Funciones crecientes y decrecientes

identificar intervalos de crecimiento y decrecimiento en gráficas, tablas y con criterios algebraicos.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

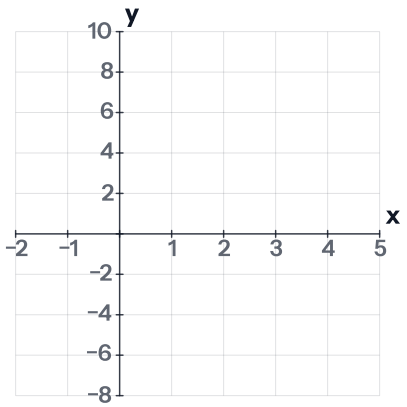
1 NIVEL FÁCIL

¿Cómo es la función respecto a su crecimiento?

$$f(x) = -3x + 5$$

A) Creciente en todos los reales **B)** Ni creciente ni decreciente

C) Decreciente en todos los reales



Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

La tabla da valores de f. Si entre dos datos consecutivos la función solo sube o solo baja, ¿en qué intervalo es decreciente?

A) De x = −2 a x = 0 **B)** De x = 0 a x = 2 **C)** De x = −2 a x = 2

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	5	2	1	2	5

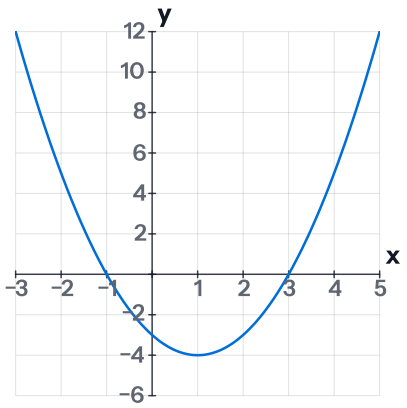
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

La gráfica muestra la función. ¿En qué intervalo es creciente?

$$f(x) = (x-1)^2 - 4$$

A) $(-\infty, 1)$ **B)** $(1, \infty)$ **C)** $(-4, \infty)$

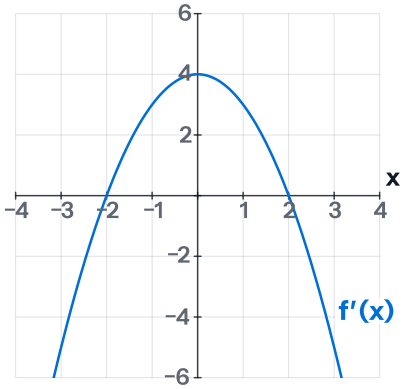


Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

La figura muestra la gráfica de la derivada f′ de una función f. ¿En qué intervalo es creciente f?

A) $(-\infty, -2)$ y $(2, \infty)$ **B)** $(0, 4)$ **C)** $(-2, 2)$



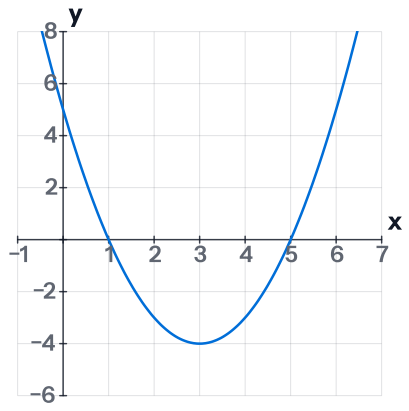
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿En qué intervalo es decreciente la función?

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

A) $(3, \infty)$ **B)** $(-\infty, 3)$ **C)** $(-\infty, -3)$

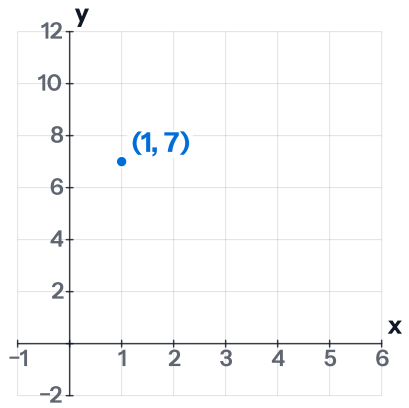


Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Una función f es estrictamente decreciente en todo su dominio y f(1) = 7. ¿Cuál de estos valores puede ser f(3)?

