Intersección de rectas

punto de cruce, rectas paralelas y concurrentes, ángulo entre rectas.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

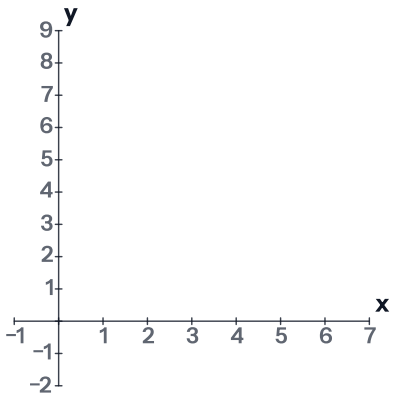
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿En qué punto se cortan las dos rectas de abajo?

$$y = 2x - 1$$
$$y = -x + 8$$

A) (3, 5) **B)** (5, 3) **C)** (3, 7)



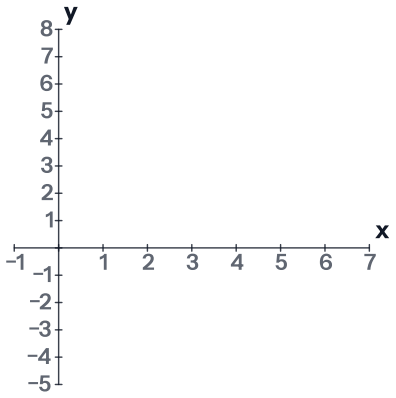
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿En qué punto se cortan las dos rectas de abajo? La primera es una recta vertical.

$$x = 4$$
$$y = 2x - 3$$

A) (5, 4) **B)** (4, −3) **C)** (4, 5)



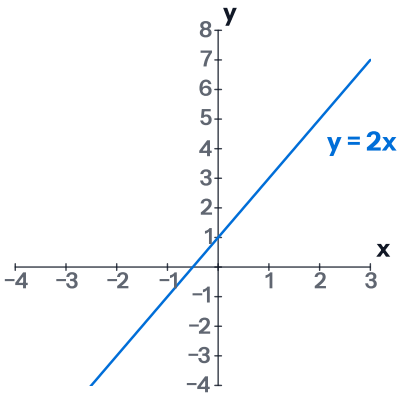
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Cuántos puntos en común tienen las dos rectas de abajo?

$$y = 2x + 1$$
$$4x - 2y + 6 = 0$$

A) Uno **B)** Ninguno **C)** Infinitos



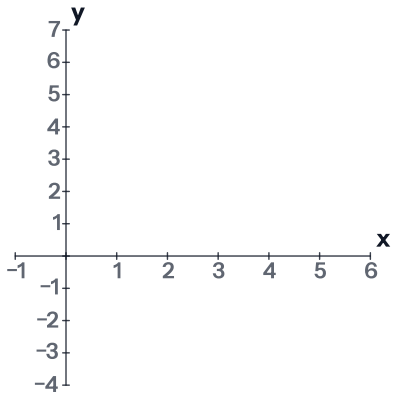
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿En qué punto se cortan las dos rectas de abajo?

$$2x + 3y = 12$$
$$4x - y = 10$$

A) (3, 2) **B)** (2, 3) **C)** (3, −2)

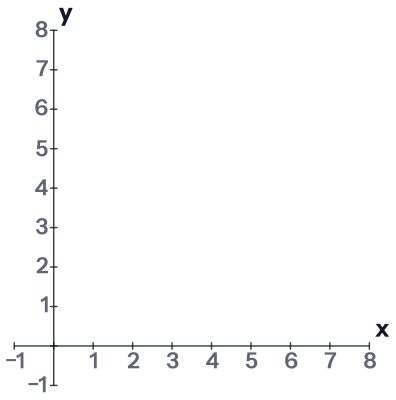


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

La recta AB pasa por A(0, 1) y B(4, 5), y la recta CD pasa por C(0, 7) y D(7, 0). ¿En qué punto se cruzan?

A) (4, 3) **B)** (2, 5) **C)** (3, 4)



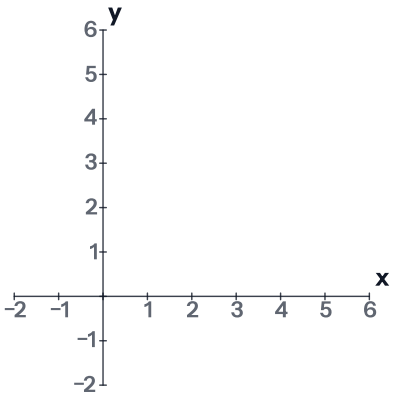
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Las tres rectas se cortan en un mismo punto. ¿Cuánto vale k?

