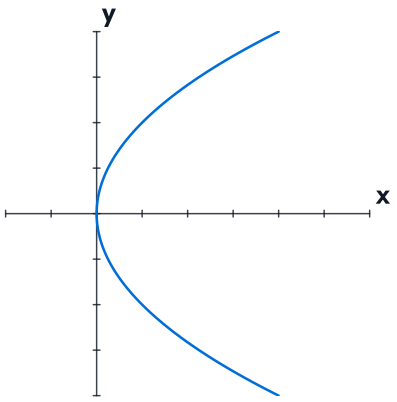
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

El vértice y los extremos del lado recto de la parábola de abajo forman un triángulo. ¿Cuál es su área?

$$y^2 = 8x$$

A) 8 **B)** 16 **C)** 4

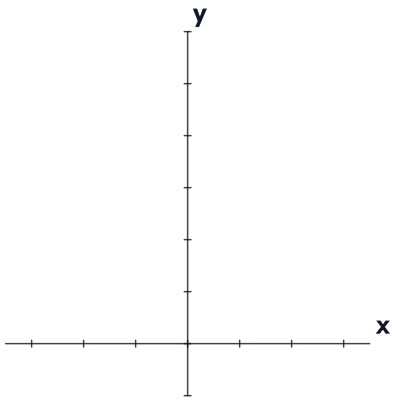


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Un reflector parabólico tiene vértice en el origen, eje vertical y abre hacia arriba. Su foco está a 1 m del vértice y su boca mide 8 m de ancho. ¿A qué altura sobre el vértice están los bordes?

A) 8 m **B)** 4 m **C)** 16 m

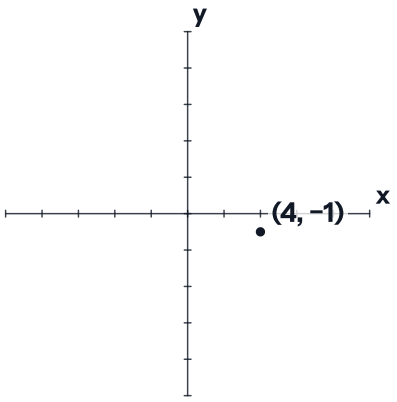


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Una parábola con vértice en el origen y eje vertical pasa por el punto (4, −1). ¿Cuál es la ecuación de su directriz?

A) $y = 4$ **B)** $y = -4$ **C)** $y = 16$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · El foco está en (0, 2)

1. Compara con la forma $x^2 = 4py$: el número que multiplica a y es 4p
   $x^2 = 4py$
   $4p = 8$
2. Divide entre 4 para obtener p, la distancia del vértice al foco
   $p = 8 \div 4 = 2$
3. Con x^2 la parábola abre sobre el eje y: el foco es (0, p)
   $F(0, p) = (0, 2)$

Ojo: (0, 8) toma 4p como p; (2, 0) pone el foco sobre el eje x, pero la parábola abre sobre y.
Truco: En $x^2 = 4py$ el foco es (0, p); en $y^2 = 4px$ es (p, 0).

2. Respuesta B · La directriz es la recta x = −3

1. Compara con $y^2 = 4px$: el número que multiplica a x es 4p
   $4p = 12$
2. Divide entre 4: p es la distancia del vértice al foco
   $p = 12 \div 4 = 3$
3. La directriz está a la misma distancia del otro lado: x = −p
   $x = -p = -3$

Ojo: x = 3 queda del lado del foco; x = −12 usa 4p como si fuera p.
Truco: Foco y directriz van en lados opuestos del vértice: (p, 0) y x = −p.

3. Respuesta A · La ecuación es $x^2 = -12y$

1. El foco está sobre el eje y: la ecuación tiene la forma $x^2 = 4py$
   $x^2 = 4py$
2. El foco es (0, p), así que p = −3: el signo negativo indica que abre hacia abajo
   $F(0, p) = (0, -3)$
   $p = -3$
3. Sustituye p en 4p
   $x^2 = 4(-3)y$
   $x^2 = -12y$

Ojo: $x^2 = 12y$ ignora que abre hacia abajo; $y^2 = -12x$ usa el eje equivocado.
Truco: Foco abajo o a la izquierda: p es negativo.

