Hipérbola con centro en el origen

hipérbola $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$, focos y asíntotas.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

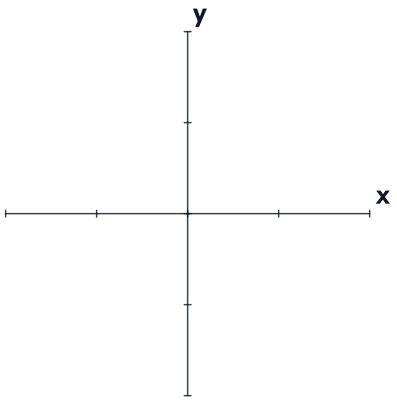
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son los vértices de la hipérbola de abajo?

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

A) $(\pm 3, 0)$ **B)** $(0, \pm 4)$ **C)** $(\pm 4, 0)$



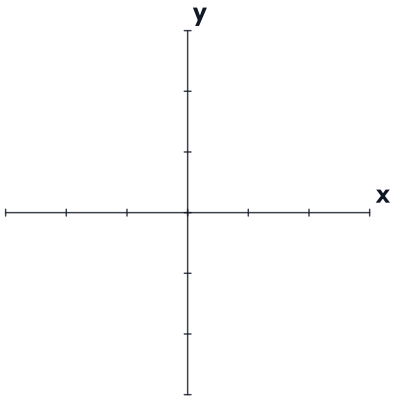
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son los vértices de la hipérbola de abajo?

$$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{4} = 1$$

A) $(0, \pm 5)$ **B)** $(\pm 5, 0)$ **C)** $(0, \pm 2)$

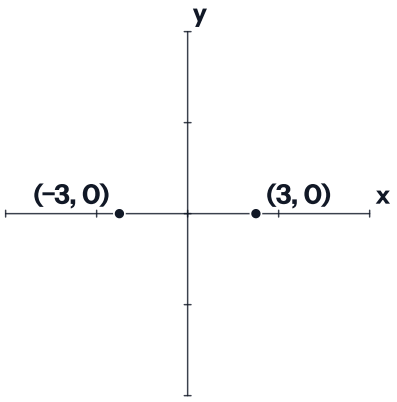


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Una hipérbola con centro en el origen se abre a los lados, tiene vértices en (3, 0) y (−3, 0), y su semieje conjugado vale b = 2. ¿Cuál es su ecuación?

A) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ **B)** $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ **C)** $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$



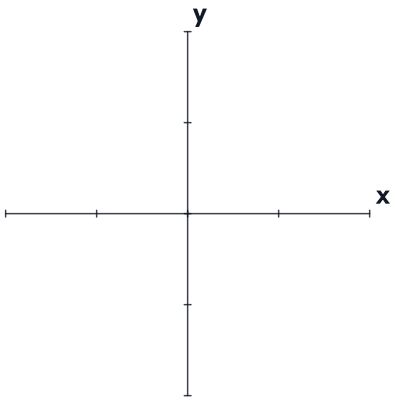
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Dónde están los focos de la hipérbola de abajo?

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

A) $(\pm\sqrt{7}, 0)$ **B)** $(0, \pm 5)$ **C)** $(\pm 5, 0)$



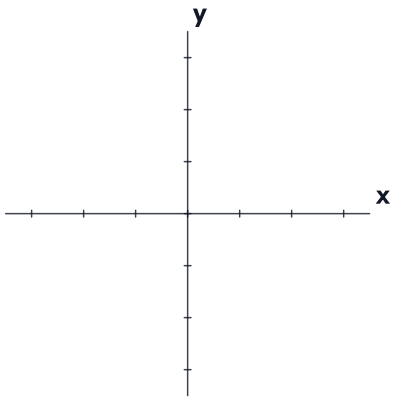
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Dónde están los focos de la hipérbola de abajo?

$$\frac{y^2}{12} - \frac{x^2}{4} = 1$$

A) $(\pm 4, 0)$ **B)** $(0, \pm 4)$ **C)** $(0, \pm\sqrt{8})$



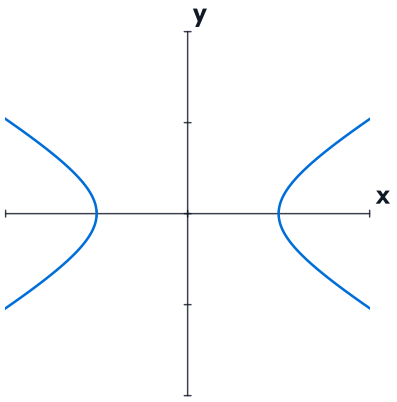
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Cuáles son las asíntotas de la hipérbola de abajo?