$$x + y = 4$$
$$2x - y = 2$$
$$x - 2y = k$$

A) 6 **B)** 2 **C)** -2



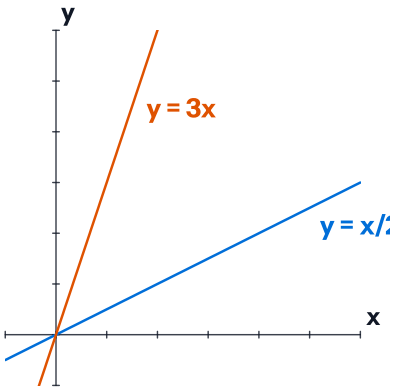
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuánto mide el ángulo agudo que forman las dos rectas de abajo?

$$y = x/2$$
$$y = 3x$$

A) 68.2° **B)** 45° **C)** 98.1°



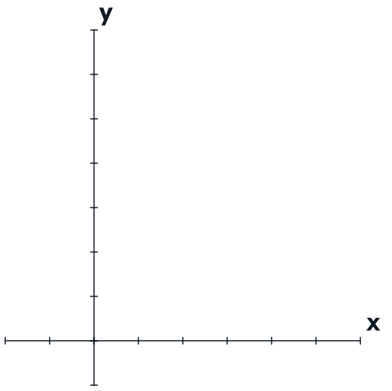
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuánto mide el ángulo agudo que forman las rectas de abajo? Redondea a un decimal.

$$x + y - 3 = 0$$
$$x - 3y + 3 = 0$$

A) 63.4° **B)** 26.6° **C)** 45°



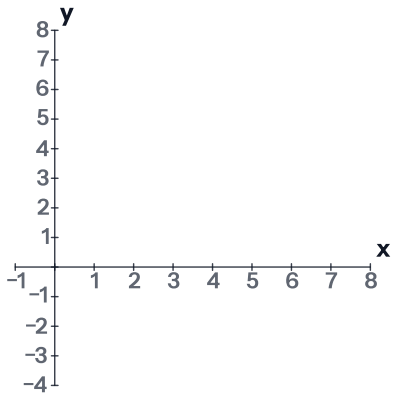
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

La tercera recta pasa por el punto donde se cortan las dos primeras. ¿Cuánto vale k?

$$x + y = 6$$
$$x - y = 2$$
$$kx - y = 10$$

A) 2 **B)** 3 **C)** 5/2



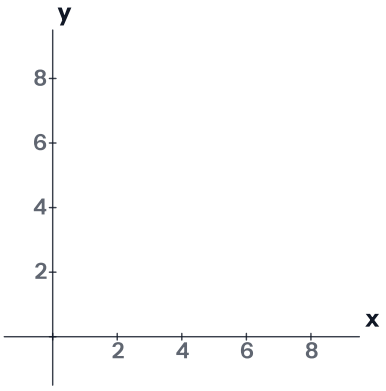
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Las tres rectas forman un triángulo. ¿Cuánto mide su área?

$$y = 0$$
$$y = x$$
$$x + y = 8$$

A) 16 **B)** 32 **C)** 8



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · Se cortan en el punto (3, 5)

1. En el punto de cruce las dos rectas tienen la misma y: iguala sus ecuaciones
   $2x - 1 = -x + 8$
2. Junta las x de un lado y los números del otro, y despeja x
   $3x = 9$
   $x = 3$
3. Sustituye x = 3 en cualquiera de las dos rectas para hallar y
   $y = 2(3) - 1 = 5$

Ojo: (5, 3) intercambia x y y. (3, 7) sustituye en y = 2x + 1: el −1 cambió de signo.
Truco: Cruce de dos rectas: iguala las y, despeja x y luego sustituye para hallar y.

2. Respuesta C · Se cortan en el punto (4, 5)

1. En una recta vertical todos los puntos tienen la misma x: la x del cruce ya está dada
   $x = 4$
2. Sustituye x = 4 en la otra recta para hallar y
   $y = 2(4) - 3$
   $y = 5$
3. El punto de cruce es la pareja (x, y)
   $(x, y) = (4, 5)$

Ojo: (5, 4) intercambia las coordenadas. (−3 como y) usa la ordenada al origen: ese es el valor de y cuando x = 0.
Truco: Con una recta x = k, basta sustituir x = k en la otra ecuación.

3. Respuesta B · No tienen ningún punto en común

1. Despeja y en la segunda ecuación para ver su pendiente y su ordenada
   $-2y = -4x - 6$
   $y = 2x + 3$
2. Las dos tienen pendiente 2, pero cortan al eje y en lugares distintos: 1 y 3
   $m_1 = m_2 = 2$
   $b_1 = 1,\ b_2 = 3$
3. Rectas con la misma pendiente y distinta ordenada son paralelas y nunca se cruzan
   $\text{ningún punto en común}$

Ojo: «Uno» supone pendientes distintas. «Infinitos» ocurriría si fueran la misma recta, pero las ordenadas 1 y 3 son distintas.
Truco: Misma pendiente: si la ordenada también es igual, infinitos puntos; si no, ninguno.

