Operaciones con fracciones algebraicas

sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones algebraicas, con mcm y simplificación.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

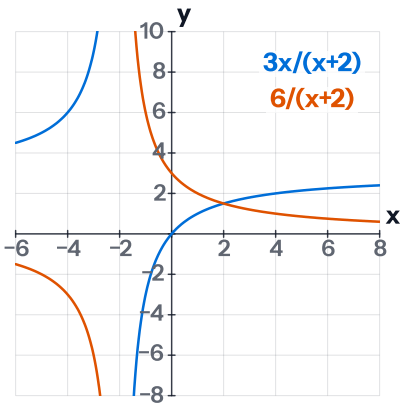
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Suma y simplifica. En la gráfica, mira cómo suman las dos curvas.

$$\frac{3x}{x+2} + \frac{6}{x+2}$$

A) 3/2, con x ≠ −2 **B)** 3, con x ≠ −2 **C)** 6, con x ≠ −2



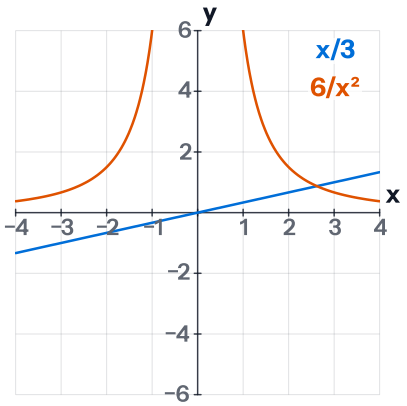
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Multiplica y simplifica. La gráfica muestra cada factor.

$$\frac{x}{3} \cdot \frac{6}{x^2}$$

A) 2x **B)** 2/x² **C)** 2/x



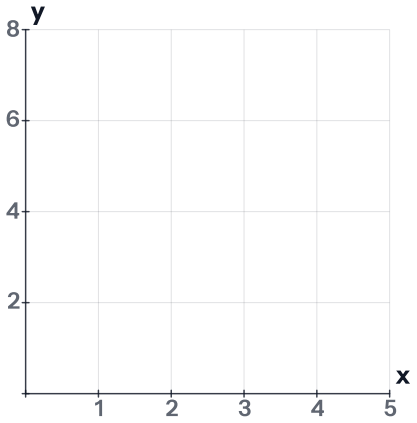
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Suma las fracciones y simplifica.

$$\frac{3}{2x} + \frac{1}{x}$$

A) 5/(2x) **B)** 4/(3x) **C)** 2/x



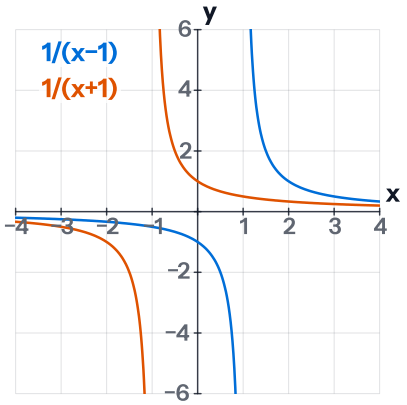
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Suma las fracciones y simplifica. Anota los valores prohibidos.

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$$

A) 2/(x² − 1) **B)** 1/x **C)** 2x/(x² − 1)



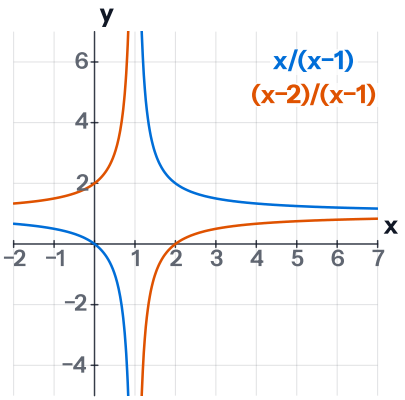
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Resta las fracciones y simplifica. La distancia entre las dos curvas es el resultado.

