Hipérbola con centro fuera del origen

hipérbola con centro (h, k), forma general y completar cuadrados.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

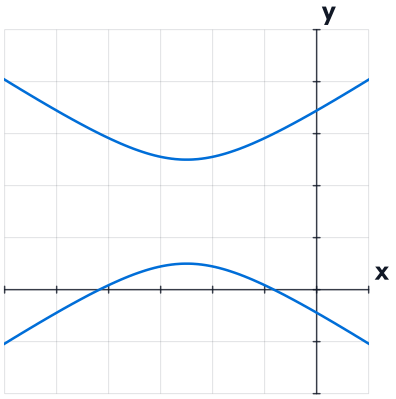
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el centro de la hipérbola de abajo?

$$\frac{(y-3)^2}{4} - \frac{(x+5)^2}{9} = 1$$

A) $(-5, 3)$ **B)** $(5, -3)$ **C)** $(3, -5)$



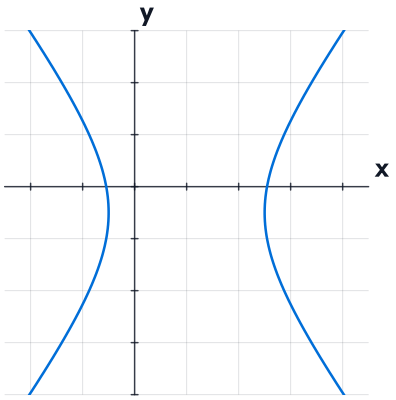
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son los vértices de la hipérbola de abajo?

$$\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{16} = 1$$

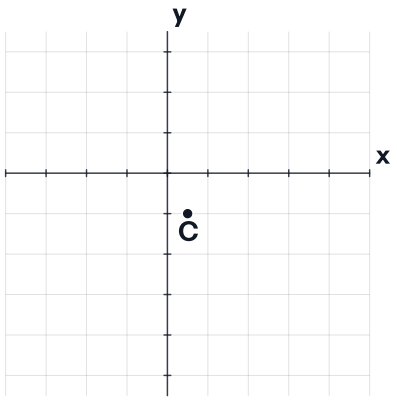
A) $(3, -1)$ y $(-3, -1)$ **B)** $(5, -1)$ y $(-1, -1)$ **C)** $(2, 3)$ y $(2, -5)$



Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Una hipérbola tiene centro en (1, −2), se abre a los lados y sus semiejes son a = 4 y b = 3. ¿Cuál es su ecuación ordinaria?



A) $\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{9} = 1$ **B)** $\frac{(x+1)^2}{16} - \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

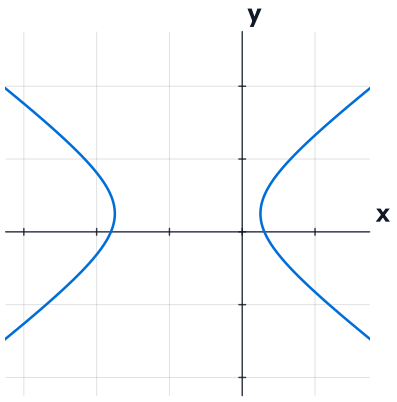
C) $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$

Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Dónde están los focos de la hipérbola de abajo?

$$\frac{(x+3)^2}{16} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$$



A) $(-3 \pm \sqrt{7}, 1)$ **B)** $(-3, 6)$ y $(-3, -4)$ **C)** $(2, 1)$ y $(-8, 1)$

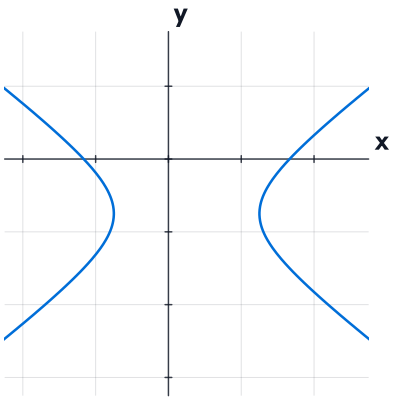
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuáles son las asíntotas de la hipérbola de abajo?

$$\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+3)^2}{9} = 1$$

A) y + 3 = ±(3/4)(x − 1) **B)** y + 3 = ±(4/3)(x − 1) **C)** y − 3 = ±(3/4)(x + 1)



