Gráficas de funciones trigonométricas

dominio, rango, ceros y asíntotas de las seis funciones trigonométricas.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

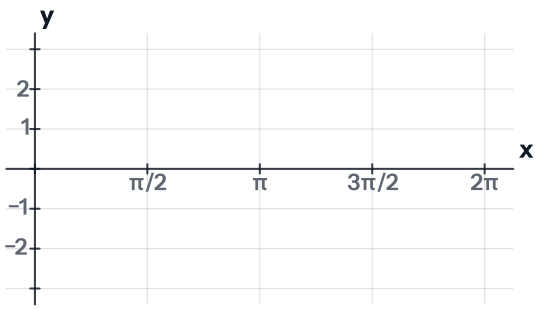
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el rango de la función?

$$y = 2\,\text{sen}\,x$$

A) $[-1, 1]$ **B)** $[0, 2]$ **C)** $[-2, 2]$



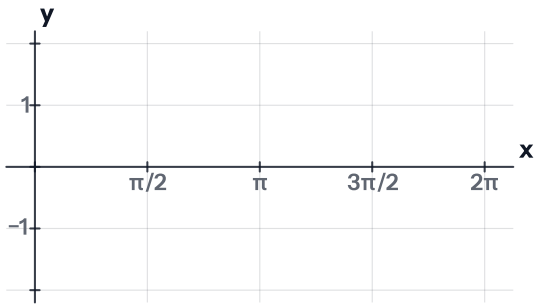
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿En qué valores de x entre 0 y 2π vale cero la función seno?

$$y = \text{sen}\,x$$

A) $\pi/2,\ 3\pi/2$ **B)** $0,\ \pi,\ 2\pi$ **C)** $0,\ \pi/2,\ \pi$



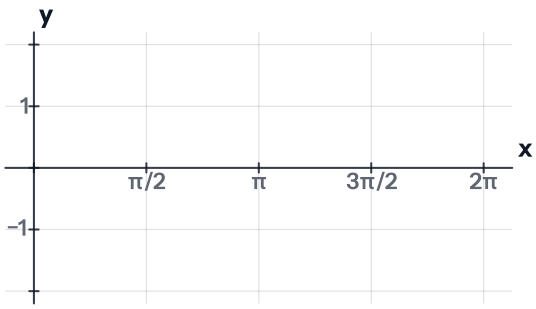
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿En cuál intervalo de [0, 2π] el seno es negativo?

$$y = \operatorname{sen} x$$

A) $(\pi,\ 2\pi)$ **B)** $(0,\ \pi)$ **C)** $(\pi/2,\ 3\pi/2)$



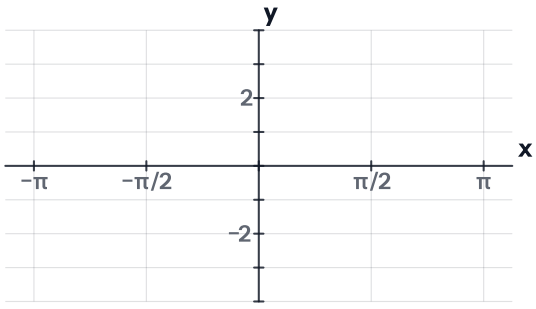
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el dominio de la función tangente? Considera k como un entero cualquiera.

$$y = \tan x$$

A) $x \neq k\pi$ **B)** $x \neq \pi/2 + k\pi$ **C)** Todos los números reales



Tu procedimiento

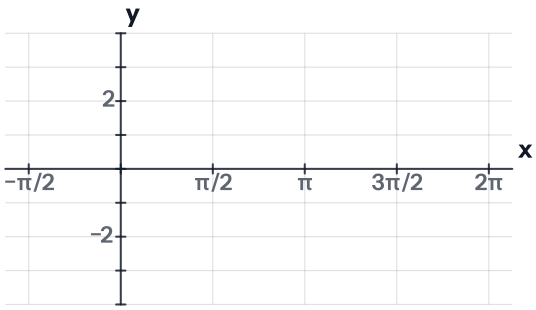
5 NIVEL MEDIO

¿Dónde están las asíntotas verticales de la cotangente?

$$y = \cot x$$

A) $x = k\pi$, con k entero **B)** $x = \pi/2 + k\pi$, con k entero

C) $x = k\pi/2$, con k entero



Tu procedimiento

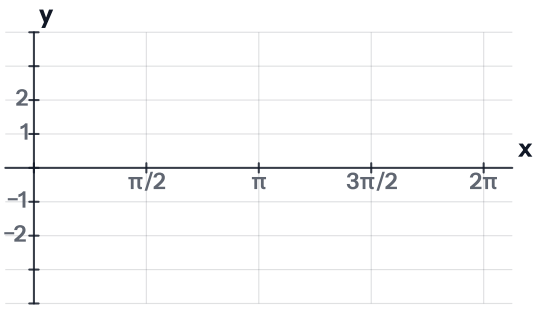
6 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el rango de la función secante?

