Ley de los senos y ley de los cosenos

Elegir la ley adecuada y resolver triángulos oblicuángulos, incluido el caso ambiguo.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

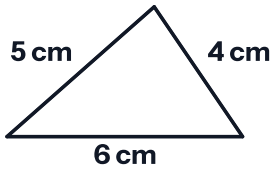
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Un triángulo tiene lados de 4 cm, 5 cm y 6 cm y quieres hallar uno de sus ángulos. ¿Qué ley te sirve?

A) Ley de los cosenos **B)** Ley de los senos

C) Teorema de Pitágoras

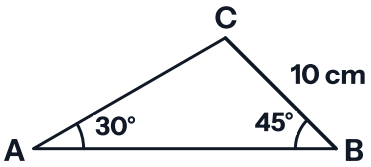


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

En el triángulo ABC, A = 30°, B = 45° y el lado a mide 10 cm (a está frente a A). ¿Cuánto mide el lado b? (sen 45° ≈ 0.707)

A) 7.1 cm **B)** 8.2 cm **C)** 14.1 cm

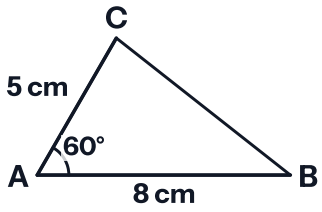


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

En el triángulo ABC, b = 5 cm, c = 8 cm y el ángulo A que forman mide 60°. ¿Cuánto mide el lado a?

A) 7 cm **B)** 9.4 cm **C)** 49 cm

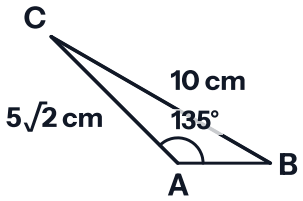


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

En el triángulo ABC, A = 135°, a = 10 cm y b = $5\sqrt{2}$ cm (a está frente a A y b frente a B). ¿Cuánto mide el ángulo B?

A) 150° **B)** 60° **C)** 30°



Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Un triángulo tiene lados de 7 cm, 8 cm y 13 cm. ¿Cuánto mide su ángulo mayor?

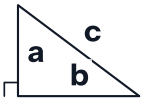
A) 120° **B)** 60° **C)** 32.2°

Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

En un triángulo ABC el ángulo C mide 90°. ¿En qué se convierte la ley de los cosenos $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$? (Ejemplo de la figura: a = 6 cm, b = 8 cm)

A) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ **B)** $c^2 = a^2 + b^2$ **C)** $c^2 = a^2 - b^2$

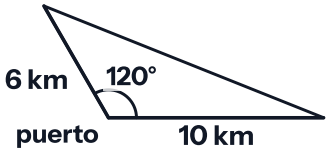


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Dos barcos salen de un puerto en rumbos que forman un ángulo de 120°. Uno recorre 6 km y el otro 10 km. ¿Qué distancia los separa?

A) 8.7 km **B)** 16 km **C)** 14 km

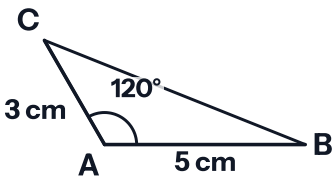


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

En el triángulo ABC, A = 120°, b = 3 cm y c = 5 cm (b está frente a B). ¿Cuánto mide el ángulo B?

A) 31.3° **B)** 21.8° **C)** 158.2°

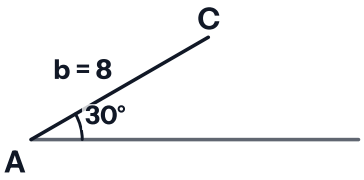


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

En un triángulo, A = 30°, a = 5 cm y b = 8 cm (a está frente a A). ¿Cuántos triángulos distintos cumplen estos datos?

A) Uno **B)** Dos **C)** Ninguno

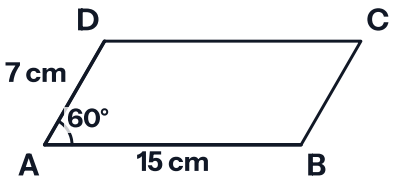


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Un paralelogramo tiene lados de 7 cm y 15 cm que forman un ángulo de 60°. ¿Cuánto mide su diagonal menor?

A) 13 cm **B)** 19.5 cm **C)** 22 cm



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · Se usa la ley de los cosenos

1. Anota lo que conoces: los tres lados y ningún ángulo
2. La ley de los senos pide una pareja de lado y ángulo opuesto; aquí no existe ninguna
3. Con tres lados, la ley de los cosenos despeja cualquier ángulo

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Ojo: Los senos no sirven sin un ángulo conocido; Pitágoras solo vale con ángulo recto y aquí 4² + 5² no es 6².
Truco: Tres lados o dos lados y el ángulo entre ellos: cosenos.

2. Respuesta C · El lado b mide 14.1 cm

1. La ley de los senos empareja cada lado con el seno de su ángulo opuesto

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

2. El lado b está frente a B: sustituye y despeja b

$$b = 10 \sin 45^\circ \div \sin 30^\circ$$

3. Calcula con sen 45° ≈ 0.707 y sen 30° = 0.5

$$b = 10 \times 0.707 \div 0.5$$
$$b \approx 14.1$$

Ojo: 7.1 invierte las razones de seno; 8.2 usa cosenos, que no aparecen en la ley de los senos.
Truco: Cada lado se divide entre el seno de su ángulo opuesto.