Tu procedimiento

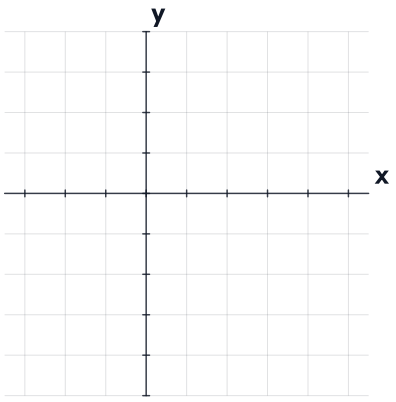
6 NIVEL MEDIO

Pasa a la forma ordinaria la hipérbola de ecuación general:

$$4x^2 - 9y^2$$
$$-16x - 18y - 29 = 0$$

A) (x − 2)²/9 − (y + 1)²/4 = 1 **B)** (x − 2)²/36 − (y + 1)²/36 = 1

C) (x + 2)²/9 − (y − 1)²/4 = 1



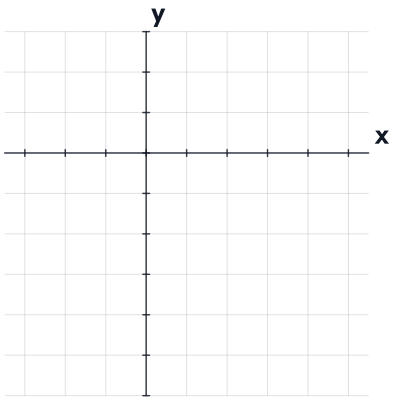
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuáles son los vértices de la hipérbola de ecuación general siguiente?

$$y^2 - 4x^2 + 6y + 16x - 23 = 0$$

A) $(6, -3)$ y $(-2, -3)$ **B)** $(-2, 7)$ y $(-2, -1)$ **C)** $(2, 1)$ y $(2, -7)$



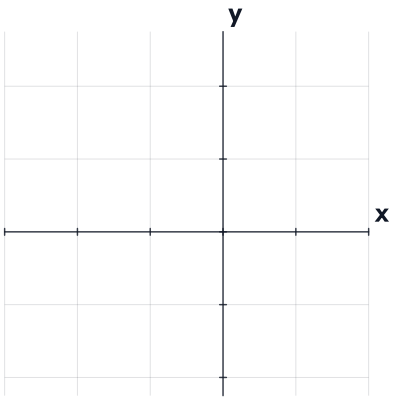
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Dónde están los focos de la hipérbola de ecuación general siguiente?

$$16x^2 - 9y^2 + 64x$$
$$+18y - 89 = 0$$

A) $(-2 \pm \sqrt{7}, 1)$ **B)** $(3, 1)$ y $(-7, 1)$ **C)** $(5, 1)$ y $(-5, 1)$



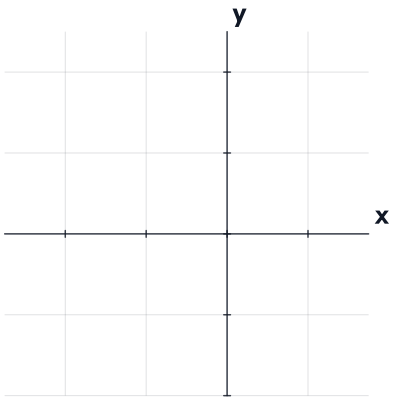
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuáles son las asíntotas de la hipérbola de ecuación general siguiente?

$$9y^2 - 4x^2 - 18y$$
$$-16x - 43 = 0$$

A) y − 1 = ±(3/2)(x + 2) **B)** y + 1 = ±(2/3)(x − 2) **C)** y − 1 = ±(2/3)(x + 2)



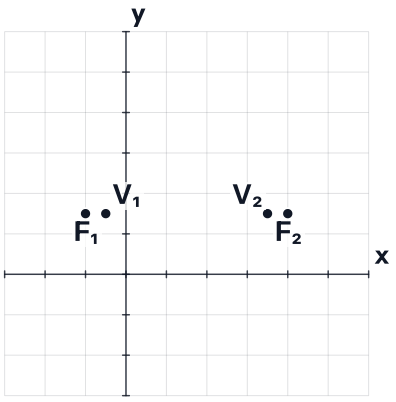
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Una hipérbola tiene vértices en (−1, 3) y (7, 3), y focos en (−2, 3) y (8, 3). ¿Cuál es su ecuación ordinaria?