$$\frac{x}{x-1} - \frac{x-2}{x-1}$$

A) −2/(x − 1) **B)** 2 **C)** 2/(x − 1)



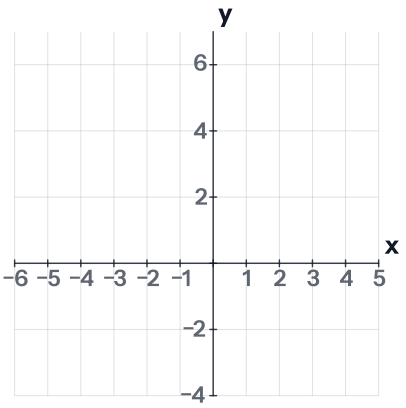
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Divide y simplifica la expresión.

$$\frac{x^2-4}{x+3} \div \frac{x-2}{x+3}$$

A) x + 2 **B)** 1/(x + 2) **C)** (x − 2)²(x + 2)/(x + 3)²



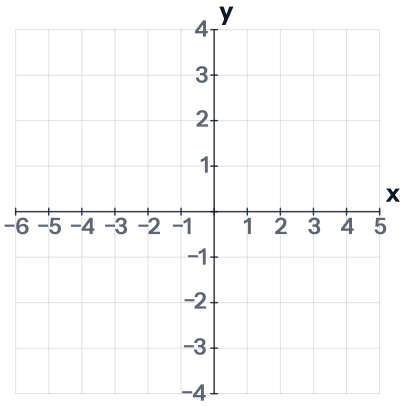
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Multiplica y simplifica la expresión.

$$\frac{x+3}{x^2-4} \cdot \frac{x-2}{(x+3)^2}$$

A) 1/(x + 2) **B)** 1/((x + 2)(x + 3)) **C)** 1/((x + 2)(x + 3)²)



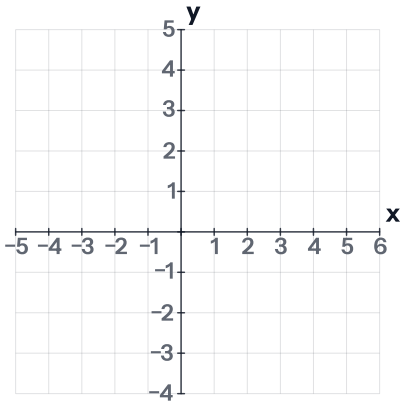
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Simplifica la fracción compleja multiplicando arriba y abajo por el mcm.

$$\frac{1+1/x}{1-1/x^2}$$

A) x/(x − 1) **B)** 1/(x − 1) **C)** (x + 1)/(x − 1)



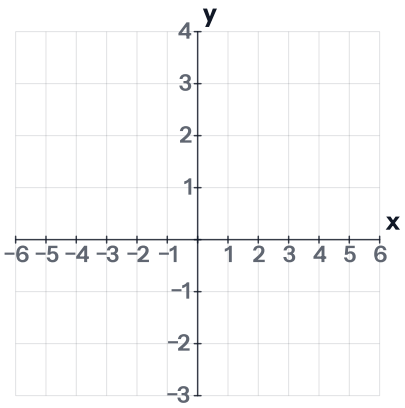
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Resta las fracciones y simplifica. Anota los valores prohibidos.

$$\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4}$$

A) $3/(x^2 - x - 2)$ **B)** $1/(x + 2)$ **C)** $-3/(x^2 - 4)$



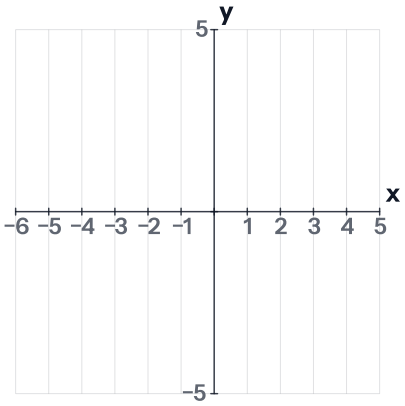
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Divide y simplifica. Factoriza todo lo que puedas antes de cancelar.