3. Respuesta A · El lado a mide 7 cm

1. El lado a está frente al ángulo A que conoces: ley de los cosenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

2. Sustituye los datos; cos 60° vale 0.5

$$a^2 = 5^2 + 8^2 - 2(5)(8)(0.5)$$
$$a^2 = 25 + 64 - 40 = 49$$

3. Saca la raíz cuadrada para obtener el lado

$$a = \sqrt{49} = 7$$

Ojo: 9.4 olvida restar 2bc cos A (queda √(25 + 64)); 49 es a² sin sacar la raíz.
Truco: El coseno va con el ángulo que está entre los dos lados dados.

4. Respuesta C · El ángulo B mide 30°

1. Empareja el lado a con su ángulo opuesto A, y el lado b con B

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin A}{a}$$

2. Despeja sen B y sustituye los datos

$$\sin B = b \sin A \div a$$
$$\sin B = 5 \div 10 = 0.5$$

3. Dos ángulos tienen seno 0.5: 30° y 150°

$$B = 30^\circ \text{ o } B = 150^\circ$$

4. Con A = 135° no cabe otro ángulo obtuso: B = 30°

$$135^\circ + 150^\circ > 180^\circ$$

Ojo: 150° es el otro ángulo con seno 0.5, pero junto a A = 135° suma más de 180°; 60° toma cos B = 0.5.
Truco: Si A es obtuso, los otros dos ángulos son agudos.

5. Respuesta A · El ángulo mayor mide 120°

1. El ángulo mayor está frente al lado mayor, el de 13 cm: llámalo θ
2. Despeja cos θ en la ley de los cosenos, con 13 aislado

$$\cos \theta = \frac{7^2 + 8^2 - 13^2}{2(7)(8)}$$

3. El numerador es negativo, así que el coseno también

$$\cos \theta = \frac{-56}{112} = -0.5$$

4. El ángulo con coseno −0.5 es obtuso: θ = 120°

$$\theta = \cos^{-1}(-0.5) = 120^\circ$$

Ojo: 60° pierde el signo del numerador (+0.5); 32.2° es el ángulo frente al lado de 8, no el mayor.
Truco: Un coseno negativo siempre indica un ángulo obtuso.

6. Respuesta B · Se reduce a c² = a² + b²

1. Sustituye C = 90°: el coseno de 90° vale cero

$$\cos 90^\circ = 0$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab(0)$$

2. Queda el teorema de Pitágoras: la suma de los cuadrados de los catetos

$$c^2 = a^2 + b^2$$

3. Comprueba con a = 6 y b = 8: el cuadrado sobre c vale 100

$$c^2 = 36 + 64 = 100$$

Ojo: «− 2ab» sale de tomar cos 90° = 1, no 0; c² = a² − b² resta los cuadrados en vez de sumarlos.
Truco: Con ángulo recto, el término −2ab cos C desaparece.

7. Respuesta C · Quedan a 14 km

1. La distancia buscada está frente al ángulo de 120° y se conocen los dos lados que lo forman: ley de los cosenos
   $d^2 = 36 + 100 - 120\cos 120^\circ$
2. El coseno de 120° es negativo, −0.5: el último término se suma
   $d^2 = 36 + 100 - 120(-0.5)$
   $d^2 = 136 + 60 = 196$
3. Saca la raíz cuadrada
   $d = \sqrt{196} = 14$

Ojo: 8.7 km usa cos 120° como +0.5 y resta; 16 km solo suma los dos recorridos.
Truco: Con ángulo obtuso, cos C < 0 y el lado opuesto sale más largo.

8. Respuesta B · El ángulo B mide 21.8°

1. Conoces dos lados y el ángulo que forman: primero halla a con la ley de los cosenos
   $a^2 = 9 + 25 - 30\cos 120^\circ$
   $a^2 = 49 \Rightarrow a = 7$
2. Ahora a y A forman una pareja: la ley de los senos da sen B
   $\sin B = b \sin A \div a$
   $\sin B = 3(0.866) \div 7 \approx 0.371$
3. Como A es obtuso, B debe ser agudo: B ≈ 21.8°
   $B = \sin^{-1}(0.371) \approx 21.8^\circ$

Ojo: 31.3° usa c en lugar de a al despejar sen B; 158.2° es el ángulo obtuso con ese seno, imposible junto a 120°.
Truco: Primero cosenos para el lado que falta; luego senos para los ángulos.

9. Respuesta B · Existen dos triángulos

1. Calcula la altura desde C hasta la recta de A: h = b · sen A
   $h = 8 \times \sin 30^\circ = 4$
2. Como a = 5 es mayor que h = 4, el lado a alcanza la recta
   $h = 4 < a = 5$
3. Como a = 5 es menor que b = 8, corta en dos puntos del mismo lado de A
   $h < a < b \Rightarrow \text{dos triángulos}$

Ojo: «Uno» ignora el ángulo obtuso con el mismo seno (126.9°); «ninguno» supone que a < b impide llegar a la recta.
Truco: Con lado, lado y ángulo opuesto, compara a con h = b sen A y con b.

10. Respuesta A · La diagonal menor mide 13 cm

1. La diagonal menor BD queda frente al ángulo agudo A, en el triángulo ABD
2. Ley de los cosenos con los lados 7 y 15 y el ángulo de 60°
   $d^2 = 49 + 225 - 210\cos 60^\circ$
3. Opera, con cos 60° = 0.5, y saca la raíz
   $d^2 = 49 + 225 - 105 = 169$
   $d = 13$

Ojo: 19.5 cm es la diagonal mayor (usa el ángulo de 120°); 22 cm solo suma los dos lados.
Truco: La diagonal menor se opone al ángulo agudo; la mayor, al obtuso.