Números complejos: concepto y representación

unidad imaginaria, forma binómica, conjugado, módulo y plano de Argand.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

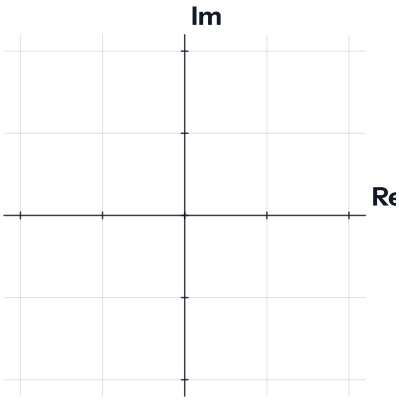
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuánto vale la potencia?

$$i^{27}$$

A) $-i$ **B)** -1 **C)** i



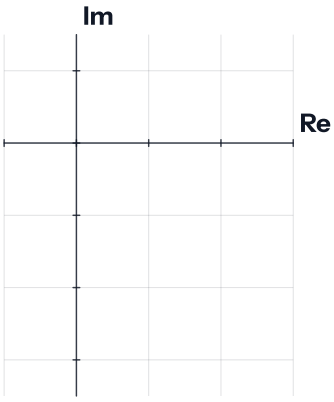
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es la parte imaginaria del número complejo?

$$z = 3 - 5i$$

A) $-5i$ **B)** 5 **C)** -5



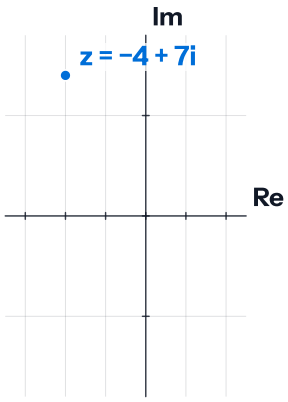
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el conjugado del número complejo?

$$z = -4 + 7i$$

A) $4 - 7i$ **B)** $-4 - 7i$ **C)** $4 + 7i$



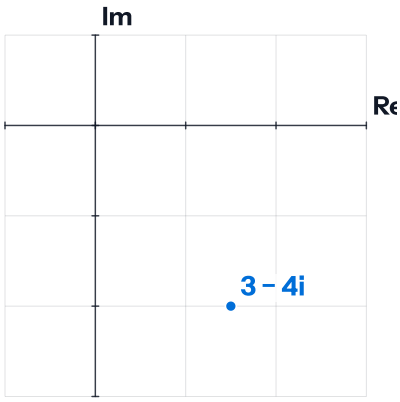
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el módulo del número complejo?

$$z = 3 - 4i$$

A) 5 **B)** 7 **C)** 25



Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Calcula el valor de la suma.

$$i^5 + i^{10} + i^{15}$$

Potenci	Residuo ÷ 4	Valor

A) $-1 + 2i$ **B)** 1 **C)** -1

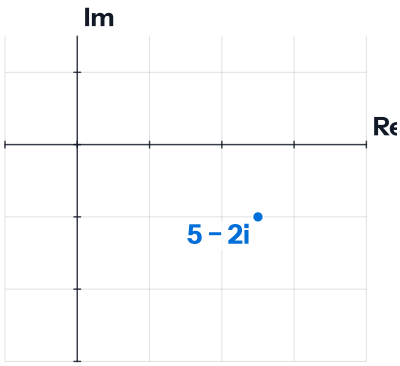
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Si los dos números complejos son iguales y x, y son reales, ¿cuánto vale x + y?

$$(2x - 1) + (y + 3)i = 5 - 2i$$

A) 4 **B)** -2 **C)** 2



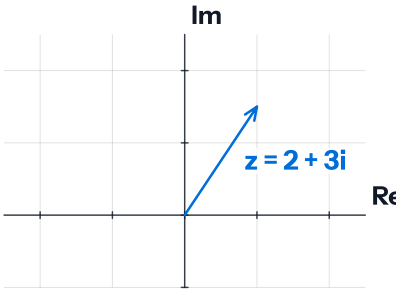
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Calcula el producto de i por el número complejo.

