Máximos y mínimos relativos

puntos críticos, tabla de signos de la primera derivada, criterio de la segunda derivada y clasificación de extremos relativos.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

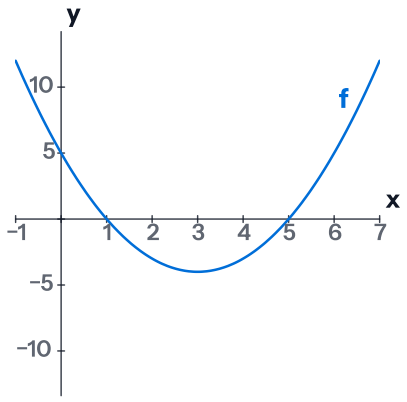
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿En qué valor de x tiene f un mínimo relativo? Busca el punto crítico y revisa el signo de f′ a sus lados.

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

A) x = −3 **B)** x = −4 **C)** x = 3



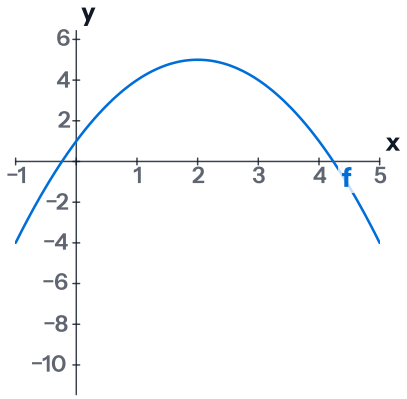
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Qué tipo de extremo relativo tiene f en su punto crítico x = 2? Usa el signo de la segunda derivada.

$$f(x) = -x^2 + 4x + 1$$

A) Máximo relativo **B)** Mínimo relativo **C)** Ni máximo ni mínimo



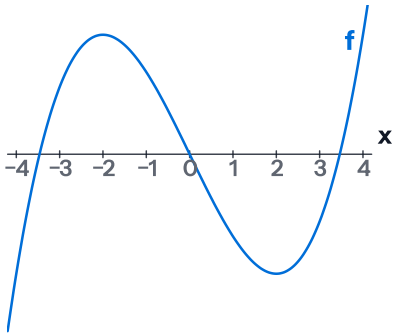
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son los valores críticos de f, es decir, los x donde f′(x) = 0?

$$f(x) = x^3 - 12x$$

A) x = −2√3 y x = 2√3 **B)** x = −2 y x = 2 **C)** x = −2√3, x = 0 y x = 2√3



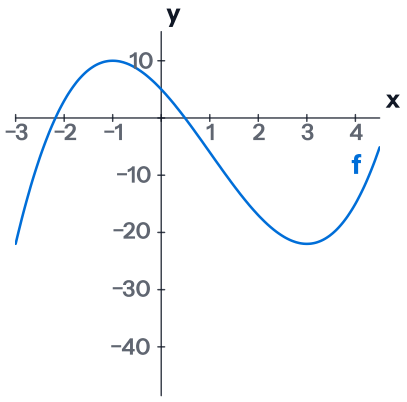
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el valor del máximo relativo de f? Pide la altura de la gráfica en ese punto, no su posición en x.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$$

A) −1 **B)** 10 **C)** −22

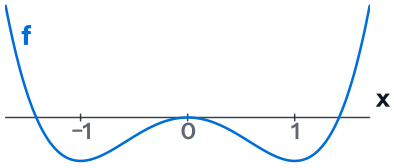


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuántos extremos relativos tiene f y de qué tipo? Cuenta los puntos críticos donde f′ cambia de signo.

$$f(x) = x^4 - 2x^2$$



A) 3: dos mínimos y un máximo **B)** 2: dos mínimos

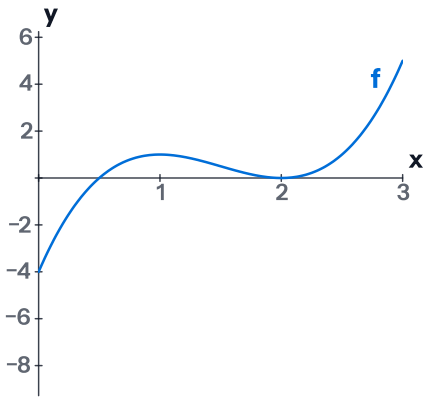
C) 3: dos máximos y un mínimo

Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Usa el criterio de la segunda derivada en los puntos críticos x = 1 y x = 2. ¿Qué afirmación es correcta?

$$f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$$



A) Máximo relativo en x = 1 y mínimo relativo en x = 2

B) Mínimo relativo en x = 1 y máximo relativo en x = 2

C) Mínimo relativo en x = 1 y en x = 2

Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

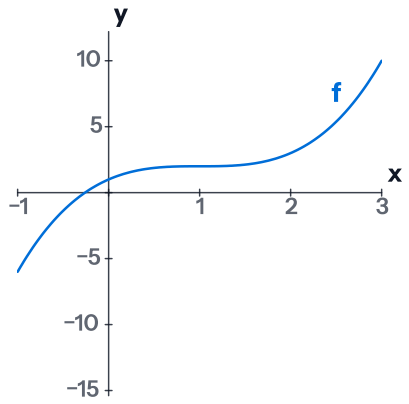
En el punto crítico x = 1, ¿qué le ocurre a f? Revisa si f′ cambia de signo alrededor de x = 1.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$$