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$$

A) $y = \pm\frac{3}{5}x$ **B)** $y = \pm\frac{5}{3}x$ **C)** $y = \pm\frac{9}{25}x$



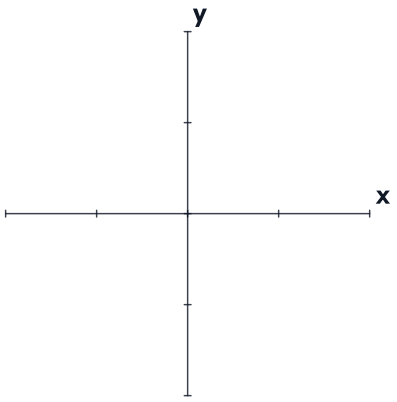
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Escribe en forma ordinaria la hipérbola de ecuación general:

$$9x^2 - 16y^2 = 144$$

A) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ **B)** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ **C)** $\frac{x^2}{135} - \frac{y^2}{128} = 1$

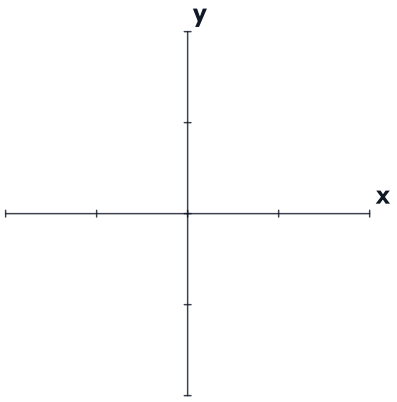


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuáles son las asíntotas de la hipérbola de ecuación general $16y^2 - 9x^2 = 144$?

A) $y = \pm\frac{3}{4}x$ **B)** $y = \pm\frac{4}{3}x$ **C)** $y = \pm\frac{9}{16}x$

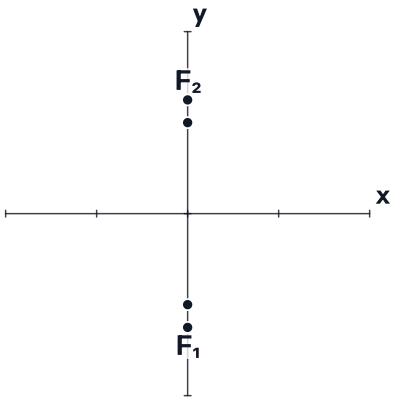


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Una hipérbola con centro en el origen tiene focos en (0, 5) y (0, −5) y vértices en (0, 4) y (0, −4). ¿Cuál es su ecuación?

A) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ **B)** $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ **C)** $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{41} = 1$

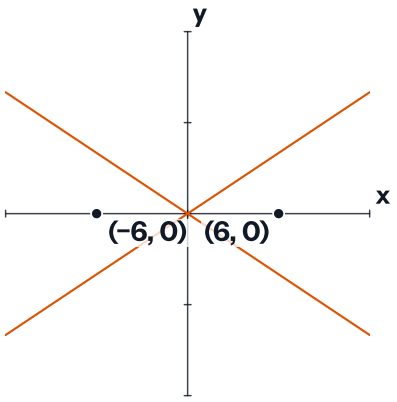


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Una hipérbola con centro en el origen tiene vértices en (6, 0) y (−6, 0), y sus asíntotas son y = ±(2/3)x. ¿Cuál es su ecuación?

A) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$ **B)** $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$ **C)** $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{81} = 1$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · Los vértices están en (4, 0) y (−4, 0)

1. El término positivo es el de x^2: la hipérbola se abre a los lados y su denominador es a^2
   $a^2 = 16$
2. Saca la raíz: a es la distancia del centro a cada vértice
   $a = \sqrt{16} = 4$
3. Los vértices están sobre el eje x, a derecha e izquierda del centro
   $V(\pm 4, 0)$

Ojo: (±3, 0) usa la raíz de 9, que es b. (0, ±4) pone los vértices en el eje y, no en el x.
Truco: El denominador del término positivo es a^2; los vértices están sobre ese eje.

2. Respuesta A · Los vértices están en (0, 5) y (0, −5)

1. Ahora el término positivo es el de y^2: la hipérbola se abre hacia arriba y hacia abajo
   $a^2 = 25$
2. a = 5 es la distancia del centro a cada vértice, medida sobre el eje y
   $a = \sqrt{25} = 5$
3. Los vértices están sobre el eje y: uno arriba y otro abajo
   $V(0, \pm 5)$

Ojo: (±5, 0) calcula bien a pero lo pone en el eje x; (0, ±2) usa el 4, que es b^2 y no a^2.
Truco: El eje de los vértices es el de la variable que va positiva.

3. Respuesta C · $x^2/9 - y^2/4 = 1$

1. El vértice está a 3 unidades del centro: ese es el semieje a
   $a = 3$
2. El semieje conjugado b mide 2: junto con a forma el rectángulo auxiliar
   $b = 2$
3. La hipérbola se abre a los lados: x^2 va positivo con a^2 y y^2 se resta con b^2
   $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$
4. Calcula los cuadrados
   $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

Ojo: Con signo más sería una elipse, no una hipérbola. En $x^2/4 - y^2/9$ se intercambian a y b.
Truco: En la hipérbola los dos términos se restan; el positivo es el del eje donde están los vértices.

