Interpretación de la derivada

la derivada como pendiente de la tangente y como razón de cambio: velocidad, costo marginal y signo.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

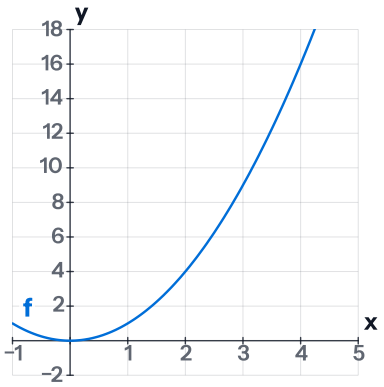
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en x = 3?

$$f(x) = x^2$$

A) 9 **B)** 7 **C)** 6



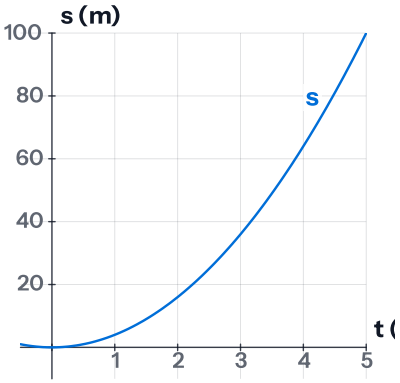
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

La posición de un carrito, en metros, es s(t), con t en segundos. ¿Cuál es su velocidad instantánea en t = 3 s?

$$s(t) = 4t^2$$

A) 24 m/s **B)** 36 m/s **C)** 12 m/s

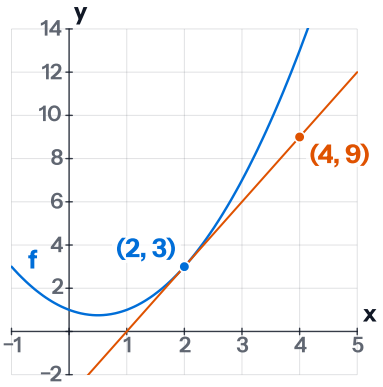


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

La recta tangente a f en x = 2 pasa por los puntos (2, 3) y (4, 9). ¿Cuánto vale f′(2)?

A) 6 **B)** 3 **C)** 1/3



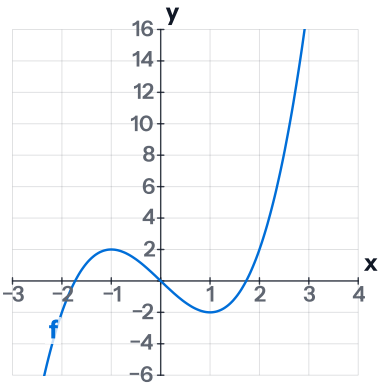
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuál es la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en x = 2?

$$f(x) = x^3 - 3x$$

A) y = 9x − 16 **B)** y = 9x − 18 **C)** y = 2x − 2

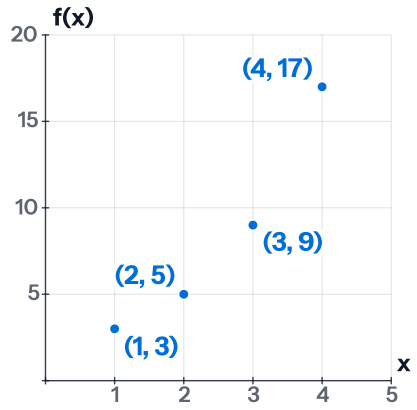


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

La tabla da valores de f: f(1) = 3, f(2) = 5, f(3) = 9, f(4) = 17. Estima f′(3) con la pendiente de la recta que une los puntos de x = 2 y x = 4.

A) 8 **B)** 6 **C)** 4



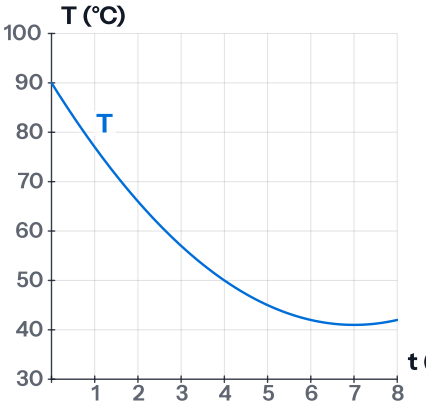
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

La temperatura de una bebida, en °C, es T(t), con t en minutos. ¿Con qué razón cambia la temperatura cuando t = 3?

