Máximos y mínimos absolutos en un intervalo cerrado

hallar el máximo y el mínimo absolutos de una función en un intervalo cerrado comparando puntos críticos y extremos.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

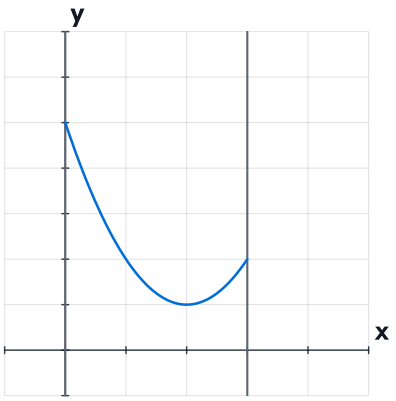
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el valor mínimo absoluto de la función en el intervalo [0, 3]?

$$f(x) = x^2 - 4x + 5$$

A) 2 **B)** 5 **C)** 1



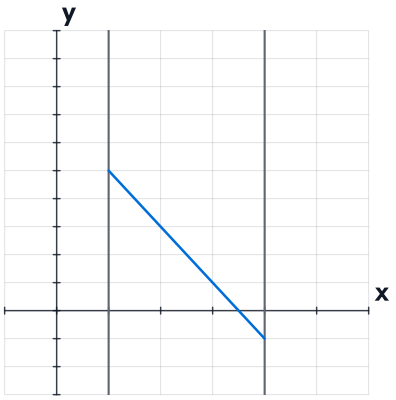
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

En el intervalo [1, 4], ¿en qué valor de x alcanza la función su máximo absoluto?

$$f(x) = -2x + 7$$

A) $x = 1$ **B)** $x = 4$ **C)** $x = 0$



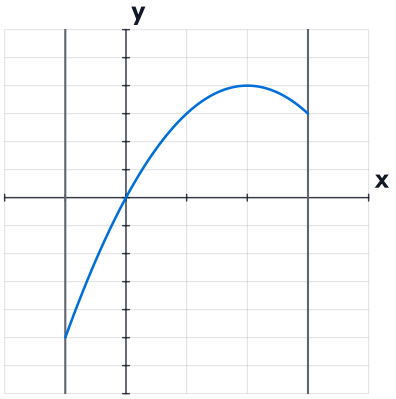
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

La gráfica muestra la función en el intervalo [−1, 3]. ¿Cuál es su mínimo absoluto?

$$f(x) = -x^2 + 4x$$

A) 3 **B)** 4 **C)** -5



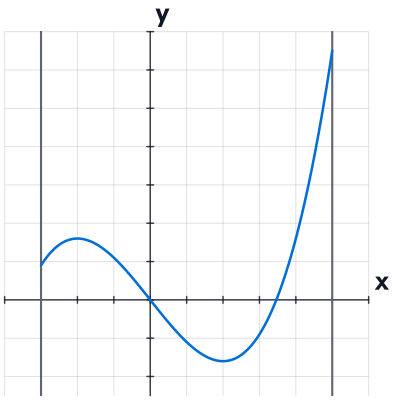
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el valor mínimo absoluto de la función en el intervalo [−3, 5]?

$$f(x) = x^3 - 12x$$

A) 9 **B)** -16 **C)** 16



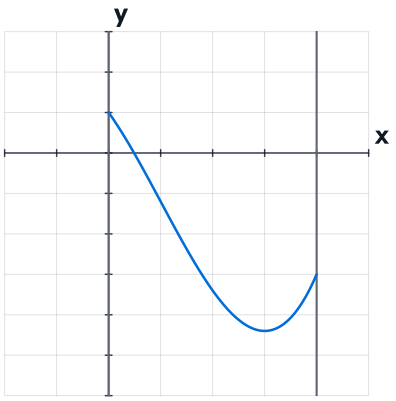
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el valor máximo absoluto de la función en el intervalo [0, 4]?