4. Respuesta A · Se cortan en el punto (3, 2)

1. Despeja y en la ecuación más sencilla, la segunda
   $4x - y = 10$
   $y = 4x - 10$
2. Sustituye esa y en la primera ecuación y resuelve para x
   $2x + 3(4x - 10) = 12$
   $14x - 30 = 12$
   $x = 3$
3. Con x = 3 calcula y en la ecuación despejada
   $y = 4(3) - 10 = 2$

Ojo: (2, 3) intercambia x y y. (3, −2) despeja mal: usa y = 10 − 4x en lugar de y = 4x − 10.
Truco: Comprueba el punto en las dos ecuaciones: tiene que cumplir ambas.

5. Respuesta C · Se cruzan en el punto (3, 4)

1. Ecuación de AB: calcula la pendiente; A está en el eje y, así que b = 1
   $m = (5 - 1)/(4 - 0) = 1$
   $y = x + 1$
2. Ecuación de CD: pendiente y ordenada en C
   $m = (0 - 7)/(7 - 0) = -1$
   $y = -x + 7$
3. Iguala las dos y: ahí se cruzan
   $x + 1 = -x + 7$
   $x = 3,\ y = 4$

Ojo: (4, 3) intercambia x y y. (2, 5) está sobre CD, pero no sobre AB: debe estar en las dos.
Truco: El punto de cruce debe cumplir las ecuaciones de las dos rectas: compruébalo.

6. Respuesta C · k vale −2

1. Halla el cruce de las dos primeras: al sumarlas, la y desaparece
   $3x = 6$
   $x = 2$
2. Sustituye x = 2 en x + y = 4 para hallar y
   $2 + y = 4$
   $y = 2$
3. La tercera recta también debe pasar por (2, 2): sustituye y despeja k
   $k = 2 - 2(2)$
   $k = -2$

Ojo: 6 sale de calcular x + 2y en lugar de x − 2y. 2 es solo el valor de x del punto común.
Truco: Tres rectas concurrentes: la tercera debe cumplirse en el cruce de las otras dos.

7. Respuesta B · El ángulo mide 45°

1. Calcula el ángulo de inclinación de cada recta con la tangente inversa de su pendiente
   $\theta_1 = \tan^{-1}(0.5) \approx 26.6^\circ$
   $\theta_2 = \tan^{-1}(3) \approx 71.6^\circ$
2. El ángulo entre las rectas es la diferencia de los dos ángulos de inclinación
   $71.6^\circ - 26.6^\circ = 45^\circ$
3. Compruébalo con la fórmula de las pendientes
   $\tan\theta = \dfrac{3 - 0.5}{1 + 3(0.5)} = 1$

Ojo: 68.2° sale de $\tan^{-1}(3 - 0.5)$: falta el denominador. 98.1° suma los dos ángulos, 26.6° + 71.6°, en vez de restarlos.
Truco: Entre rectas se restan los ángulos de inclinación (no se suman).

8. Respuesta A · El ángulo mide aproximadamente 63.4°

1. Despeja y en cada recta para leer su pendiente
   $m_1 = -1$
   $m_2 = 1/3$
2. Aplica la fórmula del ángulo entre dos rectas
   $\tan\theta = |(1/3 + 1)/(1 - 1/3)|$
   $\tan\theta = (4/3)/(2/3) = 2$
3. El ángulo agudo es la tangente inversa de 2
   $\theta = \tan^{-1}(2) \approx 63.4^\circ$

Ojo: 26.6° es $\tan^{-1}(1/2)$: invierte el cociente. 45° usa $1 - m_1m_2 = 4/3$ en el denominador: debe ser $1 + m_1m_2 = 2/3$.
Truco: Denominador: $1 + m_1 \cdot m_2$. Si el producto es negativo, es una resta.

9. Respuesta B · k vale 3

1. Halla x sumando las dos primeras: la y desaparece
   $2x = 8$
   $x = 4$
2. Sustituye x = 4 en x + y = 6 para hallar y
   $4 + y = 6$
   $y = 2$
3. Sustituye ese punto en la tercera recta y despeja k
   $k(4) - 2 = 10$
   $4k = 12$
   $k = 3$

Ojo: 2 sale de 4k + 2 = 10 (signo mal); 5/2 ignora la y: 4k = 10.
Truco: La recta con k debe cumplirse en el punto de cruce: sustitúyelo y despeja.

10. Respuesta A · El área del triángulo es 16

1. El eje x cruza a y = x en el origen y a x + y = 8 en (8, 0)
   $y = x,\ y = 0:\ (0, 0)$
   $x + y = 8,\ y = 0:\ (8, 0)$
2. Cruza las otras dos: sustituye y = x en x + y = 8
   $x + x = 8$
   $x = 4,\ y = 4$
3. Base = 8 sobre el eje x y altura = 4 (la y del vértice de arriba)
   $A = \dfrac{8 \cdot 4}{2} = 16$

Ojo: 32 olvida dividir entre 2. 8 toma 4 como base: esa es la x del vértice superior, no la longitud de la base.
Truco: Halla los tres vértices cruzando las rectas de dos en dos y luego usa base por altura entre dos.