Propiedades de los logaritmos

forma logarítmica, producto, cociente, potencia, cambio de base y ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

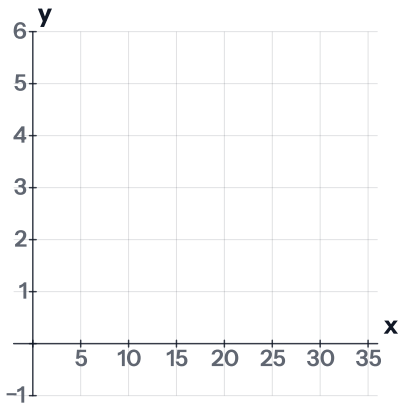
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es la forma logarítmica de esta igualdad?

$$2^5 = 32$$

A) $\log_5 32 = 2$ **B)** $\log_2 32 = 5$ **C)** $\log_{32} 2 = 5$



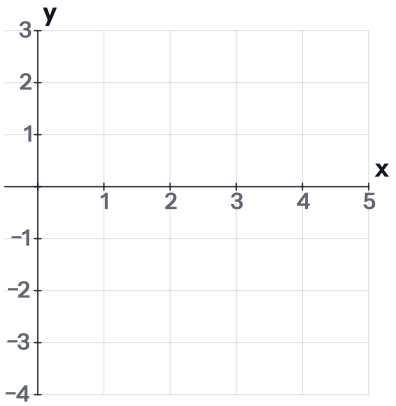
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Calcula el valor del logaritmo.

$$\log_2 \frac{1}{8}$$

A) -3 **B)** 3 **C)** -1



Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Simplifica y calcula el valor de la expresión.

$$\log_6 4 + \log_6 9$$

A) 2 **B)** $\log_6 13$ **C)** 36



Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Calcula el valor del logaritmo cambiando a base 2.

$$\log_4 8$$

A) 2 **B)** $2/3$ **C)** $3/2$

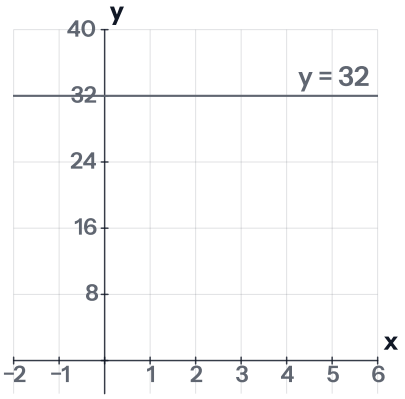
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Resuelve la ecuación exponencial.

$$2^{x+1} = 32$$

A) $x = 5$ **B)** $x = 4$ **C)** $x = 15$



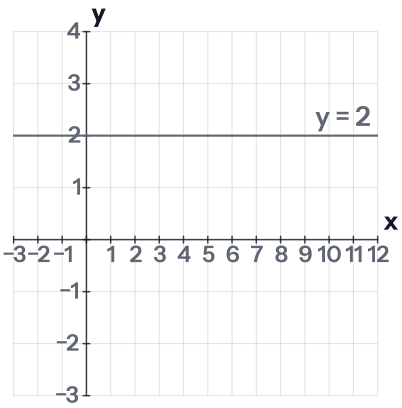
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Resuelve la ecuación logarítmica.

$$\log_3(x+2) = 2$$

A) $x = 9$ **B)** $x = 4$ **C)** $x = 7$



Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Con los valores dados, calcula log 18 (logaritmo en base 10).

$$\log 2 \approx 0.30$$
$$\log 3 \approx 0.48$$

A) 1.26 **B)** 0.78 **C)** 1.08



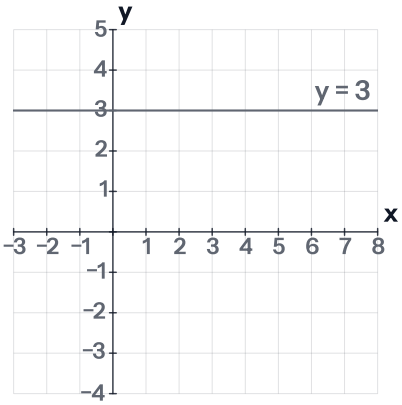
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Resuelve la ecuación logarítmica y descarta las soluciones que no sirvan.

$$\log_2 x + \log_2(x-2) = 3$$

A) $x = 4$ o $x = -2$ **B)** $x = 4$ **C)** $x = 3$



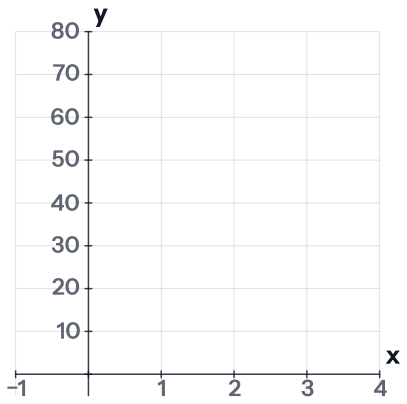
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Resuelve la ecuación exponencial.

$$4^x = 2^{x+3}$$

A) $x = 3$ **B)** $x = 1$ **C)** $x = -6$



Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Calcula el valor del producto de logaritmos.

$$\log_2 9 \cdot \log_3 8$$

A) 72 **B)** 5 **C)** 6

Factor | Se reescribe como

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta **B** · $\log_2 32 = 5$

1. En $2^5 = 32$, la base es 2, el exponente es 5 y el resultado es 32
   $2^5 = 32$
2. El logaritmo pregunta: ¿a qué exponente se eleva la base para obtener 32?
   $\log_2 32 = ?$
3. El exponente 5 es el valor del logaritmo
   $\log_2 32 = 5$

Ojo: $\log_5 32 = 2$ intercambia base y exponente ($5^2 = 25 \neq 32$); $\log_{32} 2 = 5$ pone el resultado como base.
Truco: En log_b N = e, la base b y el exponente e son los mismos que en b^e = N.