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$$

A) 10 **B)** 5 **C)** -22



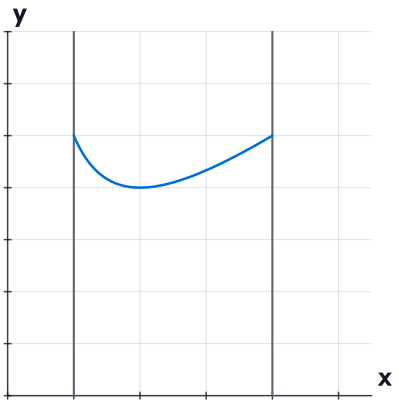
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el valor mínimo absoluto de la función en el intervalo [1, 4]?

$$f(x) = x + \frac{4}{x}$$

A) 4 **B)** 2 **C)** 5



Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el máximo absoluto de la función en el intervalo [1, 6] y en qué x ocurre?

$$f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x$$

A) 41, en x = 1 **B)** 25, en x = 5 **C)** 52, en x = 2

$$\frac{x}{f(x)}$$

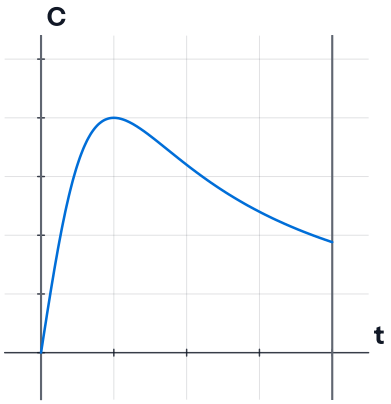
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

La concentración C, en mg/L, de un medicamento t horas después de tomarlo es C(t). ¿En qué instante del intervalo [0, 4] es máxima?

$$C(t) = \frac{4t}{t^2 + 1}$$

A) t = 1 h **B)** t = 4 h **C)** t = 2 h



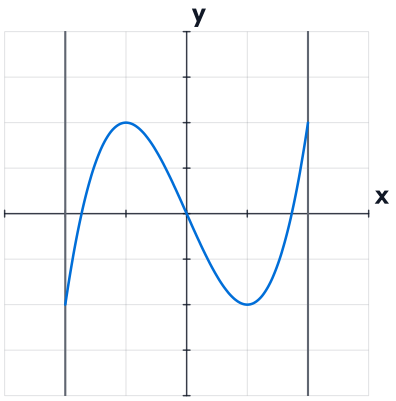
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

En el intervalo [−2, 2], ¿en qué valores de x alcanza la función su máximo absoluto?

$$f(x) = x^3 - 3x$$

A) Solo en x = −1 **B)** x = −1 y x = 2 **C)** Solo en x = 2



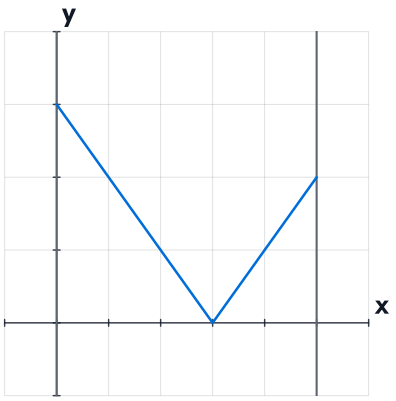
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuál es el mínimo absoluto de la función en el intervalo [0, 5] y dónde ocurre?

$$f(x) = |x - 3|$$

A) 0, en x = 3 **B)** 2, en x = 5 **C)** No existe, porque f′(3) no existe



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · El mínimo absoluto es 1

1. Deriva e iguala a cero: el punto crítico x = 2 está dentro de [0, 3]
   $f'(x) = 2x - 4 = 0$
   $x = 2$
   $f(2) = 4 - 8 + 5 = 1$
2. Evalúa f en los dos extremos del intervalo
   $f(0) = 5$
   $f(3) = 9 - 12 + 5 = 2$
3. Compara los tres valores: 1, 5 y 2
   $1 < 2 < 5$

Ojo: 2 sale de comparar solo los extremos y olvidar el punto crítico; 5 es el máximo absoluto, no el mínimo.
Truco: Candidatos: puntos críticos dentro del intervalo y los dos extremos; evalúa f en todos.

