Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

mcm y mcd por descomposición en primos y problemas de coincidencias y repartos.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Calcula el mínimo común múltiplo de estos dos números con su descomposición en factores primos.

12 y 18

A) 36 **B)** 6 **C)** 216

Número
12
18

Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Calcula el máximo común divisor de estos dos números con su descomposición en factores primos.

24 y 36

A) 12 **B)** 72 **C)** 6

Número
24
36

Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Con listas de múltiplos, ¿cuál es el menor número que es múltiplo de 8 y de 20 a la vez?

A) 160 **B)** 4 **C)** 40



Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Calcula el mínimo común múltiplo de estos tres números.

$6,\ 8$ y 15

A) 360 **B)** 120 **C)** 720

Número
6
8
15

Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Tres autobuses salen juntos de la terminal a las 7:00. Uno sale cada 10 minutos, otro cada 15 y otro cada 25. ¿A qué hora vuelven a salir los tres al mismo tiempo?

A) 9:30 **B)** 7:30 **C)** 19:30

10 min

15 min

25 min

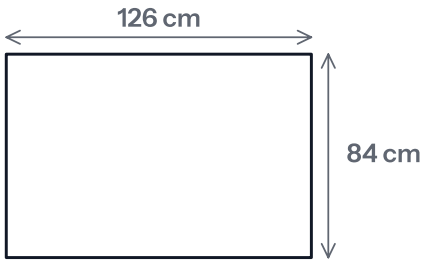


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Un piso rectangular de 126 cm por 84 cm se cubre con losetas cuadradas enteras, sin cortar ni sobrar, lo más grandes posible. ¿Cuánto mide el lado de cada loseta?

A) 42 cm **B)** 21 cm **C)** 252 cm



Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Calcula el máximo común divisor de estos tres números.

$$48,\ 72 \text{ y } 120$$

A) 720 **B)** 24 **C)** 8

Número
48
72
120

Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Suma con el mcm y deja la fracción irreducible.

$$\frac{5}{12} + \frac{7}{18}$$

A) $\frac{1}{3}$ **B)** $\frac{29}{36}$ **C)** $\frac{2}{5}$

Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Ana va al gimnasio cada 6 días, Beto cada 8 y Carla cada 9. Hoy coinciden los tres. ¿Cuántas veces más coincidirán en los próximos 360 días, contando el día 360?

A) 20 **B)** 15 **C)** 5

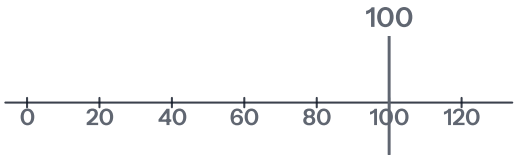
Número
6
8
9

Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál es el menor número mayor que 100 que deja residuo 3 al dividirlo entre 4, entre 6 y entre 10?

A) 63 **B)** 120 **C)** 123



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · El mcm es 36

1. Descompón cada número en factores primos
   $12 = 2^2 \times 3$
   $18 = 2 \times 3^2$
2. Para el mcm, toma todos los primos, cada uno con su mayor exponente
3. Multiplica esos factores
   $2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

Ojo: 6 es el mcd, que usa los menores exponentes; 216 = 12 × 18 es múltiplo común, pero no el menor.
Truco: mcm: todos los primos con el mayor exponente. mcd: solo los comunes con el menor.

2. Respuesta A · El mcd es 12

1. Descompón cada número en factores primos
   $24 = 2^3 \times 3$
   $36 = 2^2 \times 3^2$
2. Para el mcd, toma solo los primos comunes, con su menor exponente
3. Multiplica esos factores
   $2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$

Ojo: 72 es el mcm, que usa los mayores exponentes; 6 toma cada primo común una sola vez, sin fijarse en los exponentes.
Truco: El mcd nunca es mayor que el menor de los números.

3. Respuesta C · El número es 40

1. Escribe los múltiplos de 8
   $8,\ 16,\ 24,\ 32,\ 40$
2. Escribe los múltiplos de 20
   $20,\ 40$
3. El primero que aparece en las dos listas es el mcm
   $\text{mcm}(8, 20) = 40$

Ojo: 160 = 8 × 20 también es múltiplo de ambos, pero no el menor; 4 es el mcd, un divisor, no un múltiplo.
Truco: Una lista corta basta cuando los números son pequeños; con más cifras, usa primos.