2. Respuesta **A** · $\log_2(1/8) = -3$

1. Escribe 1/8 como potencia de 2
   $\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$
2. El logaritmo busca el exponente que lleva de 2 a 1/8
   $2^{?} = 2^{-3}$
3. Ese exponente es −3
   $\log_2 \frac{1}{8} = -3$

Ojo: 3 pierde el signo del exponente; −1 escribe 1/8 como 8^{-1} y toma ese exponente, pero la base es 2.
Truco: Si la base es mayor que 1, los números entre 0 y 1 tienen logaritmo negativo.

3. Respuesta **A** · El valor es 2

1. Una suma de logaritmos de la misma base es el logaritmo del producto
   $\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6(4 \cdot 9)$
2. Multiplica los argumentos
   $= \log_6 36$
3. Pregunta: ¿a qué exponente se eleva 6 para dar 36?
   $6^2 = 36$
   $\log_6 36 = 2$

Ojo: $\log_6 13$ suma los argumentos (4 + 9); 36 da el producto sin calcular el logaritmo.
Truco: log a + log b = log(a · b): se multiplican los argumentos, no se suman.

4. Respuesta **C** · $\log_4 8 = 3/2$

1. Cambia a base 2: el logaritmo del número entre el de la base
   $\log_4 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 4}$
2. Calcula cada logaritmo: $2^3 = 8$ y $2^2 = 4$
   $\log_2 8 = 3$
   $\log_2 4 = 2$
3. Divide: ¿cuántas veces cabe 2 en 3?
   $\frac{3}{2}$

Ojo: 2 divide los argumentos 8 ÷ 4; 2/3 invierte el cociente ($\log_2 4 \div \log_2 8$).
Truco: Cambio de base: log_b N = log N / log b, con la misma base arriba y abajo.

5. Respuesta **B** · x = 4

1. Escribe 32 como potencia de 2
   $2^{x+1} = 2^5$
2. Con bases iguales, los exponentes deben ser iguales
   $x + 1 = 5$
3. Despeja x
   $x = 5 - 1 = 4$

Ojo: x = 5 olvida restar el 1 del exponente; x = 15 trata la base como factor: 2(x + 1) = 32.
Truco: Mismo número en la base: iguala exponentes y despeja.

6. Respuesta **C** · x = 7

1. Pasa a forma exponencial
   $x + 2 = 3^2$
2. Calcula la potencia
   $x + 2 = 9$
3. Despeja x y comprueba
   $x = 9 - 2 = 7$
   $\log_3(7 + 2) = \log_3 9 = 2$

Ojo: x = 9 olvida restar el 2; x = 4 calcula $3 \cdot 2 - 2$ en lugar de $3^2 - 2$.
Truco: log_b A = c equivale a A = b^c.

7. Respuesta **A** · log 18 ≈ 1.26

1. Escribe 18 como producto de factores cuyo logaritmo conoces
   $18 = 2 \cdot 3^2$
2. El log del producto es una suma y el exponente baja como factor
   $\log 18 = \log 2 + 2\log 3$
3. Sustituye los valores y suma
   $= 0.30 + 2(0.48)$
   $= 0.30 + 0.96 = 1.26$

Ojo: 0.78 olvida el exponente 2 (log 2 + log 3); 1.08 pone el exponente 2 sobre log 2 en lugar de log 3.
Truco: log(aⁿ) = n · log a: el exponente baja multiplicando solo a su propia base.

8. Respuesta **B** · x = 4

1. Los argumentos deben ser positivos: x > 2
   $x > 0 \quad \text{y} \quad x - 2 > 0$
   $x > 2$
2. Junta los logaritmos y pasa a forma exponencial
   $\log_2[x(x-2)] = 3$
   $x(x-2) = 8$
3. Desarrolla y factoriza la ecuación de segundo grado
   $x^2 - 2x - 8 = 0$
   $(x-4)(x+2) = 0$
4. Descarta x = −2, que no cumple x > 2
   $x = 4$

Ojo: Con «o x = −2» no se revisa el dominio; x = 3 resuelve x(x − 2) = 3 en vez de 8.
Truco: Después de resolver una ecuación logarítmica, sustituye en los argumentos originales y descarta negativos.

9. Respuesta **A** · x = 3

1. Escribe 4 como 2² para tener la misma base
   $(2^2)^x = 2^{x+3}$
   $2^{2x} = 2^{x+3}$
2. Con la misma base, iguala los exponentes
   $2x = x + 3$
3. Resuelve y comprueba
   $x = 3$
   $4^3 = 64 = 2^6$

Ojo: x = 1 trata 4^x como 4x (4x = x + 3); −6 escribe 2 como 4² en vez de 4 como 2².
Truco: Lleva todas las potencias a una misma base antes de igualar exponentes.

10. Respuesta **C** · El producto vale 6

1. Baja el exponente de 9 = 3²
   $\log_2 9 = \log_2 3^2 = 2\log_2 3$
2. Baja el exponente de 8 = 2³
   $\log_3 8 = \log_3 2^3 = 3\log_3 2$
3. $\log_2 3$ y $\log_3 2$ son inversos por el cambio de base
   $\log_3 2 = \dfrac{1}{\log_2 3}$
4. Multiplica los números que quedaron
   $2 \cdot 3 \cdot 1 = 6$

Ojo: 72 multiplica los argumentos 9 · 8; 5 suma los exponentes 2 + 3 en vez de multiplicarlos.
Truco: log_a b · log_b a = 1: los logaritmos con base y argumento intercambiados son inversos.