4. Respuesta C · Los focos están en (5, 0) y (−5, 0)

1. El positivo es x^2: el eje focal es horizontal. Los denominadores son a^2 y b^2
   $a^2 = 9,\ b^2 = 16$
2. En la hipérbola $c^2 = a^2 + b^2$: se suma, porque c es la hipotenusa del triángulo con a y b
   $c^2 = 9 + 16 = 25$
3. c es la distancia del centro a cada foco, sobre el eje focal
   $c = 5$
   $F(\pm 5, 0)$

Ojo: $\sqrt{7}$ sale de restar 16 − 9 como en la elipse; (0, ±5) pone los focos en el eje y, no en el x.
Truco: En la hipérbola $c^2 = a^2 + b^2$ (se suma); en la elipse se resta.

5. Respuesta B · Los focos están en (0, 4) y (0, −4)

1. El positivo es y^2: el eje focal es vertical. Los denominadores son $a^2 = 12$ y $b^2 = 4$
   $a^2 = 12,\ b^2 = 4$
2. Usa $c^2 = a^2 + b^2$: suma los dos denominadores
   $c^2 = 12 + 4 = 16$
3. Los focos están a c unidades del centro, sobre el eje y
   $c = 4$
   $F(0, \pm 4)$

Ojo: (±4, 0) calcula bien c pero lo coloca en el eje x; $\sqrt{8}$ sale de restar 12 − 4.
Truco: Los focos van sobre el eje de la variable positiva y se calculan con $c^2 = a^2 + b^2$.

6. Respuesta A · $y = \pm(3/5)x$

1. Lee a y b y dibuja el rectángulo de lados 2a y 2b
   $a = 5,\ b = 3$
2. Las asíntotas son las diagonales del rectángulo: pendiente ±b/a
   $m = \pm\frac{b}{a}$
3. Sustituye a = 5 y b = 3
   $y = \pm\frac{3}{5}x$

Ojo: 5/3 invierte el cociente (a/b). 9/25 divide b^2 entre a^2 sin sacar las raíces.
Truco: Con eje focal horizontal, la pendiente de las asíntotas es b/a, con las raíces.

7. Respuesta B · $x^2/16 - y^2/9 = 1$

1. La forma ordinaria lleva 1 a la derecha: divide todos los términos entre 144
   $$\frac{9x^2}{144} - \frac{16y^2}{144} = 1$$
2. Simplifica: 9/144 = 1/16 y 16/144 = 1/9. El coeficiente se vuelve parte del denominador
   $$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$
3. Lee los semiejes: $a^2 = 16$ con x^2, $b^2 = 9$ con y^2
   $$a = 4,\ b = 3$$

Ojo: $x^2/9 - y^2/16$ toma los coeficientes 9 y 16 como denominadores; $x^2/135 - y^2/128$ resta 144 − 9 y 144 − 16.
Truco: Divide entre el número libre: el coeficiente de x^2 no es el denominador.

8. Respuesta A · $y = \pm(3/4)x$

1. Primero la forma ordinaria: divide todo entre 144
   $$\frac{16y^2}{144} - \frac{9x^2}{144} = 1$$
2. Simplifica: ahora el positivo es y^2, así que la hipérbola es vertical
   $$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$$
3. Eje vertical: las asíntotas son las diagonales del rectángulo y su pendiente es ±a/b
   $$m = \pm\frac{3}{4}$$
4. Sustituye a = 3 y b = 4
   $$y = \pm\frac{3}{4}x$$

Ojo: 4/3 usa b/a, que solo vale cuando la hipérbola se abre a los lados. 9/16 usa a^2 y b^2 sin sacar raíz.
Truco: Eje vertical: la pendiente de las asíntotas es a/b; eje horizontal: b/a.

9. Respuesta A · $y^2/16 - x^2/9 = 1$

1. Los vértices están a a del centro y los focos a c: ambos sobre el eje y
   $$a = 4,\ c = 5$$
2. Despeja b^2 de $c^2 = a^2 + b^2$: resta, porque c es la hipotenusa
   $$b^2 = c^2 - a^2$$
   $$b^2 = 25 - 16 = 9$$
3. Eje vertical: y^2 va positivo con a^2 y x^2 se resta con b^2
   $$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$$

Ojo: El positivo en x ignora que los vértices están en el eje y. Con 41 se sumó 16 + 25 en vez de restar.
Truco: Con focos y vértices: $b^2 = c^2 - a^2$, y el positivo es la variable del eje focal.

10. Respuesta B · $x^2/36 - y^2/16 = 1$

1. Los vértices dan a: están a 6 unidades del centro
   $$a = 6$$
2. La pendiente de las asíntotas es b/a: despeja b
   $$b = 6 \cdot \frac{2}{3} = 4$$
3. Escribe la ecuación con $a^2 = 36$ y $b^2 = 16$
   $$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$$

Ojo: b = 2 toma solo el numerador de la pendiente. b = 9 usa 6 · 3/2, es decir, invierte la pendiente.
Truco: Pendiente = b/a (eje horizontal): b = pendiente × a.