$$\frac{x^2-4}{x^2+x-6} \div \frac{x+2}{x+3}$$

A) 1 **B)** $(x + 2)^2/(x + 3)^2$ **C)** $x + 2$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta B · 3, con x ≠ −2

1. Mismo denominador: suma los numeradores y conserva el denominador
   $$\frac{3x+6}{x+2}$$
2. Factoriza el numerador y cancela x + 2
   $$\frac{3(x+2)}{x+2}=3$$
3. El denominador original no admite x = −2
   $$x+2\neq 0 \Rightarrow x\neq -2$$

Ojo: 3/2 suma también los denominadores: (3x + 6)/(2x + 4); 6 divide término a término: 3x/x + 6/2.

Truco: Con el mismo denominador, solo se suman los numeradores; los denominadores no se suman.

2. Respuesta C · El producto es 2/x

1. Antes de operar: x está en un denominador, así que x ≠ 0
   $$x\neq 0$$
2. Multiplica y cancela 3 con 6, y x con x²
   $$\frac{6x}{3x^2}=\frac{2}{x}$$
3. Comprueba con x = 2
   $$\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=1$$

Ojo: 2x trata x/x² como x; 2/x² cancela una x solo arriba y deja la x al cuadrado abajo.

Truco: Al cancelar potencias, resta exponentes: x/x² = 1/x.

3. Respuesta A · La suma es 5/(2x)

1. El mcm de 2x y x es 2x: la primera fracción ya lo tiene
   $$\text{mcm}(2x,\ x)=2x$$
2. Convierte 1/x multiplicando arriba y abajo por 2
   $$\frac{1}{x}=\frac{2}{2x}$$
3. Suma los numeradores y conserva el denominador
   $$\frac{3+2}{2x}=\frac{5}{2x}$$

Ojo: 4/(3x) suma numeradores y denominadores; 2/x suma 3 + 1 sin llevar 1/x al denominador 2x.

Truco: Primero iguala los denominadores; solo entonces se suman los numeradores.

4. Respuesta C · 2x/(x² − 1), con x ≠ ±1

1. El mcm es el producto de los denominadores; x ≠ 1 y x ≠ −1
   $$\text{mcm}=(x-1)(x+1)$$
   $$=x^2-1$$
2. Convierte cada fracción al denominador común
   $$\frac{x+1}{x^2-1}+\frac{x-1}{x^2-1}$$
3. Suma los numeradores y reduce
   $$(x+1)+(x-1)=2x$$
   $$\frac{2x}{x^2-1}$$

Ojo: 2/(x² − 1) suma 1 + 1 sin multiplicar cada numerador por el factor que falta; 1/x suma numeradores y denominadores.

Truco: Cada numerador se multiplica por el factor que le falta a su denominador.

5. Respuesta C · La resta es 2/(x − 1)

1. Mismo denominador: resta los numeradores, con paréntesis
   $$\frac{x-(x-2)}{x-1}$$
2. Distribuye el signo menos
   $$x-x+2=2$$
3. El resultado es 2 entre x − 1
   $$\frac{2}{x-1}$$

Ojo: −2/(x − 1) no distribuye el menos: x − x − 2; 2 suma los numeradores en vez de restarlos.

Truco: Al restar fracciones, encierra en paréntesis el numerador que se resta.

