Funciones trigonométricas de ángulos notables

valores exactos de seno, coseno y tangente en 30°, 45°, 60° y ángulos cuadrantales, con los triángulos 30-60-90 y 45-45-90 y el círculo unitario.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

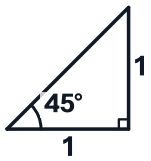
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Un triángulo rectángulo tiene los dos catetos iguales, de 1 unidad cada uno, y por eso sus ángulos agudos miden 45°. ¿Cuánto vale sen 45°?

A) $\sqrt{2}$ **B)** $\sqrt{2}/2$ **C)** 1/2

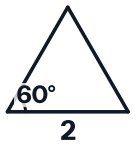


Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Un triángulo equilátero tiene lados de 2 unidades. Su altura lo parte en dos triángulos rectángulos de 30°, 60° y 90°. ¿Cuánto vale tan 60°?

A) $\sqrt{3}$ **B)** $\sqrt{3}/2$ **C)** $\sqrt{3}/3$

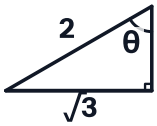


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

En un triángulo rectángulo de hipotenusa 2, el ángulo agudo θ tiene cateto opuesto de $\sqrt{3}$ y cumple $\operatorname{sen}\theta = \sqrt{3}/2$. ¿Cuánto mide θ en radianes?

A) $\pi/6$ **B)** $\pi/4$ **C)** $\pi/3$



Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuánto vale $\operatorname{sen}^2 30° + \cos^2 60°$?

A) 1 **B)** 1/4 **C)** 1/2

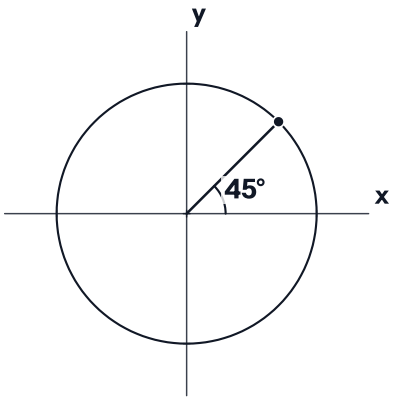


Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuánto vale $2 \cdot \text{sen } 45° \cdot \cos 45°$?

A) 1 **B)** $\sqrt{2}$ **C)** 1/2



Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Cuánto vale $\text{sen } 60° \div \cos 60°$?

A) $\sqrt{3}/4$ **B)** $\sqrt{3}$ **C)** $\sqrt{3}/3$

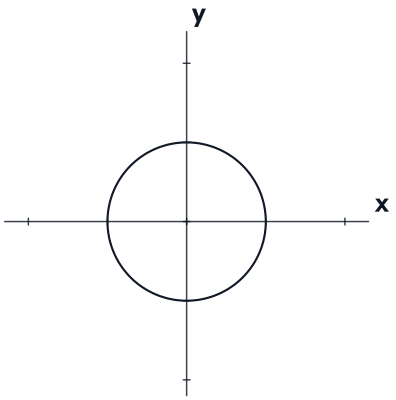


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuál de estas expresiones no está definida? Recuerda que $\tan\theta = \operatorname{sen}\theta \div \cos\theta$ y $\cot\theta = \cos\theta \div \operatorname{sen}\theta$.

A) $\tan 90°$ **B)** $\tan 0°$ **C)** $\cot 90°$

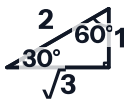


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuánto vale $\tan 60° + \tan 30°$?

A) $2\sqrt{3}/3$ **B)** $4\sqrt{3}/3$ **C)** $\sqrt{3}/2$

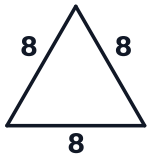


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Un triángulo equilátero tiene lados de 8 cm. Con la fórmula área = ½ · a · b · sen(ángulo entre ellos), ¿cuál es su área?