$$i(2+3i)$$

A) $-3+2i$ **B)** $3+2i$ **C)** $-2+3i$

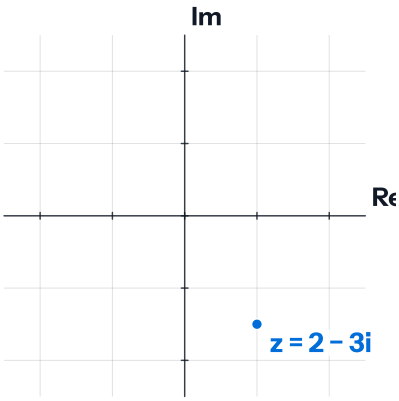


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Si z = 2 − 3i y $\bar{z}$ es su conjugado, ¿cuánto vale $z \cdot \bar{z}$?

A) 13 **B)** $\sqrt{13}$ **C)** -5



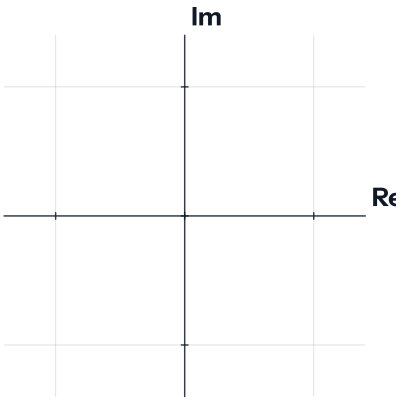
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuáles son todos los valores reales de b que cumplen lo siguiente?

$$|3 + bi| = 5$$

A) $b = 4$ **B)** $b = 4$ o $b = -4$ **C)** $b = 16$ o $b = -16$



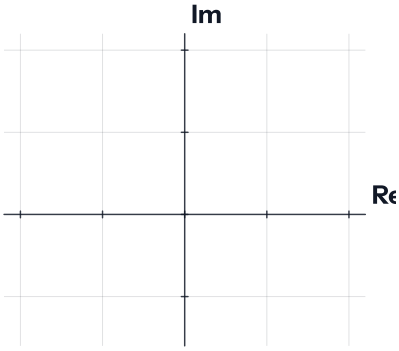
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuánto vale la suma de las primeras 40 potencias de i?

$$i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{40}$$

A) 1 **B)** 10 **C)** 0



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · i^{27} vale $-i$

1. Las potencias de i se repiten en ciclos de cuatro
   $i^2 = -1 \qquad i^3 = -i$
   $i^4 = 1$
2. Divide el exponente entre 4 y mira el residuo
   $27 = 4 \cdot 6 + 3$
3. Solo cuentan los 3 giros que sobran
   $i^{27} = i^3 = -i$

Ojo: -1 sale de usar el residuo 2 ($i^2 = -1$); i sale de usar el residuo 1.
Truco: Divide el exponente entre 4: residuo 0 → 1, 1 → i, 2 → −1, 3 → −i.

2. Respuesta C · La parte imaginaria es −5

1. La parte real es el número que no lleva i
   $z = 3 - 5i$
   $a = 3$
2. La parte imaginaria es el número que multiplica a i, con su signo
   $b = -5$
3. El punto es (3, −5); la parte imaginaria es −5, sin la i
   $\mathrm{Im}(z) = -5$

Ojo: $-5i$ incluye la i en la respuesta; 5 pierde el signo menos de la resta.
Truco: La parte imaginaria es el coeficiente de i, con su signo, y no incluye la i.

3. Respuesta B · El conjugado es −4 − 7i

1. La parte real se queda igual
   $-4 \to -4$
2. A la parte imaginaria solo se le cambia el signo
   $+7i \to -7i$
3. El conjugado es el reflejo de z en el eje real
   $\bar{z} = -4 - 7i$

Ojo: 4 − 7i cambia el signo de las dos partes; 4 + 7i cambia solo el de la parte real.
Truco: Conjugar es cambiar el signo de la parte imaginaria y nada más.

4. Respuesta A · El módulo es 5

1. El módulo es la distancia de z al origen; los catetos miden 3 y 4
   $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
2. Aplica Pitágoras con las dos partes
   $|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2}$
   $= \sqrt{9 + 16}$
3. Calcula la raíz
   $|z| = \sqrt{25} = 5$

Ojo: 7 suma los catetos 3 + 4; 25 olvida sacar la raíz cuadrada.
Truco: $|a + bi| = \sqrt{(a^2 + b^2)}$: el módulo es una distancia, nunca negativa.