$$T(t) = t^2 - 14t + 90$$

A) −8 °C por minuto **B)** 8 °C por minuto **C)** 57 °C por minuto



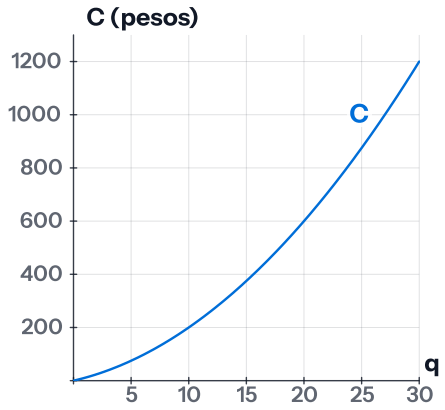
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

El costo, en pesos, de producir q piezas es C(q). ¿Cuánto cambia el costo por cada pieza adicional (costo marginal) cuando q = 20?

$$C(q) = q^2 + 10q$$

A) 50 pesos por pieza **B)** 600 pesos por pieza **C)** 30 pesos por pieza



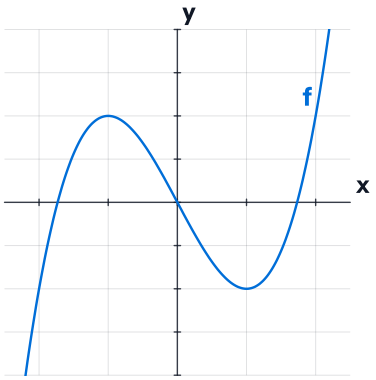
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

La gráfica de f tiene un máximo y un mínimo locales. ¿En qué valores de x la tangente es horizontal?

$$f(x) = x^3 - 3x$$

A) x = −2 y x = 2 **B)** x = −√3, x = 0 y x = √3 **C)** x = −1 y x = 1



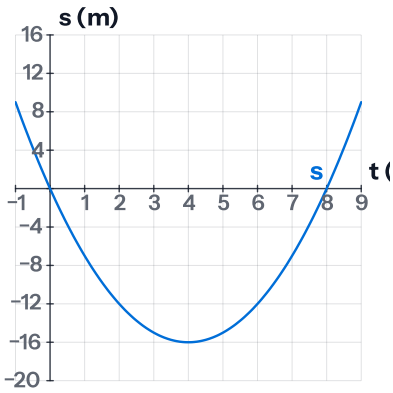
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

La posición de una partícula, en metros, es s(t), con t ≥ 0 en segundos. ¿En qué intervalo avanza (su posición aumenta)?

$$s(t) = t^2 - 8t$$

A) t < 4 **B)** t > 8 **C)** t > 4

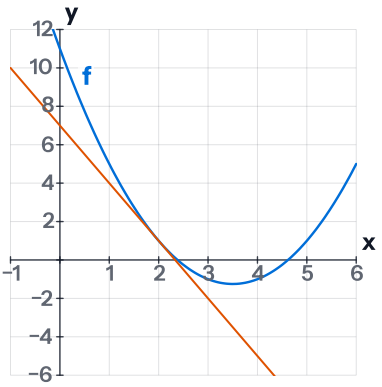


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

La recta tangente a f en x = 2 es y = −3x + 7. ¿Cuánto valen f(2) y f′(2)?

A) f(2) = 7 y f′(2) = −3 **B)** f(2) = 1 y f′(2) = −3 **C)** f(2) = −3 y f′(2) = 1



y = −

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · La pendiente es 6

1. Ubica el punto de tangencia
   $f(3) = 3^2 = 9$
2. Una secante da solo una aproximación
   $\frac{16 - 9}{4 - 3} = 7$
3. La pendiente de la tangente es f′(3)
   $f'(x) = 2x$
   $f'(3) = 2 \cdot 3 = 6$

Ojo: 9 es la altura f(3), no la pendiente; 7 es la pendiente de la secante entre x = 3 y x = 4.
Truco: La derivada en un punto es la pendiente de la tangente en ese punto.

2. Respuesta A · La velocidad es 24 m/s

1. La velocidad media de 0 a 3 s es una secante
   $s(3) = 4 \cdot 9 = 36$
   $\frac{36 - 0}{3 - 0} = 12$
2. La velocidad instantánea es la derivada de la posición
   $v(t) = s'(t) = 8t$
3. Evalúa en t = 3
   $v(3) = 8 \cdot 3 = 24$

Ojo: 36 es la posición en t = 3, no la velocidad; 12 es la velocidad media de 0 a 3 s.
Truco: Posición: s. Velocidad: s′. Una es la altura de la curva; la otra, su pendiente.

