Las cónicas

circunferencia, elipse, parábola e hipérbola como cortes de un cono.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

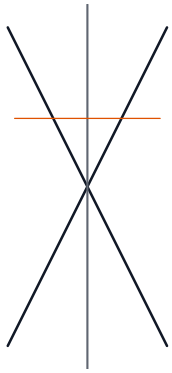
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Un plano corta un cono doble (dos conos unidos por el vértice, con el mismo eje) en forma perpendicular al eje y sin pasar por el vértice. ¿Qué curva se forma en el corte?

A) Hipérbola **B)** Parábola **C)** Circunferencia

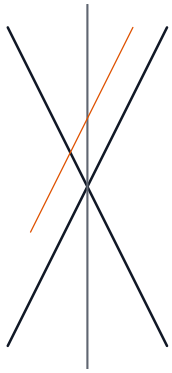


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Un plano corta un cono doble sin pasar por el vértice y queda paralelo a una de sus generatrices (las rectas inclinadas del contorno). ¿Qué curva forma?

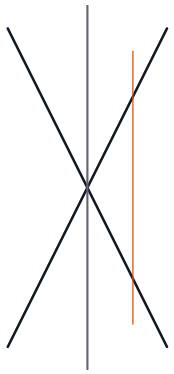
A) Hipérbola **B)** Parábola **C)** Elipse



Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Un plano paralelo al eje de un cono doble, sin pasar por el vértice, lo corta. ¿Qué curva forma?



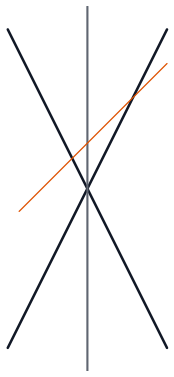
A) Hipérbola **B)** Parábola **C)** Elipse

Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

En vista lateral, las generatrices de un cono doble son las rectas de la primera ecuación de abajo, y un plano que no pasa por el vértice es la recta de la segunda. ¿Qué curva forma el corte?

$$y = \pm 2x$$
$$y = x + 2$$



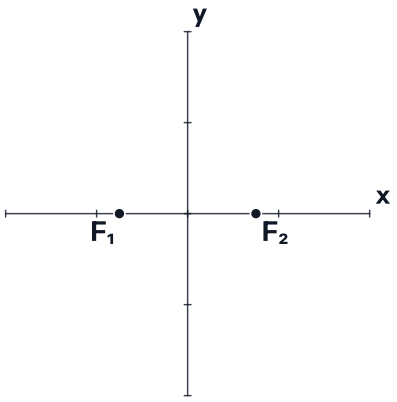
A) Parábola **B)** Hipérbola **C)** Elipse

Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Un punto P se mueve de modo que la suma de sus distancias a $F_1(-3, 0)$ y a $F_2(3, 0)$ siempre vale 10. ¿Qué curva describe?

A) Hipérbola **B)** Circunferencia **C)** Elipse

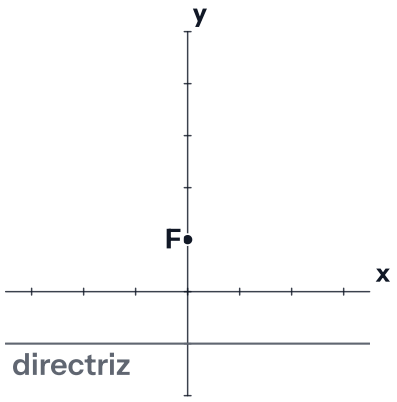


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Un punto P se mueve de modo que siempre está a la misma distancia del punto F(0, 2) y de la recta horizontal y = −2. ¿Qué curva describe?

A) Parábola **B)** Circunferencia **C)** Elipse

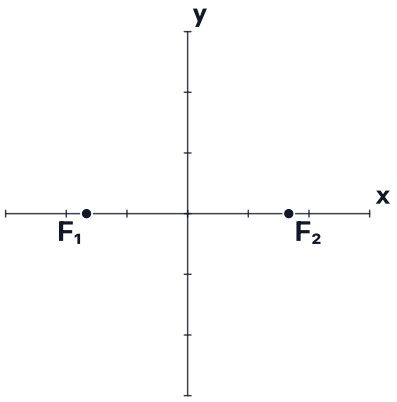


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Un punto P se mueve de modo que la diferencia de sus distancias a $F_1(-5, 0)$ y a $F_2(5, 0)$, tomada siempre como positiva, vale 6. ¿Qué curva describe?