4. Respuesta B · El mcm es 120

1. Descompón cada número en factores primos
   $6 = 2 \times 3$
   $8 = 2^3$
   $15 = 3 \times 5$
2. De cada primo toma el mayor exponente
3. Multiplica
   $2^3 \times 3 \times 5 = 8 \times 15 = 120$

Ojo: 720 = 6·8·15 no es el menor; 360 = 24 × 15 repite el 3, que 24 ya trae.
Truco: No multipliques todo: los primos repetidos se cuentan una sola vez.

5. Respuesta A · Vuelven a coincidir a las 9:30

1. Marca las salidas de cada autobús
2. 10 y 15 coinciden en el minuto 30, pero el de 25 no
3. Calcula el mcm con factores primos
   $10 = 2 \times 5 \quad 15 = 3 \times 5$
   $25 = 5^2$
   $\text{mcm} = 2 \times 3 \times 5^2 = 150$
4. Pasa los minutos a horas
   $150 \text{ min} = 2.5 \text{ h}$

Ojo: 7:30 usa solo el 10 y el 15 (30 min); 19:30 usa 750 min, que sale de multiplicar 10 × 15 × 5.
Truco: Problema de coincidencias: la respuesta es un múltiplo común, y la primera vez es el mcm.

6. Respuesta A · Cada loseta mide 42 cm de lado

1. El lado debe caber un número exacto de veces en 126 y en 84: es un divisor común
2. El mayor divisor común es el mcd: calcúlalo con los factores primos
   $126 = 2 \times 3^2 \times 7$
   $84 = 2^2 \times 3 \times 7$
   $\text{mcd} = 2 \times 3 \times 7 = 42$
3. Comprueba cuántas losetas caben
   $126 \div 42 = 3$
   $84 \div 42 = 2$

Ojo: 21 también cabe exacto, pero no es el lado mayor; 252 es el mcm y es más grande que el piso.
Truco: Dividir o repartir en partes iguales lo más grandes posible: mcd.

7. Respuesta B · El mcd es 24

1. Descompón cada número en factores primos
   $48 = 2^4 \times 3$
   $72 = 2^3 \times 3^2$
   $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
2. Solo cuentan los primos que están en los tres, con su menor exponente
3. Multiplica
   $2^3 \times 3 = 8 \times 3 = 24$

Ojo: 720 es el mcm; 8 se queda solo con el dos y olvida que el 3 también está en los tres números.
Truco: Si un primo falta en algún número, no es factor común.

8. Respuesta B · La suma es 29/36

1. Calcula el mcm de los denominadores
   $12 = 2^2 \times 3$
   $18 = 2 \times 3^2$
   $\text{mcm} = 2^2 \times 3^2 = 36$
2. Convierte la primera fracción: 36 ÷ 12 = 3, así que multiplica arriba y abajo por 3
   $\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$
3. Convierte la segunda: 36 ÷ 18 = 2, así que multiplica arriba y abajo por 2
   $\frac{7}{18} = \frac{14}{36}$
4. Suma los numeradores; 29 es primo, no se simplifica
   $\frac{15 + 14}{36} = \frac{29}{36}$

Ojo: 1/3 suma 5 + 7 sobre 36 sin convertir los numeradores; 2/5 suma numeradores y denominadores: 12/30.

Truco: Al convertir, multiplica numerador y denominador por el mismo número: 36 entre cada denominador.

9. Respuesta C · Coinciden 5 veces más

1. Descompón 6, 8 y 9 en factores primos
   $6 = 2 \times 3$
   $8 = 2^3$
   $9 = 3^2$
2. Los tres coinciden en un múltiplo común: toma cada primo con su mayor exponente
3. Calcula el mcm: cada cuántos días coinciden
   $2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$
4. Cuenta cuántos periodos de 72 días caben en 360
   $360 \div 72 = 5$

Ojo: 20 usa 18, el mcm de 6 y 9, sin Beto; 15 usa 24, el mcm de 6 y 8, sin Carla.

Truco: Después del mcm, divide el total de días entre el periodo para saber cuántas veces ocurre.

10. Respuesta C · El número es 123

1. Si N deja residuo 3, entonces N − 3 es múltiplo de 4, de 6 y de 10: usa el mcm
   $4 = 2^2 \quad 6 = 2 \times 3$
   $10 = 2 \times 5$
   $\text{mcm} = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$
2. Los números buscados son los múltiplos de 60 más 3
   $60k + 3: \ 3, \ 63, \ 123, \ldots$
3. El primero que pasa de 100 es 123
   $123 = 2 \times 60 + 3$

Ojo: 63 es 60 + 3 pero no es mayor que 100; 120 es el segundo múltiplo de 60 y olvida sumar el residuo.

Truco: Residuo r al dividir entre varios números: el número es múltiplo común más r.