A) $\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(y-3)^2}{25} = 1$ **B)** $\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(y-3)^2}{9} = 1$

C) $\frac{(x+3)^2}{16} - \frac{(y+3)^2}{9} = 1$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · El centro es el punto (−5, 3)

1. El binomio de x es x + 5, que es x − (−5): el centro está sobre la recta x = −5
   $$x + 5 = x - (-5)$$
   $$h = -5$$
2. El binomio de y ya es y − 3: el centro está sobre la recta y = 3
   $$k = 3$$
3. El centro es el punto (h, k); los denominadores 4 y 9 no lo mueven
   $$C(h, k) = (-5, 3)$$

Ojo: (5, −3) cambia el signo de los dos números; (3, −5) los intercambia, como si el primero fuera de y.
Truco: En (x − h) y (y − k) el centro lleva el signo contrario al que se ve, y x va primero.

2. Respuesta B · Los vértices están en (5, −1) y (−1, −1)

1. Los binomios dan el centro, con el signo cambiado
   $$C(2, -1)$$
2. El positivo es x: se abre a los lados. Su denominador es a² = 9
   $$a = \sqrt{9} = 3$$
3. Los vértices están a a unidades del centro, a derecha e izquierda
   $$V(2 \pm 3, -1)$$

Ojo: (±3, −1) olvida sumar el centro. (2, 3) y (2, −5) mueven b = 4 en vertical, pero se abre a los lados.
Truco: Los vértices se miden desde el centro, no desde el origen, y sobre el eje del término positivo.

3. Respuesta A · (x − 1)²/16 − (y + 2)²/9 = 1

1. La forma ordinaria resta h y k: con C(1, −2) los binomios son
   $$(x - 1)^2$$
   $$(y + 2)^2$$
2. Se abre a los lados: a² = 16 va bajo x y b² = 9 bajo y
   $$a^2 = 16$$
   $$b^2 = 9$$
3. Une las partes, con el término de y restando
   $$\frac{(x-1)^2}{16} - \frac{(y+2)^2}{9} = 1$$

Ojo: (x + 1) y (y − 2) no cambian el signo del centro. Intercambiar 9 y 16 cambia a por b.
Truco: Binomios con el centro de signo contrario; a² bajo el término positivo.

4. Respuesta C · Los focos están en (2, 1) y (−8, 1)

1. Centro (−3, 1); el positivo es x, así que el eje focal es horizontal
   $$C(-3, 1)$$
   $$a^2 = 16,\ b^2 = 9$$
2. c² = a² + b²: se suma, porque c es la hipotenusa del triángulo con a y b
   $$c^2 = 16 + 9 = 25$$
   $$c = 5$$
3. Los focos están a c unidades del centro, a derecha e izquierda
   $$F(-3 \pm 5, 1)$$

Ojo: −3 ± √7 sale de restar 16 − 9 como en la elipse; (−3, 6) y (−3, −4) suman c en vertical.
Truco: Hipérbola: c² = a² + b², y los focos se miden desde el centro sobre el eje focal.

5. Respuesta A · y + 3 = ±(3/4)(x − 1)

1. Centro (1, −3), a = 4 y b = 3: dibuja el rectángulo auxiliar
   $$C(1, -3)$$
   $$a = 4,\ b = 3$$
2. Las asíntotas pasan por el centro y las esquinas: pendiente ±b/a
   $$m = \pm\frac{3}{4}$$
3. Recta por el centro con esa pendiente: y − k = m(x − h)
   $$y + 3 = \pm\frac{3}{4}(x - 1)$$

Ojo: 4/3 invierte la pendiente (a/b). En y − 3 = ±(3/4)(x + 1) el centro se tomó como (−1, 3).
Truco: Las asíntotas pasan por el centro (h, k): y − k = ±(b/a)(x − h).

6. Respuesta A · (x − 2)²/9 − (y + 1)²/4 = 1

1. Agrupa las x y las y, pasa el 29 y saca el coeficiente de cada cuadrado
   $$4(x^2 - 4x) - 9(y^2 + 2y) = 29$$
2. Completa cuadrados: lo que sumas dentro, por su coeficiente, va a la derecha
   $$4 \cdot 4 = 16,\ -9 \cdot 1 = -9$$
   $$29 + 16 - 9 = 36$$
3. Factoriza los binomios: el centro es (2, −1)
   $$4(x - 2)^2 - 9(y + 1)^2 = 36$$
4. Divide todo entre 36 para que a la derecha quede 1
   $$\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$$

Ojo: 36 en ambos denominadores olvida los coeficientes 4 y 9. (x + 2) y (y − 1) invierten el centro.
Truco: Al completar cuadrados, lo que sumas dentro se multiplica por el coeficiente antes de pasarlo a la derecha.