A) Hipérbola **B)** Elipse **C)** Parábola



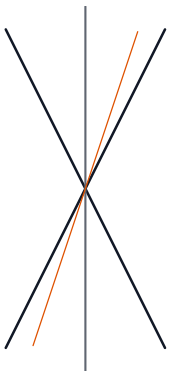
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

En vista lateral (eje del cono: eje y), las generatrices son las rectas de la primera ecuación y el plano, visto de canto y por el vértice, la de la segunda. ¿Qué forma tiene el corte?

$$y = \pm 2x$$
$$y = 3x$$

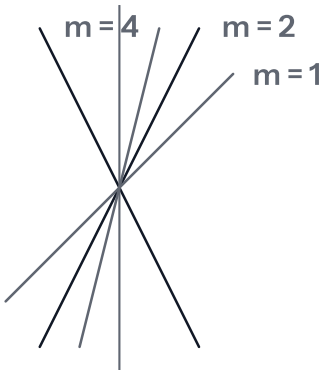
A) Hipérbola **B)** Dos rectas **C)** Un punto



Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Las generatrices de un cono doble, en vista lateral, tienen pendientes 2 y −2. Un plano por el vértice se ve como la recta y = mx, con m positivo. ¿Para qué m el corte es una sola recta?

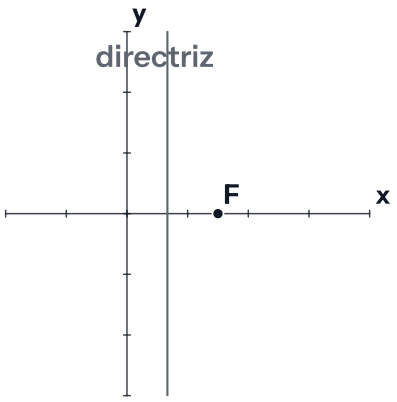


A) $m = 2$ **B)** $m = 1$ **C)** $m = 4$

Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Para cada punto de una curva, la distancia al foco F(3, 0) entre la distancia a la recta vertical x = 4/3 vale siempre 1.5. ¿Qué cónica es?



A) Elipse **B)** Hipérbola **C)** Parábola

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · Se forma una circunferencia

1. El plano es perpendicular al eje del cono: en la vista lateral queda horizontal, formando un ángulo recto con el eje
2. Todos los puntos del corte están a la misma distancia del eje: el radio r
3. Puntos a igual distancia de un centro: circunferencia

Ojo: Hipérbola exige un plano paralelo al eje; la parábola, uno paralelo a una generatriz.
Truco: Plano perpendicular al eje: circunferencia. Al inclinarlo, el corte se estira.

2. Respuesta B · Se forma una parábola

1. El plano tiene la misma inclinación que una generatriz: son paralelos, así que nunca se cruzan
2. Entonces solo corta a la otra generatriz, en un único punto, y por ese lado nunca se vuelve a cerrar
3. Una curva abierta, con una sola rama que se aleja sin cerrarse ni formar una segunda rama, es una parábola

Ojo: Hipérbola sale de un plano más empinado, que corta las dos hojas; elipse, de uno más tendido, que cierra la curva.
Truco: Paralelo a la generatriz: parábola. Más empinado, hipérbola; más tendido, elipse.

3. Respuesta A · Se forma una hipérbola

1. El plano vertical queda paralelo al eje y a distancia constante de él, sin tocar el vértice
2. El plano atraviesa las dos hojas: un corte arriba y otro abajo
3. Una curva con dos ramas separadas, una por cada hoja, es una hipérbola

Ojo: Parábola y elipse solo aparecen cuando el plano corta una hoja; aquí atraviesa las dos.
Truco: Si el plano corta las dos hojas del cono, la curva es una hipérbola.