$$y = \sec x = \frac{1}{\cos x}$$

A) $y \leq -1$ o $y \geq 1$ **B)** $-1 \leq y \leq 1$

C) Todos los números reales

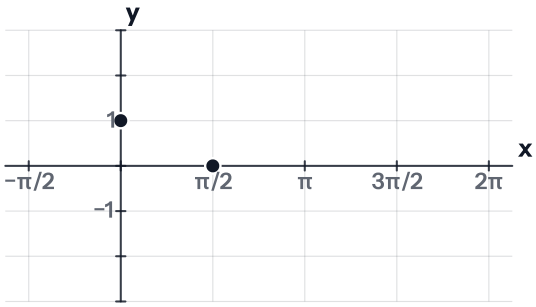


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Una función trigonométrica pasa por (0, 1), vale cero en π/2 y su rango es [−1, 1]. ¿Cuál es?

A) $y = \operatorname{sen} x$ **B)** $y = \cos x$ **C)** $y = \sec x$



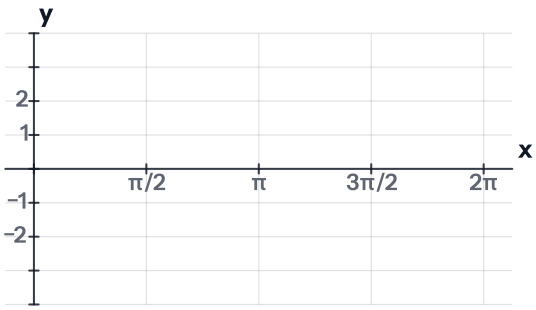
Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿En qué valores de x entre 0 y 2π, incluidos los extremos, tiene asíntotas verticales la cosecante?

$$y = \csc x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$$

A) $\pi/2,\ 3\pi/2$ **B)** Solo en π **C)** $0,\ \pi,\ 2\pi$



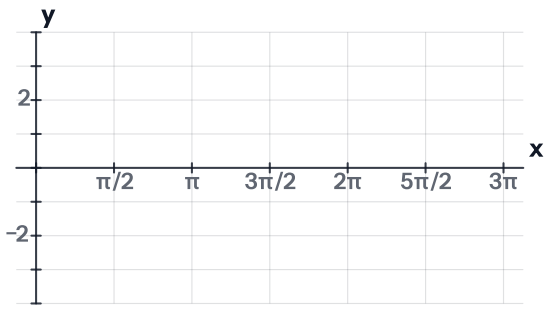
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuántas asíntotas verticales tiene la gráfica de la tangente en el intervalo (0, 3π)?

$$y = \tan x, \quad 0 < x < 3\pi$$

A) 5 **B)** 2 **C)** 3



Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

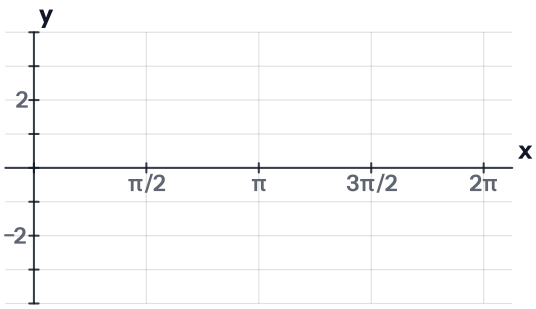
Entre 0 y 2π, incluidos los extremos, ¿dónde corta la tangente al eje x y dónde tiene asíntotas?

$$y = \tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$$

A) Ceros: 0, π, 2π · Asíntotas: π/2, 3π/2

B) Ceros: π/2, 3π/2 · Asíntotas: 0, π, 2π

C) Ceros: 0, π · Asíntotas: π/2, 3π/2



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · El rango es [−2, 2]

1. El seno sin multiplicar siempre queda entre −1 y 1
   $-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1$
2. Multiplicar por 2 estira la curva al doble de alto
   $-2 \leq 2 \operatorname{sen} x \leq 2$
3. Los valores van de −2 a 2: ese es el rango
   $\text{Rango} = [-2,\ 2]$

Ojo: [−1, 1] ignora el factor 2; [0, 2] olvida que el seno también toma valores negativos.
Truco: El número delante del seno multiplica el máximo y el mínimo.

2. Respuesta B · Vale cero en 0, π y 2π

1. La altura de la curva es el valor del seno
   $y = \operatorname{sen} x$
2. Entre 0 y 2π toca el eje en tres puntos
   $x = 0,\ \pi,\ 2\pi$

Ojo: π/2 y 3π/2 son los ceros del coseno; en ellos el seno alcanza su máximo y su mínimo.
Truco: Los ceros del seno son los múltiplos de π.