6. Respuesta A · x + 2

1. Anota los valores prohibidos: x ≠ −3 y x ≠ 2 (el divisor no puede ser cero)
   $$x+3\neq 0,\ x-2\neq 0$$
2. Invierte la segunda fracción y multiplica
   $$\frac{x^2-4}{x+3}\cdot\frac{x+3}{x-2}$$
3. Factoriza x² − 4 y cancela x − 2 y x + 3
   $$\frac{(x-2)(x+2)(x+3)}{(x+3)(x-2)}$$
4. Queda x + 2, con huecos en x = 2 y x = −3
   $$x+2,\ x\neq 2,\ x\neq -3$$

Ojo: 1/(x + 2) invierte la primera fracción en vez de la segunda; la tercera multiplica sin invertir.

Truco: Dividir es multiplicar por el inverso del divisor, y el divisor también debe ser distinto de cero.

7. Respuesta B · 1/((x + 2)(x + 3)), con x ≠ −3, −2, 2

1. Anota los valores prohibidos: x ≠ −3, x ≠ −2 y x ≠ 2
   $$x^2 - 4 \neq 0,\ x + 3 \neq 0$$
2. Factoriza x² − 4 y multiplica
   $$\frac{(x+3)(x-2)}{(x-2)(x+2)(x+3)^2}$$
3. Cancela x − 2 y una x + 3
   $$\frac{1}{(x+2)(x+3)}$$

Ojo: 1/(x + 2) trata (x + 3)/(x + 3)² como 1; la tercera cancela una x + 3 pero deja el cuadrado abajo.
Truco: Al cancelar potencias del mismo factor, resta los exponentes.

8. Respuesta A · x/(x − 1), con x ≠ 0, 1, −1

1. El mcm de los denominadores internos, x y x², es x²
   $$\text{mcm}(x,\ x^2) = x^2$$
2. Multiplica numerador y denominador por x²
   $$x^2(1 + 1/x) = x^2 + x$$
   $$x^2(1 - 1/x^2) = x^2 - 1$$
3. Factoriza y cancela x + 1
   $$\frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x}{x-1}$$
4. Los huecos están en x = 0 y x = −1; x = 1 es una asíntota
   $$x \neq 0,\ x \neq 1,\ x \neq -1$$

Ojo: 1/(x − 1) pierde la x de x(x + 1); (x + 1)/(x − 1) factoriza x² − 1 como x(x − 1).
Truco: Una fracción compleja se limpia multiplicando todo por el mcm de los denominadores internos.

9. Respuesta B · 1/(x + 2), con x ≠ 2 y x ≠ −2

1. Factoriza x² − 4: el mcm es x² − 4, y x ≠ ±2
   $$\text{mcm} = (x-2)(x+2)$$
   $$= x^2 - 4$$
2. Convierte la primera fracción al denominador común
   $$\frac{x+2}{x^2-4} - \frac{4}{x^2-4}$$
3. Resta los numeradores, con paréntesis
   $$x + 2 - 4 = x - 2$$
   $$\frac{x-2}{x^2-4}$$
4. Factoriza x² − 4 y cancela x − 2
   $$\frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x+2}$$

Ojo: 3/(x² − x − 2) resta numeradores y denominadores por separado; −3/(x² − 4) no multiplica el primer numerador por x + 2.
Truco: Factoriza los denominadores primero: así el mcm aparece solo y el resultado casi siempre se simplifica.

10. Respuesta A · Todo se cancela: el resultado es 1

1. Factoriza los dos polinomios que se pueden factorizar
   $$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$
   $$x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2)$$
2. Invierte el divisor y multiplica
   $$\frac{x^2-4}{x^2+x-6} \cdot \frac{x+3}{x+2}$$
3. Cancela todos los factores
   $$= 1$$
4. Restricciones: x ≠ 2, x ≠ −2 y x ≠ −3
   $$x \neq 2,\ x \neq -2,\ x \neq -3$$

Ojo: (x + 2)²/(x + 3)² multiplica sin invertir el divisor; x + 2 olvida que el x + 2 del divisor pasa al denominador.
Truco: Si todo se cancela, el resultado es 1, no 0: cancelar factores deja un 1.