A) $16\sqrt{3}$ cm² **B)** $32\sqrt{3}$ cm² **C)** 16 cm²

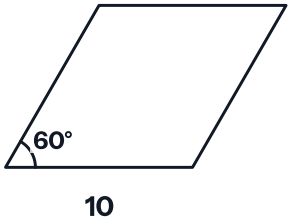


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Un rombo de 10 cm de lado tiene un ángulo de 60°. ¿Cuánto mide su diagonal mayor?

A) $5\sqrt{3}$ cm **B)** 10 cm **C)** $10\sqrt{3}$ cm



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta B · Vale √2/2 (≈ 0.707)

1. La hipotenusa sale de Pitágoras con catetos 1 y 1
   $c^2 = 1^2 + 1^2 = 2$
   $c = \sqrt{2}$
2. El seno es el cateto opuesto entre la hipotenusa
   $\operatorname{sen} 45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$
3. Racionaliza: multiplica arriba y abajo por $\sqrt{2}$
   $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Ojo: $\sqrt{2}$ divide la hipotenusa entre el cateto (razón al revés); 1/2 es el seno de 30°, no el de 45°.
Truco: En el triángulo 45-45-90 los lados son 1, 1 y $\sqrt{2}$.

2. Respuesta A · Vale √3 (≈ 1.73)

1. La altura cae en el punto medio de la base, así que la mitad de la base mide 1
2. Pitágoras en el triángulo rectángulo: hipotenusa 2 y un cateto 1
   $h^2 = 2^2 - 1^2 = 3$
   $h = \sqrt{3}$
3. La tangente es opuesto entre adyacente, respecto al ángulo de 60°
   $\tan 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{1}$

Ojo: $\sqrt{3}/2$ divide el opuesto entre la hipotenusa (eso es el seno); $\sqrt{3}/3$ es tan 30°, la razón al revés.
Truco: En el triángulo 30-60-90 los lados son 1, $\sqrt{3}$ y 2.

3. Respuesta C · θ = 60° = π/3 rad

1. Pitágoras da el otro cateto
   $x^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$
2. En un triángulo de 1, $\sqrt{3}$ y 2 los ángulos agudos son 30° y 60°
3. El ángulo frente al lado $\sqrt{3}$ es el mayor: 60°. Pásalo a radianes
   $60° \cdot \pi \div 180°$
   $= \dfrac{\pi}{3}$

Ojo: π/6 es 30°, cuyo seno es 1/2; π/4 es 45°, cuyo seno es $\sqrt{2}/2$. Ninguno da $\sqrt{3}/2$.
Truco: sen 30° = 1/2, sen 45° = $\sqrt{2}/2$ y sen 60° = $\sqrt{3}/2$: van creciendo.

4. Respuesta C · Vale 1/2

1. En el triángulo 30-60-90, el lado de longitud 1 es opuesto a 30° y adyacente a 60°
2. Por eso el seno de 30° y el coseno de 60° valen lo mismo
   $\operatorname{sen} 30° = \cos 60°$
   $= \dfrac{1}{2}$
3. Eleva al cuadrado cada uno y suma
   $(1/2)^2 + (1/2)^2$
   $= 1/4 + 1/4 = 1/2$

Ojo: 1 aplica $\operatorname{sen}^2 + \cos^2 = 1$, que solo vale con el mismo ángulo; 1/4 es un solo cuadrado.
Truco: sen θ = cos(90° − θ): seno y coseno de ángulos complementarios coinciden.

5. Respuesta A · Vale 1

1. En el círculo unitario, el punto de 45° tiene las dos coordenadas iguales
   $\cos 45° = \operatorname{sen} 45°$
   $= \sqrt{2}/2$
2. El producto de seno por coseno es el área del rectángulo que forman
   $(\sqrt{2}/2)^2 = 2/4 = 1/2$
3. Falta el factor 2 de la expresión
   $2 \cdot \dfrac{1}{2} = 1$

Ojo: $\sqrt{2}$ suma seno y coseno en vez de multiplicarlos; 1/2 es el producto sin el factor 2.
Truco: 2 sen θ cos θ = sen 2θ: aquí sen 90° = 1.