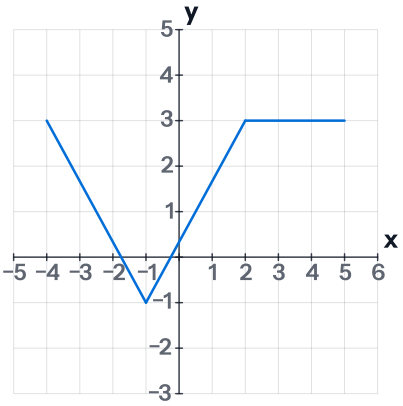
A) 4 **B)** 9 **C)** 7



Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

La gráfica está formada por tres tramos rectos. ¿En qué intervalo es estrictamente creciente la función?



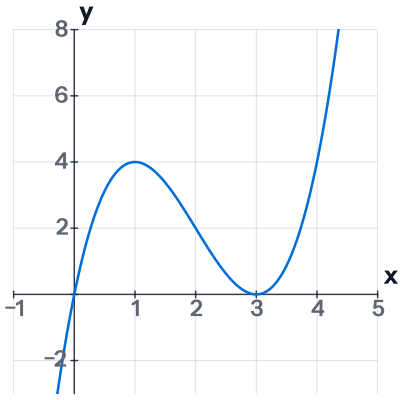
A) $(-1, 5)$ **B)** $(-4, -1)$ **C)** $(-1, 2)$

Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿En qué intervalo es decreciente la función?

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$



A) $(0, 3)$ **B)** $(1, 3)$ **C)** $(-\infty, 1)$ y $(3, \infty)$

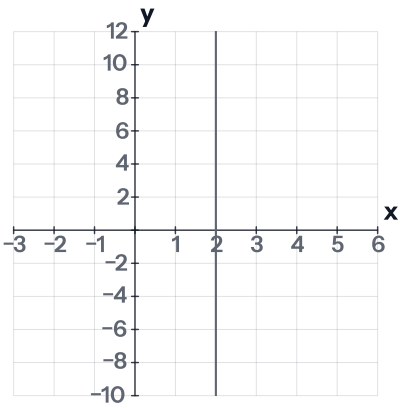
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

¿Para qué valores de k la función es creciente en todo el intervalo (2, ∞)?

$$f(x) = x^2 - 2kx$$

A) $k \leq 2$ **B)** $k \geq 2$ **C)** $k \geq -2$



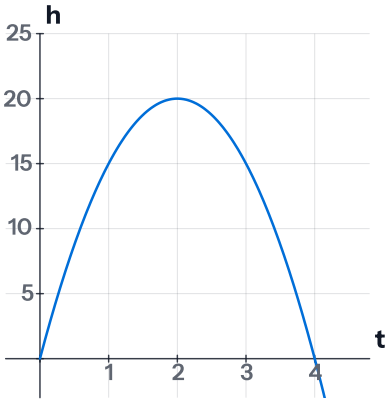
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

La altura h, en metros, de una pelota lanzada hacia arriba depende del tiempo t, en segundos. ¿Durante qué intervalo de tiempo sube la pelota?

$$h(t) = -5t^2 + 20t$$

A) $0 < t < 2$ **B)** $2 < t < 4$ **C)** $0 < t < 4$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · Es decreciente en todos los reales

1. Es una recta: dibújala
2. Compara dos puntos: al pasar de x = 0 a x = 2, y baja de 5 a −1
   $f(0) = 5$
   $f(2) = -1$
3. La pendiente es −3, negativa: la recta siempre baja
   $m = -3 < 0$

Ojo: Creciente sale de fijarse en el +5, que solo indica dónde corta al eje vertical, en lugar de la pendiente −3.
Truco: En una recta, el signo de la pendiente decide: positiva sube, negativa baja.

2. Respuesta A · Es decreciente de x = −2 a x = 0

1. Lee f de izquierda a derecha y marca dónde baja
   $5 \to 2 \to 1$
2. Marca dónde vuelve a subir
   $1 \to 2 \to 5$
3. Decreciente es la parte donde los valores bajan

Ojo: De 0 a 2 es justo donde f sube; de −2 a 2 mezcla la parte que baja con la que sube.
Truco: Una función decrece donde, al avanzar en x, los valores de y son cada vez menores.

3. Respuesta B · Es creciente en el intervalo (1, ∞)

1. Ubica el vértice: es el punto donde la gráfica cambia de dirección
   $\text{vértice} = (1, -4)$
2. A la izquierda del vértice la gráfica baja
   $x < 1$
3. A la derecha del vértice la gráfica sube
   $x > 1$

Ojo: (−4, ∞) toma la altura del vértice, −4, que es un valor de y; los intervalos de crecimiento se dan en x.
Truco: Los intervalos de crecimiento se escriben con valores de x, leyendo la gráfica de izquierda a derecha.