A) Hay un mínimo relativo, pues f′(1) = 0

B) Hay un máximo relativo, pues f′(1) = 0

C) No hay extremo: f′ no cambia de signo



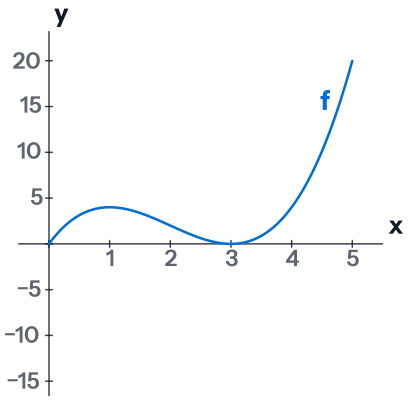
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

En el intervalo [0, 5], ¿cuál es el valor del máximo relativo de f? Se pide el relativo, no el máximo absoluto del intervalo.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

A) 4 **B)** 20 **C)** 0



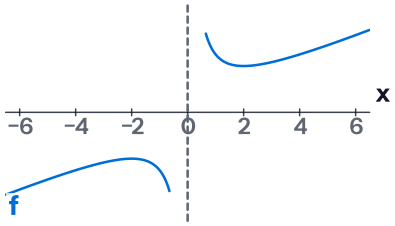
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál es el punto del mínimo relativo de f? El dominio es $x \neq 0$. Busca los puntos críticos y clasifícalos.

$$f(x) = x + \frac{4}{x}$$

A) (−2, −4) **B)** (4, 5) **C)** (2, 4)



Tu procedimiento

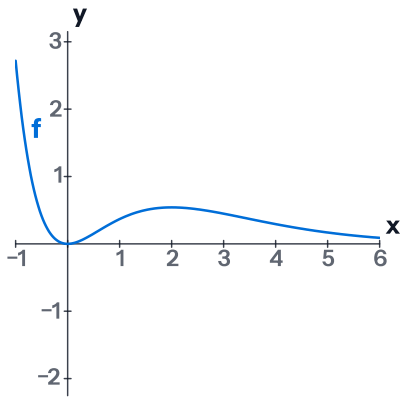
10 NIVEL DIFÍCIL

¿En qué valores de x tiene f extremos relativos y de qué tipo? Factoriza f′ y recuerda que e^{-x} siempre es positivo.

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

A) Máximo en x = 0 y mínimo en x = 2

B) Mínimo en x = 0 y máximo en x = 2 **C)** Solo un máximo, en x = 2



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · El mínimo relativo está en x = 3

1. Un extremo relativo pide tangente horizontal: f′ = 0
   $f'(x) = 2x - 6$
   $2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3$
2. Revisa el signo de f′ a cada lado
   $x < 3 : \ f'(x) < 0$
   $x > 3 : \ f'(x) > 0$
3. Baja y luego sube: es un mínimo relativo
   $f(3) = 9 - 18 + 5 = -4$

Ojo: x = −3 sale de resolver 2x + 6 = 0, con el signo mal; −4 es la altura del mínimo, no su posición.
Truco: Cuando f′ cambia de − a +, hay un mínimo relativo.

2. Respuesta A · Es un máximo relativo

1. Comprueba que x = 2 es punto crítico
   $f'(x) = -2x + 4$
   $f'(2) = 0$
2. Calcula la segunda derivada
   $f''(x) = -2$
   $f''(2) = -2 < 0$
3. Si f″ < 0 en un punto crítico: máximo relativo
   $f(2) = -4 + 8 + 1 = 5$

Ojo: «Mínimo» invierte el criterio (f″ < 0 es cóncava hacia abajo); «ni máximo ni mínimo» ignora que f″(2) = −2 no es cero.
Truco: f″ > 0 en un punto crítico: mínimo. f″ < 0: máximo.

3. Respuesta B · Los valores críticos son x = −2 y x = 2

1. Deriva y evalúa f′ en algunos valores
   $f'(x) = 3x^2 - 12$
2. Resuelve f′(x) = 0
   $3x^2 - 12 = 0$
   $3(x - 2)(x + 2) = 0$
3. Esos son los valores críticos
   $f(-2) = 16, \ f(2) = -16$

Ojo: $\pm 2\sqrt{3}$ resulta de olvidar dividir entre 3 al despejar; la tercera opción resuelve f(x) = 0 en vez de f′(x) = 0.
Truco: Valores críticos: iguala a cero la derivada, no la función.