4. Respuesta C · El lado recto mide 16

1. Halla p: el número que multiplica a x es 4p
   $4p = 16$
   $p = 4$
2. El lado recto pasa por el foco y es perpendicular al eje: sustituye x = 4 para hallar sus extremos
   $y^2 = 16 \cdot 4 = 64$
   $y = \pm 8$
3. Mide de un extremo al otro: es |4p|
   $LR = 8 - (-8) = 16$
   $LR = |4p| = 16$

Ojo: 4 es p, la distancia del vértice al foco; 8 es la mitad del lado recto, la ordenada de un extremo.
Truco: El lado recto mide |4p|: es el coeficiente de la ecuación, sin dividir.

5. Respuesta C · La ecuación es $y^2 = -20x$

1. La directriz está a p del vértice, del lado contrario al foco: si es x = 5, p = −5
   $x = -p = 5$
   $p = -5$
2. Con el eje sobre x, la ecuación tiene la forma $y^2 = 4px$
   $y^2 = 4px$
3. Sustituye p = −5
   $y^2 = 4(-5)x = -20x$

Ojo: $y^2 = 20x$ abre del lado de la directriz; $y^2 = -10x$ usa 2p en vez de 4p.
Truco: La parábola siempre abre del lado contrario a su directriz.

6. Respuesta A · La ecuación es $y^2 = -12x$

1. Eje sobre x y abre a la izquierda: $y^2 = 4px$, con p negativo
   $y^2 = 4px$
2. Sustituye el punto: x = −3 y y = 6
   $6^2 = 4p(-3)$
   $36 = -12p$
3. Despeja p
   $p = 36 \div (-12) = -3$
4. Escribe la ecuación con 4p = −12
   $y^2 = 4(-3)x = -12x$

Ojo: $y^2 = 12x$ ignora que abre a la izquierda; $y^2 = -3x$ escribe p en lugar de 4p.
Truco: Sustituye el punto y despeja p; el coeficiente es 4p, no p.

7. Respuesta B · El foco está en (−2, 0)

1. Despeja y^2 para llevarla a la forma $y^2 = 4px$
   $$y^2 = -8x$$
2. Compara: $4p = -8$, así que $p = -2$
   $$4p = -8$$
   $$p = -2$$
3. Con y^2 el foco está sobre el eje x: $F(p, 0)$
   $$F(p, 0) = (-2, 0)$$

Ojo: (2, 0) ignora el signo de p; (−4, 0) divide entre 2 en vez de entre 4.
Truco: Despeja primero: el signo menos al pasar de lado cambia la apertura.

8. Respuesta A · El área del triángulo es 8

1. Halla p y el foco
   $$4p = 8$$
   $$p = 2$$
2. El lado recto está sobre $x = 2$: sustituye para hallar sus extremos
   $$y^2 = 8 \cdot 2 = 16$$
   $$y = \pm 4$$
3. Base = lado recto (8); altura = distancia del vértice al lado recto ($p = 2$)
   $$A = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8$$

Ojo: 16 olvida dividir entre 2; 4 toma como base solo la mitad del lado recto.
Truco: Lado recto = $|4p|$; altura = p.

9. Respuesta B · Los bordes están a 4 m de altura

1. El foco está a 1 m del vértice: $p = 1$, y la ecuación es $x^2 = 4py$
   $$p = 1$$
   $$x^2 = 4y$$
2. La boca mide 8 de ancho: cada borde está a la mitad del eje, $x = 4$
   $$x = 8 \div 2 = 4$$
3. Sustituye $x = 4$ en la ecuación
   $$4^2 = 4y$$
4. Despeja y: es la altura de cada borde
   $$y = 16 \div 4 = 4$$

Ojo: 8 m divide entre 2p en vez de 4p; 16 m usa el ancho completo, 8, como x: $8^2 \div 4$.
Truco: x es la mitad del ancho de la boca, no el ancho completo.

10. Respuesta A · La directriz es la recta y = 4

1. Eje vertical: $x^2 = 4py$. Sustituye el punto (4, −1)
   $$4^2 = 4p(-1)$$
   $$16 = -4p$$
2. Despeja p: es negativo, la parábola abre hacia abajo
   $$p = 16 \div (-4) = -4$$
3. La directriz está del lado contrario del foco: $y = -p$
   $$y = -p = 4$$

Ojo: $y = -4$ es la altura del foco, no de la directriz. $y = 16$ es $-4p$, el coeficiente, no la posición.
Truco: Directriz: $y = -p$ (o $x = -p$). Siempre del lado opuesto al foco.