3. Respuesta B · f′(2) vale 3

1. Mide cuánto avanza la tangente
   $\Delta x = 4 - 2 = 2$
2. Mide cuánto sube
   $\Delta y = 9 - 3 = 6$
3. Divide lo que sube entre lo que avanza
   $f'(2) = \frac{6}{2} = 3$

Ojo: 6 es solo lo que sube, sin dividir; 1/3 divide al revés, avance entre subida.
Truco: Pendiente = sube ÷ avanza, siempre en ese orden.

4. Respuesta A · La tangente es y = 9x − 16

1. Calcula la altura del punto de tangencia
   $f(2) = 8 - 6 = 2$
2. La pendiente es la derivada en x = 2
   $f'(x) = 3x^2 - 3$
   $f'(2) = 12 - 3 = 9$
3. Usa punto-pendiente y despeja y
   $y - 2 = 9(x - 2)$
   $y = 9x - 16$

Ojo: 9x − 18 omite la altura f(2); 2x − 2 usa f(2) = 2 como pendiente en lugar de f′(2).
Truco: Para la tangente necesitas el punto f(a) y la pendiente f′(a).

5. Respuesta B · f′(3) vale aproximadamente 6

1. Une los puntos vecinos de x = 3
   $f(2) = 5$
   $f(4) = 17$
2. Calcula lo que sube y lo que avanza
   $\Delta y = 17 - 5 = 12$
   $\Delta x = 4 - 2 = 2$
3. Divide: esa es la pendiente aproximada
   $f'(3) \approx \frac{12}{2} = 6$

Ojo: 8 usa solo el tramo de 3 a 4; 4 solo el de 2 a 3: ninguno es simétrico.
Truco: Con una tabla, usa un punto a cada lado para estimar la derivada.

6. Respuesta A · Cambia a −8 °C por minuto: se enfría

1. La razón de cambio instantánea es la derivada
   $T'(t) = 2t - 14$
2. Evalúa en t = 3
   $T'(3) = 6 - 14 = -8$
3. Interpreta el signo
   $T'(3) = -8 < 0$

Ojo: 8 pierde el signo: la bebida se enfría; 57 °C es la temperatura en t = 3, no su razón de cambio.
Truco: Derivada negativa: la cantidad disminuye. Derivada positiva: aumenta.

7. Respuesta A · El costo marginal es 50 pesos por pieza

1. El costo promedio es otra cosa: una secante
   $C(20) = 400 + 200 = 600$
   $600 \div 20 = 30$
2. El costo marginal es la derivada
   $C'(q) = 2q + 10$
3. Evalúa en q = 20
   $C'(20) = 40 + 10 = 50$

Ojo: 600 es el costo total C(20); 30 es el costo promedio por pieza, no el marginal.
Truco: Promedio: C(q) ÷ q (secante). Marginal: C′(q) (tangente).

8. Respuesta C · La tangente es horizontal en x = −1 y x = 1

1. Tangente horizontal significa pendiente cero
   $f'(x) = 3x^2 - 3$
   $3x^2 - 3 = 0$
2. Despeja x
   $x^2 = 1$
   $x = -1 \quad \text{o} \quad x = 1$
3. Ubica los puntos en la curva
   $f(-1) = 2, \quad f(1) = -2$

Ojo: ±2 son las alturas del máximo y el mínimo, no las x; ±√3 y 0 son los ceros de f, no de f′.
Truco: Máximos y mínimos locales: resuelve f′(x) = 0.

9. Respuesta C · La partícula avanza cuando t > 4

1. Avanza cuando la velocidad es positiva
   $v(t) = s'(t) = 2t - 8$
2. Resuelve v(t) > 0
   $2t - 8 > 0$
   $t > 4$
3. Comprueba con la gráfica
   $v(6) = 12 - 8 = 4 > 0$

Ojo: t < 4 es donde retrocede (s′ < 0); t > 8 es donde la posición es positiva, no donde crece.
Truco: Posición creciente: derivada positiva. No confundas el signo de s con el de s′.

10. Respuesta B · f(2) = 1 y f′(2) = −3

1. La pendiente de la tangente es f′(2)
   $y = -3x + 7$
   $f'(2) = -3$
2. f(2) es la altura de la tangente en x = 2
   $f(2) = -3(2) + 7 = 1$
3. No confundas con la ordenada al origen
   $f(2) = 1, \quad f'(2) = -3$

Ojo: f(2) = 7 toma la ordenada al origen como altura; el tercero intercambia valor y pendiente.
Truco: De una tangente se leen dos datos: su altura en el punto y su pendiente.