4. Respuesta C · Se forma una elipse

1. Compara pendientes: el plano sube 1 por cada 1, mientras que las generatrices suben 2 por cada 1
   $m_{plano} = 1$
   $|m_{gen}| = 2$
2. El plano, más tendido, corta a las dos generatrices en la misma hoja
3. La curva se cierra por completo en una sola hoja: es una elipse

Ojo: Parábola exige la misma pendiente que la generatriz, o sea 2; hipérbola, una pendiente mayor que 2 en valor absoluto. Aquí vale 1.
Truco: Pendiente del plano menor que la de la generatriz: elipse. Igual: parábola. Mayor: hipérbola.

5. Respuesta C · Describe una elipse

1. Toma una posición cualquiera de P, por ejemplo P(3, 3.2), y mide su distancia a cada foco
2. Distancia a F_2: 3.2. Distancia a F_1: la hipotenusa del triángulo de base 6 y altura 3.2, que mide 6.8
   $PF_2 = 3.2$
   $PF_1 = \sqrt{6^2 + 3.2^2} = 6.8$
3. Suma 10, como en cualquier otra posición: suma constante a dos focos es una elipse
   $3.2 + 6.8 = 10$

Ojo: Hipérbola es con la diferencia de distancias constante; circunferencia, con la distancia constante a un solo punto.
Truco: Suma constante a dos focos: elipse. Diferencia constante: hipérbola.

6. Respuesta A · Describe una parábola

1. Toma una posición de P que cumpla la condición, por ejemplo P(4, 2)
2. Mide la distancia de P al foco y a la recta: son iguales
   $PF = 4$
   $d = 2 - (-2) = 4$
3. Equidistar de un foco y de una directriz define una parábola

Ojo: La circunferencia equidista de un solo punto, no de un punto y una recta; la elipse suma distancias a dos focos.
Truco: Foco y directriz con igual distancia: parábola.

7. Respuesta A · Describe una hipérbola

1. Un punto que cumple está en el eje x: P(3, 0), entre los focos
2. Mide la distancia de P a cada foco sobre el eje x
   $PF_1 = 3 - (-5) = 8$
   $PF_2 = 5 - 3 = 2$
3. Diferencia 6 en toda posición de P: diferencia constante a dos focos es una hipérbola
   $8 - 2 = 6$

Ojo: La elipse suma las distancias (8 + 2 = 10) en lugar de restarlas; la parábola no tiene dos focos.
Truco: Diferencia constante entre dos focos: hipérbola; suma constante: elipse.

8. Respuesta B · Se forman dos rectas que se cruzan en el vértice

1. El plano pasa por el vértice: el corte estará formado por rectas del cono
2. Compara pendientes: el plano es más empinado que las generatrices, así que queda dentro de las dos hojas
   $|m_{plano}| = 3 > 2$
3. Cada hoja se corta en una recta que pasa por el vértice: en total, dos rectas que se cruzan allí

Ojo: Hipérbola sale de un plano igual de empinado pero fuera del vértice. Un punto exige un plano más tendido, como pendiente 1.
Truco: Si el plano pasa por el vértice, la cónica se degenera: punto, una recta o dos rectas.

9. Respuesta A · m debe valer 2

1. Una sola recta: el plano debe coincidir con una generatriz, de pendiente 2
2. Con m = 1 solo toca el vértice; con m = 4 corta dos rectas
3. Solo con m = 2 el plano roza al cono a lo largo de una recta

Ojo: m = 1, más tendido, da un punto; m = 4, más empinado, da dos rectas. Solo m = 2 coincide con la generatriz.
Truco: Por el vértice: pendiente menor, un punto; igual, una recta; mayor, dos rectas.

10. Respuesta B · Es una hipérbola

1. Toma el punto (2, 0) de la curva y mide sus dos distancias
   $PF = 1,\ d = \frac{2}{3}$
2. El cociente PF entre d es la excentricidad e. Aquí e = 1.5, mayor que 1
   $e = 1 \div \frac{2}{3} = 1.5$
3. Con e mayor que 1 la cónica es una hipérbola (e < 1 elipse, e = 1 parábola)

Ojo: Elipse sale de invertir el cociente: d entre PF vale 2/3, menor que 1. Parábola exigiría un cociente exactamente igual a 1.
Truco: Cociente foco/directriz: menor que 1 elipse, igual a 1 parábola, mayor que 1 hipérbola.