2. Respuesta A · Alcanza el máximo en x = 1

1. Deriva: f′ = −2 nunca vale cero, no hay puntos críticos
   $f'(x) = -2 \neq 0$
2. Evalúa f en los extremos x = 1 y x = 4
   $f(1) = -2 + 7 = 5$
   $f(4) = -8 + 7 = -1$
3. El mayor valor es 5, en x = 1
   $5 > -1$

Ojo: x = 4 supone que más a la derecha es más alto, pero la recta baja; x = 0 queda fuera del intervalo.
Truco: Si no hay puntos críticos, el máximo y el mínimo están en los extremos del intervalo.

3. Respuesta C · El mínimo absoluto es −5

1. Deriva: el punto crítico es x = 2, y ahí f(2) = 4
   $f'(x) = -2x + 4 = 0$
   $x = 2,\ f(2) = 4$
2. Evalúa f en los extremos del intervalo
   $f(-1) = -1 - 4 = -5$
   $f(3) = -9 + 12 = 3$
3. Compara −5, 3 y 4: el menor es −5, en el extremo x = −1
   $-5 < 3 < 4$

Ojo: 4 es la cima de la curva, no el mínimo; 3 es el valor en el extremo derecho, pero el izquierdo es más bajo.
Truco: El extremo absoluto puede estar en un extremo del intervalo, aunque haya un punto crítico.

4. Respuesta B · El mínimo absoluto es −16

1. Deriva y factoriza: los puntos críticos son x = −2 y x = 2, ambos dentro
   $f'(x) = 3x^2 - 12$
   $= 3(x - 2)(x + 2)$
2. Evalúa f en los puntos críticos
   $f(-2) = -8 + 24 = 16$
   $f(2) = 8 - 24 = -16$
3. Evalúa f en los extremos x = −3 y x = 5
   $f(-3) = -27 + 36 = 9$
   $f(5) = 125 - 60 = 65$
4. Compara 16, −16, 9 y 65: el menor es −16
   $-16 < 9 < 16 < 65$

Ojo: 9 sale de comparar solo los extremos; 16 es el valor en x = −2, un máximo local, no el mínimo.
Truco: Tabla de candidatos: todos los puntos críticos del intervalo y los dos extremos; el menor es el mínimo.

5. Respuesta B · El máximo absoluto es 5

1. Deriva y factoriza: f′ vale 0 en x = −1 y x = 3; solo x = 3 está en [0, 4]
   $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$
   $= 3(x - 3)(x + 1)$
2. Evalúa f en el punto crítico x = 3
   $f(3) = 27 - 27 - 27 + 5$
   $f(3) = -22$
3. Evalúa f en los extremos del intervalo
   $f(0) = 5$
   $f(4) = -15$
4. El mayor de 5, −22 y −15 es 5, en x = 0
   $-22 < -15 < 5$

Ojo: 10 sale de evaluar x = −1, que no está en [0, 4]; −22 es el mínimo absoluto, no el máximo.
Truco: Descarta los puntos críticos que caen fuera del intervalo antes de evaluar.

6. Respuesta A · El mínimo absoluto es 4

1. Deriva e iguala a cero: $x^2 = 4$, y solo $x = 2$ está en $[1, 4]$
   $$f'(x) = 1 - 4x^{-2} = 0$$
   $$x^2 = 4,\ x = \pm 2$$
2. Evalúa f en los extremos del intervalo
   $$f(1) = 1 + 4 = 5$$
   $$f(4) = 4 + 1 = 5$$
3. Evalúa f en el punto crítico y compara
   $$f(2) = 2 + 2 = 4$$
   $$4 < 5$$

Ojo: 2 es la x donde ocurre el mínimo, no su valor; 5 es el valor en los extremos, que es el máximo.
Truco: Distingue el lugar (la x) del valor (la y): pide el extremo absoluto lo que diga el enunciado.