4. Respuesta C · f es creciente en (−2, 2)

1. Ubica dónde f′ cruza el eje: x = −2 y x = 2
   $f'(-2) = 0$
   $f'(2) = 0$
2. Donde f′ está arriba del eje, f′ > 0 y f crece
   $f'(x) > 0 \Rightarrow f \text{ crece}$
3. Donde f′ está abajo del eje, f′ < 0 y f decrece
   $f'(x) < 0 \Rightarrow f \text{ decrece}$

Ojo: Leer la curva como si fuera f invierte la respuesta; y 4 es la altura máxima de f′, no un intervalo de x.
Truco: Mira el signo de f′: arriba del eje, f crece; abajo del eje, f decrece.

5. Respuesta B · Es decreciente en (−∞, 3)

1. Halla la x del vértice con −b ÷ (2a), donde a = 1 y b = −6
   $x = -\dfrac{-6}{2(1)} = 3$
2. Calcula la altura del vértice
   $f(3) = 9 - 18 + 5 = -4$
3. a > 0: la parábola abre hacia arriba, así que baja hasta el vértice
   $x < 3$

Ojo: (−∞, −3) usa b ÷ (2a) sin el signo menos, y da x = −3; (3, ∞) es donde sube, no donde baja.
Truco: Vértice en x = −b ÷ (2a); si a > 0 baja antes del vértice y sube después.

6. Respuesta A · f(3) puede ser 4

1. Pasa de x = 1 a x = 3: avanzas hacia la derecha
2. Decreciente: al avanzar, y baja. Entonces f(3) < f(1) = 7
   $f(3) < 7$
3. De las opciones, solo el 4 es menor que 7

Ojo: 9 supone que la función sube; 7 supone que se queda igual, pero decreciente exige bajar de verdad.
Truco: Decreciente: si a < b, entonces f(a) > f(b). Al avanzar a la derecha, la altura baja.

7. Respuesta C · Es creciente en (−1, 2)

1. Marca los puntos donde cambia de dirección: x = −1 y x = 2
2. Revisa los tramos: el primero baja y el último es plano
3. El tramo del medio sube: la pendiente es positiva
   $m = \dfrac{4}{3} > 0$

Ojo: (−1, 5) cuenta también el tramo plano, que no sube; (−4, −1) es el tramo que baja.
Truco: Un tramo horizontal es constante: no es creciente ni decreciente.

8. Respuesta B · Es decreciente en (1, 3)

1. Deriva y factoriza: f′ vale 0 en x = 1 y x = 3
   $$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$
   $$= 3(x-1)(x-3)$$
2. Prueba un valor entre 1 y 3: con x = 2, f′ es negativa
   $$f'(2) = 3(1)(-1) = -3 < 0$$
3. f′ < 0 entre 1 y 3: ahí f decrece
   $$1 < x < 3$$

Ojo: (0, 3) usa los ceros de f, 0 y 3, en vez de los de f′; la unión de ramas es donde f crece.

Truco: Los cambios de crecimiento están donde f′ = 0; prueba un valor en cada tramo.

9. Respuesta A · Debe cumplirse k ≤ 2

1. Deriva: f′ se anula en x = k, el vértice
   $$f'(x) = 2x - 2k = 0$$
   $$x = k$$
2. f crece a la derecha del vértice: si x > k
   $$f'(x) > 0 \Rightarrow x > k$$
3. Para que (2, ∞) quede a la derecha del vértice, k debe ser menor o igual que 2
   $$k \leq 2$$

Ojo: k ≥ 2 invierte la desigualdad; k ≥ −2 supone un vértice en x = −k, por un error de signo al derivar.

Truco: Ubica el vértice y exige que el intervalo quede a su derecha.

10. Respuesta A · La pelota sube entre t = 0 y t = 2

1. Encuentra el vértice: ahí la pelota deja de subir
   $$t = -\frac{20}{2(-5)} = 2$$
2. Antes del vértice, h crece: por ejemplo h(1) = 15 < h(2) = 20
   $$h(1) = 15$$
   $$h(2) = 20$$
3. Después del vértice, h decrece: h(3) = 15
   $$h(3) = 15 < h(2)$$

Ojo: 2 < t < 4 es el intervalo en que baja; 0 < t < 4 es todo el vuelo, subida y bajada.

Truco: En un tiro vertical, sube hasta el vértice y baja después.