6. Respuesta B · Vale √3

1. En el triángulo 30-60-90, frente a 60° está $\sqrt{3}$ y junto a 60° está 1
2. Divide el seno entre el coseno: dividir entre 1/2 es multiplicar por 2
   $\sqrt{3}/2 \div 1/2$
   $= \sqrt{3}/2 \cdot 2$
3. El resultado es $\sqrt{3}$: seno entre coseno es la tangente
   $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$

Ojo: $\sqrt{3}/4$ multiplica en vez de dividir; $\sqrt{3}/3$ divide el coseno entre el seno (al revés).
Truco: sen θ ÷ cos θ = tan θ: la hipotenusa siempre se cancela.

7. Respuesta A · tan 90° no está definida

1. En el círculo unitario, cada punto es (cos θ, sen θ)
   $0^\circ \to (1, 0)$
   $90^\circ \to (0, 1)$
2. Las otras dos dan 0 ÷ 1, que sí existe
   $\tan 0^\circ = 0/1 = 0$
   $\cot 90^\circ = 0/1 = 0$
3. Pero tan 90° = 1 ÷ 0, y no se puede dividir entre cero
   $\tan 90^\circ = \dfrac{1}{0}$

Ojo: tan 0° y cot 90° dan 0 ÷ 1 = 0; solo falla cuando el cero queda abajo, en el denominador.
Truco: Una razón falla cuando su denominador es 0: tan en 90° y 270°, cot en 0° y 180°.

8. Respuesta B · Vale 4√3/3 (≈ 2.31)

1. Lee cada tangente en el triángulo 30-60-90 (opuesto entre adyacente)
   $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$
   $\tan 30^\circ = 1 \div \sqrt{3}$
   $= \dfrac{\sqrt{3}}{3}$
2. Para sumar, escribe $\sqrt{3}$ con denominador 3
   $\sqrt{3} = \dfrac{3\sqrt{3}}{3}$
3. Suma los numeradores y deja el denominador
   $3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$
   $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

Ojo: $2\sqrt{3}/3$ resta las tangentes en vez de sumarlas; $\sqrt{3}/2$ suma numeradores y denominadores por separado.
Truco: No sumes fracciones «de lado a lado»: primero iguala denominadores.

9. Respuesta A · El área es 16√3 cm² (≈ 27.7 cm²)

1. En un triángulo equilátero, el ángulo entre dos lados mide 60°
   $\theta = 60^\circ$
2. Necesitas el seno de 60°
   $\operatorname{sen} 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
3. Sustituye: ½ · 8 · 8 = 32
   $A = 32 \cdot \operatorname{sen} 60^\circ$
   $A = 32 \cdot \sqrt{3}/2 = 16\sqrt{3}$

Ojo: $32\sqrt{3}$ olvida el ½ de la fórmula; 16 usa sen 30° = 1/2 en lugar de sen 60°.
Truco: Área de un equilátero de lado a: $(\sqrt{3}/4)\cdot a^2$.

10. Respuesta C · La diagonal mayor mide 10√3 cm (≈ 17.3 cm)

1. Diagonal corta: dos lados de 10 con 60° entre ellos forman un triángulo equilátero
2. La diagonal larga parte el ángulo de 60° en dos de 30° y se divide por la mitad
   $\text{mitad} = 10 \cos 30^\circ = 5\sqrt{3}$
3. La diagonal completa es el doble
   $2 \cdot 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

Ojo: $5\sqrt{3}$ es solo la mitad de la diagonal; 10 es la diagonal menor, que cierra un triángulo equilátero.
Truco: Las diagonales de un rombo se bisecan y son perpendiculares.