7. Respuesta C · El máximo absoluto es 52, en x = 2

1. Deriva y factoriza: los puntos críticos son $x = 2$ y $x = 5$, ambos en $[1, 6]$
   $$f'(x) = 6x^2 - 42x + 60$$
   $$= 6(x - 2)(x - 5)$$
2. Evalúa f en los extremos: $x = 1$ y $x = 6$
   $$f(1) = 41$$
   $$f(6) = 36$$
3. Evalúa f en los puntos críticos: $x = 2$ y $x = 5$
   $$f(2) = 52$$
   $$f(5) = 25$$
4. El mayor de los cuatro valores es 52, en $x = 2$
   $$52 > 41 > 36 > 25$$

Ojo: 41 sale de comparar solo los extremos y olvidar los puntos críticos; 25 es el valor en $x = 5$, el mínimo absoluto.
Truco: Haz una tabla con extremos y puntos críticos: el mayor valor es el máximo, el menor es el mínimo.

8. Respuesta A · El máximo ocurre en t = 1 hora

1. Deriva con la regla del cociente y simplifica el numerador
   $$C'(t) = \frac{4 - 4t^2}{(t^2 + 1)^2}$$
2. $C' = 0$ cuando $4 - 4t^2 = 0$, es decir, $t = 1$; evalúa C ahí
   $$4 - 4t^2 = 0 \Rightarrow t = 1$$
   $$C(1) = \frac{4}{2} = 2$$
3. Evalúa en los extremos $t = 0$ y $t = 4$
   $$C(0) = 0$$
   $$C(4) = \frac{16}{17} \approx 0.94$$
4. El mayor valor es 2, en $t = 1$ hora
   $$2 > 0.94 > 0$$

Ojo: t = 4 h supone que C sube siempre; t = 2 confunde el valor máximo de C, que es 2, con el instante.
Truco: Pregunta qué se pide: el instante (la t) o el valor máximo (la C).

9. Respuesta B · Lo alcanza en x = −1 y en x = 2

1. Deriva: $f' = 3x^2 - 3$ vale 0 en $x = -1$ y $x = 1$; evalúa f ahí
   $$f'(x) = 3x^2 - 3$$
   $$= 3(x - 1)(x + 1)$$
   $$f(-1) = 2,\ f(1) = -2$$
2. Evalúa f en los extremos $x = -2$ y $x = 2$
   $$f(-2) = -8 + 6 = -2$$
   $$f(2) = 8 - 6 = 2$$
3. El máximo es 2 y se repite: ocurre en $x = -1$ y en $x = 2$
   $$f(-1) = f(2) = 2$$

Ojo: Solo $x = -1$ olvida el extremo derecho, que empata; solo $x = 2$ olvida el punto crítico, que también vale 2.
Truco: Puede haber empates: el máximo es un valor único, pero puede alcanzarse en varios puntos.

10. Respuesta A · El mínimo absoluto es 0, en x = 3

1. La gráfica tiene un pico en $x = 3$: ahí f' no existe, pero $x = 3$ sigue siendo candidato
   $$x < 3:\ f'(x) = -1$$
   $$x > 3:\ f'(x) = 1$$
   $$f(3) = 0$$
2. Evalúa f en los extremos del intervalo
   $$f(0) = |-3| = 3$$
   $$f(5) = |2| = 2$$
3. Compara 0, 3 y 2: el menor es 0, en $x = 3$
   $$0 < 2 < 3$$

Ojo: «2, en $x = 5$» compara solo los extremos; «no existe» cree que sin derivada no hay mínimo, pero el pico lo es.
Truco: Los puntos críticos incluyen donde f' no existe: no los descartes.