4. Respuesta B · El máximo relativo vale 10

1. Deriva e iguala a cero
   $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$
   $3(x - 3)(x + 1) = 0$
2. Tabla de signos de f′
   $x < -1 : \ f' > 0$
   $-1 < x < 3 : \ f' < 0$
   $x > 3 : \ f' > 0$
3. Sube y luego baja: máximo en x = −1; evalúa f ahí
   $f(-1) = -1 - 3 + 9 + 5$
   $f(-1) = 10$

Ojo: −1 es la posición del máximo, no su valor; −22 es el valor del mínimo relativo, en x = 3.
Truco: Posición del extremo: el x crítico. Valor del extremo: f evaluada en ese x.

5. Respuesta A · Tres: dos mínimos y un máximo

1. Deriva y encuentra los puntos críticos
   $f'(x) = 4x^3 - 4x$
   $4x(x - 1)(x + 1) = 0$
2. Tabla de signos de f′
   $x < -1 : \ f' < 0$
   $-1 < x < 0 : \ f' > 0$
3. Clasifica por el cambio de signo
   $- \to +$ en $x = \pm 1$
   $+ \to -$ en $x = 0$

Ojo: La segunda ignora el punto crítico x = 0, donde f′ cambia de + a −; la tercera invierte las clasificaciones.
Truco: De − a +: mínimo. De + a −: máximo. Sin cambio de signo: ninguno.

6. Respuesta A · Máximo en x = 1 y mínimo en x = 2

1. Comprueba los puntos críticos con f′
   $f'(x) = 6x^2 - 18x + 12$
   $6(x - 1)(x - 2) = 0$
2. Calcula f″ y evalúala en cada punto
   $f''(x) = 12x - 18$
   $f''(1) = -6, \ f''(2) = 6$
3. Interpreta el signo de f″
   $f''(1) < 0 \Rightarrow \text{máximo}$
   $f''(2) > 0 \Rightarrow \text{mínimo}$

Ojo: La segunda opción invierte el criterio; la tercera aplica f″(2) = 6 > 0 a los dos puntos, sin mirar f″(1) = −6.
Truco: f″ negativa: cóncava hacia abajo (máximo). f″ positiva: cóncava hacia arriba (mínimo).

7. Respuesta C · No hay extremo en x = 1

1. Deriva y factoriza
   $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$
   $f'(x) = 3(x-1)^2$
2. Revisa el signo de f′ a cada lado
   $x < 1: \ f'(x) > 0$
   $x > 1: \ f'(x) > 0$
3. Sin cambio de signo no hay extremo
   $f' \geq 0 \Rightarrow f \ \text{siempre sube}$

Ojo: «Mínimo» y «máximo» suponen que f′ cambia de signo en x = 1, pero 3(x − 1)² nunca es negativa.
Truco: Tangente horizontal no basta: el extremo exige que f′ cambie de signo.

8. Respuesta A · El máximo relativo vale 4

1. Puntos críticos: f′ = 0
   $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$
   $3(x-1)(x-3) = 0$
2. Tabla de signos de f′ en el intervalo
   $0 < x < 1: \ f' > 0$
   $1 < x < 3: \ f' < 0$
   $3 < x < 5: \ f' > 0$
3. Relativo en x = 1; el 20 es solo el extremo del intervalo
   $f(1) = 1 - 6 + 9 = 4$

Ojo: 20 es el máximo absoluto, en el extremo x = 5; 0 es el valor del mínimo relativo, en x = 3.
Truco: Relativo: el más alto de su vecindario. Absoluto: el más alto de todo el intervalo.

9. Respuesta C · El mínimo relativo es (2, 4)

1. Deriva e iguala a cero
   $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$
   $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$
2. Tabla de signos de f′
   $x < -2: \ f' > 0$
   $-2 < x < 2, \ x \neq 0: \ f' < 0$
   $x > 2: \ f' > 0$
3. Clasifica y evalúa f
   $f(2) = 2 + 2 = 4$
   $f(-2) = -2 - 2 = -4$

Ojo: (−2, −4) es el máximo relativo; (4, 5) sale de resolver x² = 4 como x = 4, olvidando la raíz.
Truco: Un mínimo relativo puede estar más arriba que un máximo relativo: ve solo a su vecindario.

10. Respuesta B · Mínimo en x = 0 y máximo en x = 2

1. Deriva con la regla del producto y factoriza
   $f'(x) = 2xe^{-x} - x^2e^{-x}$
   $f'(x) = x(2-x)e^{-x}$
2. Puntos críticos y signos de f′
   $x = 0, \ x = 2$
   $e^{-x} > 0 \ \text{siempre}$
3. Clasifica por el cambio de signo
   $- \to + \ \text{en} \ x = 0$
   $+ \to - \ \text{en} \ x = 2$

Ojo: La segunda invierte los signos de f′; la tercera olvida que en x = 0 la derivada también cambia de signo.
Truco: Una exponencial nunca anula ni cambia el signo de f′: mira solo el otro factor.