3. Respuesta A · Es negativo en (π, 2π)

1. Dibuja la curva del seno en [0, 2π]
   $y = \operatorname{sen} x$
2. Negativo significa que la curva queda debajo del eje x
3. Eso ocurre después de π, hasta 2π
   $\pi < x < 2\pi$

Ojo: (0, π) es donde el seno es positivo; (π/2, 3π/2) es donde el coseno es negativo.
Truco: Seno negativo: curva por debajo del eje x.

4. Respuesta B · El dominio excluye π/2 + kπ

1. La tangente es el seno dividido entre el coseno
   $\tan x = \operatorname{sen} x \,/\, \cos x$
2. No existe donde el coseno vale cero: en π/2 y −π/2
   $\cos x = 0 \Rightarrow x = \pm\pi/2$
3. El patrón se repite cada π: se excluye π/2 más múltiplos de π
   $x \neq \pi/2 + k\pi$

Ojo: x ≠ kπ quita puntos donde la tangente vale cero y sí existe; «todos los reales» olvida que el coseno se anula.
Truco: Dominio de la tangente: todo menos donde el coseno vale cero.

5. Respuesta A · Las asíntotas son x = kπ

1. La cotangente es el coseno dividido entre el seno
   $\cot x = \cos x \,/\, \operatorname{sen} x$
2. El seno vale cero en 0, π, 2π…
   $\operatorname{sen} x = 0$
3. Ahí la gráfica se dispara: asíntotas en todos los múltiplos de π
   $x = k\pi$

Ojo: π/2 + kπ son las asíntotas de la tangente; kπ/2 incluye π/2, donde la cotangente vale cero y sí existe.
Truco: Cotangente: asíntotas donde el seno vale cero.

6. Respuesta A · El rango es y ≤ −1 o y ≥ 1

1. Primero mira el coseno, que siempre está entre −1 y 1
   $-1 \leq \cos x \leq 1$
2. Dividir 1 entre un número tan pequeño lo agranda: |sec x| ≥ 1
3. La gráfica nunca entra a la franja entre −1 y 1
4. Los valores son los menores o iguales que −1 o los mayores o iguales que 1
   $y \leq -1 \quad \text{o} \quad y \geq 1$

Ojo: [−1, 1] es el rango del coseno; (−∞, ∞) es el de la tangente. La secante nunca vale entre −1 y 1.
Truco: Secante y cosecante: nunca valen entre −1 y 1.

7. Respuesta B · Es y = cos x

1. El seno pasa por (0, 0), no por (0, 1)
2. La secante pasa por (0, 1), pero no existe en π/2
3. El coseno cumple las tres condiciones
   $\cos 0 = 1,\ \cos(\pi/2) = 0$

Ojo: La secante también pasa por (0, 1), pero no existe en π/2 y su rango no es [−1, 1].
Truco: Descarta con cada dato: un punto, un cero, el rango.

8. Respuesta C · Las asíntotas están en 0, π y 2π

1. La cosecante es 1 entre el seno; el denominador no puede ser cero
2. El seno vale cero en 0, π y 2π
   $\operatorname{sen} x = 0$
3. En esos tres valores la cosecante crece sin límite: asíntotas
   $x = 0,\ \pi,\ 2\pi$

Ojo: π/2 y 3π/2 es donde la cosecante vale 1 y −1, tocando al seno; «solo π» olvida los extremos del intervalo.
Truco: Asíntotas de csc: ceros del seno.

9. Respuesta C · Hay 3 asíntotas

1. Grafica la tangente en el intervalo
   $y = \tan x$
2. La primera asíntota está en π/2
   $\cos(\pi/2) = 0$
3. Se repiten cada π: 3π/2 y 5π/2
   $x = \pi/2,\ 3\pi/2,\ 5\pi/2$
4. Hay 3 asíntotas en total

Ojo: 5 cuenta también π y 2π, que son ceros de la tangente; 2 solo llega hasta 2π.
Truco: La tangente tiene una asíntota cada π, empezando en π/2.

10. Respuesta A · Ceros en 0, π, 2π; asíntotas en π/2, 3π/2

1. Escribe la tangente como seno entre coseno
   $\tan x = \operatorname{sen} x \,/\, \cos x$
2. Vale cero donde el numerador, el seno, vale cero
   $\operatorname{sen} x = 0$
   $x = 0,\ \pi,\ 2\pi$
3. No existe donde el denominador, el coseno, vale cero
   $\cos x = 0$
   $x = \pi/2,\ 3\pi/2$

Ojo: Intercambiar los dos grupos confunde numerador con denominador; quitar 2π olvida que el intervalo es cerrado.
Truco: Ceros: numerador igual a cero. Asíntotas: denominador igual a cero.