7. Respuesta C · Los vértices están en (2, 1) y (2, −7)

1. Agrupa las y, agrupa las x y saca el coeficiente de los cuadrados
   $(y^2+6y)-4(x^2-4x)=23$
2. Completa cuadrados: suma 9 y $-4\cdot4$ también a la derecha
   $+9,\ -4\cdot4=-16$
   $23+9-16=16$
3. Factoriza y divide entre 16: el centro es (2, −3) y el positivo es y
   $(y+3)^2-4(x-2)^2=16$
   $\frac{(y+3)^2}{16}-\frac{(x-2)^2}{4}=1$
4. Con a = 4 y centro (2, −3), los vértices están 4 unidades arriba y abajo
   $V(2,-3\pm4)$

Ojo: (6, −3) y (−2, −3) mueven a en horizontal; (−2, 7) y (−2, −1) toman el centro como (−2, 3).

Truco: Con centro y a ya corregidos, los vértices van sobre el eje del término positivo.

8. Respuesta B · Los focos están en (3, 1) y (−7, 1)

1. Agrupa x con x y y con y, y saca el coeficiente de cada cuadrado
   $16(x^2+4x)$
   $-9(y^2-2y)=89$
2. Completa cuadrados: suma $16\cdot4$ y $-9\cdot1$ también a la derecha
   $16\cdot4=64,\ -9\cdot1=-9$
   $89+64-9=144$
3. Factoriza y divide entre 144: centro (−2, 1), $a^2=9$ y $b^2=16$
   $16(x+2)^2-9(y-1)^2=144$
   $\frac{(x+2)^2}{9}-\frac{(y-1)^2}{16}=1$
4. Con $c^2=9+16=25$, los focos están a 5 unidades del centro
   $F(-2\pm5,1)$

Ojo: $-2\pm\sqrt{7}$ sale de restar 16 − 9. (5, 1) y (−5, 1) usan c pero olvidan sumarlo al centro.

Truco: Forma general → ordinaria → $c^2=a^2+b^2$ → focos desde el centro, no desde el origen.

9. Respuesta C · y − 1 = ±(2/3)(x + 2)

1. Agrupa y completa cuadrados: suma $9\cdot1$ y $-4\cdot4$ también a la derecha
   $9\cdot1=9,\ -4\cdot4=-16$
   $43+9-16=36$
2. Factoriza y divide entre 36: centro (−2, 1), el positivo es y (eje vertical)
   $9(y-1)^2-4(x+2)^2=36$
   $\frac{(y-1)^2}{4}-\frac{(x+2)^2}{9}=1$
3. Eje vertical: la pendiente de las asíntotas es ±a/b
   $m=\pm\frac{2}{3}$
4. Recta por el centro con esa pendiente: y − k = m(x − h)
   $y-1=\pm\frac{2}{3}(x+2)$

Ojo: 3/2 usa b/a, que solo vale con eje horizontal. En y + 1 = ±(2/3)(x − 2) se tomó el centro como (2, −1).

Truco: Eje vertical: pendiente a/b. Después, siempre y − k = m(x − h) con el centro ya corregido.

10. Respuesta B · (x − 3)²/16 − (y − 3)²/9 = 1

1. El centro es el punto medio de los vértices; a es la distancia de ahí a un vértice
   $C(3,3),\ a=4$
2. c es la distancia del centro a un foco; con $c^2=a^2+b^2$ despeja b^2
   $c=5,\ b^2=25-16$
   $b^2=9$
3. Eje horizontal: x positivo con a^2 y y restando con b^2; los signos del centro se invierten
   $\frac{(x-3)^2}{16}-\frac{(y-3)^2}{9}=1$

Ojo: Con 25 se usó c^2 como b^2. En (x + 3) y (y + 3) se copió el centro sin cambiar su signo.

Truco: Centro = punto medio; a hasta el vértice, c hasta el foco y $b^2=c^2-a^2$.