5. Respuesta C · La suma vale −1

1. Reduce i^5 con el residuo de 5 ÷ 4
   $i^5 = i^1 = i$
2. Reduce i^{10}: el residuo de 10 ÷ 4 es 2
   $i^{10} = i^2 = -1$
3. Reduce i^{15}: el residuo de 15 ÷ 4 es 3
   $i^{15} = i^3 = -i$
4. Suma los tres valores: la i se cancela
   $i + (-1) + (-i) = -1$

Ojo: $-1 + 2i$ toma $i^{15} = i$; 1 supone que toda potencia par vale 1, o sea $i^{10} = 1$.
Truco: Una potencia par de i no siempre vale 1: depende del residuo entre 4.

6. Respuesta B · x + y = −2

1. Dos complejos son iguales cuando coinciden sus partes reales y sus partes imaginarias
   $2x - 1 \;\leftrightarrow\; 5$
   $y + 3 \;\leftrightarrow\; -2$
2. Iguala las partes reales y despeja x
   $2x - 1 = 5$
   $x = 3$
3. Iguala las partes imaginarias y despeja y
   $y + 3 = -2$
   $y = -5$
4. Suma los valores que encontraste
   $x + y = 3 + (-5) = -2$

Ojo: 4 sale de y = 1 (sumar 3 en lugar de restar); 2 sale de y = −1 (pierde el signo de −2).
Truco: Iguala parte real con parte real y parte imaginaria con parte imaginaria.

7. Respuesta A · El producto es −3 + 2i

1. Multiplica i por cada término del paréntesis
   $$i(2+3i) = 2i + 3i^2$$
2. Cambia i² por −1
   $$3i^2 = 3(-1) = -3$$
3. Reúne la parte real y la imaginaria
   $$i(2+3i) = -3 + 2i$$

Ojo: 3 + 2i toma i² = +1; −2 + 3i convierte 2 en 2i² = −2 y deja el 3i igual.

Truco: Multiplicar por i gira el número 90° en sentido contrario a las manecillas del reloj.

8. Respuesta A · z · z̄ = 13

1. Escribe el conjugado de z
   $$\bar{z} = 2 + 3i$$
2. Multiplica: es una diferencia de cuadrados
   $$(2-3i)(2+3i) = 4 - 9i^2$$
3. Sustituye i² = −1
   $$4 - 9(-1) = 4 + 9$$
4. El resultado es el módulo al cuadrado
   $$z\bar{z} = 13 = |z|^2$$

Ojo: $\sqrt{13}$ es el módulo, no el producto; −5 sale de tomar i² = +1 (4 − 9).

Truco: $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$: siempre es real y positivo (salvo z = 0).

9. Respuesta B · b = 4 o b = -4

1. El módulo 5 coloca a z en la circunferencia de radio 5
   $$|3 + bi| = 5$$
2. La parte real fija en 3 limita a z a una recta vertical
   $$\mathrm{Re}(z) = 3$$
3. Usa la fórmula del módulo
   $$\sqrt{3^2 + b^2} = 5$$
   $$9 + b^2 = 25$$
4. Despeja b: hay dos soluciones
   $$b^2 = 16$$
   $$b = 4 \text{ o } b = -4$$

Ojo: b = 4 olvida la raíz negativa; ±16 sale de tomar b en lugar de b² (9 + b = 25).

Truco: Al despejar b² recuerda las dos raíces: $b = \pm\sqrt{(\ldots)}$.

10. Respuesta C · La suma vale 0

1. Suma un bloque de cuatro potencias
   $$i + i^2 + i^3 + i^4$$
   $$= i - 1 - i + 1$$
2. Cada bloque de cuatro suma 0: el recorrido regresa al origen
   $$i + i^2 + i^3 + i^4 = 0$$
3. Cuenta cuántos bloques completos hay
   $$40 = 4 \cdot 10$$
4. Diez bloques que suman 0 dan 0
   $$10 \cdot 0 = 0$$

Ojo: 1 deja solo $i^{40} = 1$ y olvida el resto; 10 supone que cada bloque vale 1.

Truco: Cada cuatro potencias consecutivas de i suman 0.