Formas indeterminadas

límites que dan 0/0 o ∞/∞ al sustituir: factorización, racionalización y división entre la mayor potencia.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Calcula el límite bilateral. Al sustituir x = 5 queda una forma indeterminada: simplifica antes de sustituir.

$$\lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$$

A) No existe **B)** 10 **C)** 0

Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Calcula el límite bilateral. Factoriza el numerador y cancela el factor que se anula.

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$$

A) 1 **B)** 0 **C)** 5

Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Calcula el límite cuando x crece sin cota. Divide numerador y denominador entre la mayor potencia de x.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x^2+1}{x^2-4}$$

A) 3 **B)** −1/4 **C)** 1

Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

Calcula el límite bilateral. El numerador tiene una raíz: multiplica arriba y abajo por su conjugado.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$$

A) 1/3 **B)** 6 **C)** 1/6

Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Calcula el límite cuando x crece sin cota. Fíjate en los grados del numerador y del denominador.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{5x^2-3x}{x^3+1}$$

A) 5 **B)** 0 **C)** $+\infty$

Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Calcula el límite bilateral. Factoriza una diferencia de cubos arriba y una de cuadrados abajo.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

A) 3 **B)** 2/3 **C)** 3/2

Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Calcula el límite bilateral. Factoriza numerador y denominador, y cancela el factor común.

$$\lim_{x\to 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4}$$

A) 8/3 **B)** 8/5 **C)** 0

Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Calcula el límite cuando x crece sin cota (x > 0, así que $\sqrt{(x^2)} = x$). Divide arriba y abajo entre x.

$$\lim_{x\to \infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

A) −1/2 **B)** 2 **C)** $+\infty$

Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Al sustituir queda ∞ − ∞. Multiplica y divide por el conjugado para calcular el límite cuando x crece sin cota.

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+3x}-x)$$

A) 3/2 **B)** 0 **C)** 3

Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Calcula el límite bilateral. Combina primero las fracciones del numerador y cuida el signo de 2 − x.

$$\lim_{x\to 2}\frac{1/x-1/2}{x-2}$$

A) −1/4 **B)** 1/4 **C)** 0

Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta B · El límite vale 10

1. Sustituye: queda 0 entre 0
   $$\frac{5^2-25}{5-5}=\frac{0}{0}$$
2. Factoriza el numerador y cancela
   $$x^2-25=(x-5)(x+5)$$
   $$\frac{(x-5)(x+5)}{x-5}=x+5$$
3. Sustituye en lo que quedó
   $$\lim_{x\to 5}(x+5)=10$$

Ojo: «No existe» confunde 0/0 con una división sin solución; el 0 sale de leer 0/0 como si fuera 0.
Truco: 0/0 no es un resultado: es una señal de que se puede simplificar.

2. Respuesta C · El límite vale 5

1. Sustituye: queda 0 entre 0
   $$\frac{3^2-3-6}{3-3}=\frac{0}{0}$$
2. Factoriza: busca dos números que sumen −1 y multipliquen −6
   $$x^2-x-6=(x-3)(x+2)$$
3. Cancela x − 3 y sustituye
   $$\frac{(x-3)(x+2)}{x-3}=x+2$$
   $$3+2=5$$

Ojo: 1 sale de tomar x − 2 como el otro factor (3 − 2 = 1); el 0, de leer 0/0 como 0.
Truco: Comprueba tu factorización multiplicando: debe regresar el polinomio original.

3. Respuesta A · El límite vale 3

1. Con x muy grande, arriba y abajo crecen sin cota
   $$\infty/\infty$$
2. Divide cada término entre x², la mayor potencia
   $$\frac{3+1/x^2}{1-4/x^2}$$
3. Esas fracciones tienden a 0
   $$\frac{3+0}{1-0}=3$$

Ojo: −1/4 usa solo los términos constantes; 1 cancela x² con x² y olvida el coeficiente 3 del numerador.
Truco: Con el mismo grado arriba y abajo, el límite es el cociente de los coeficientes líderes.

4. Respuesta C · El límite vale 1/6

1. Sustituye: queda 0 entre 0
   $$\frac{\sqrt{0+9}-3}{0}=\frac{0}{0}$$
2. Multiplica por el conjugado: el numerador queda x
   $$(\sqrt{x+9}-3)(\sqrt{x+9}+3)$$
   $$=(x+9)-9=x$$
3. Cancela x
   $$\frac{1}{\sqrt{x+9}+3}$$
4. Sustituye x = 0
   $$\frac{1}{\sqrt{9}+3}=\frac{1}{6}$$

Ojo: 1/3 cuenta la raíz una sola vez ($\sqrt{9}=3$) y olvida el + 3 del denominador; 6 invierte el cociente.
Truco: Si hay una raíz en una resta y sale 0/0, multiplica por el conjugado.

5. Respuesta B · El límite vale 0

1. Arriba y abajo crecen sin cota
   $$\infty/\infty$$
2. Divide cada término entre x³, la mayor potencia
   $$\frac{5/x-3/x^2}{1+1/x^3}$$
3. Todas las fracciones tienden a 0
   $$\frac{0-0}{1+0}=0$$

Ojo: 5 mira solo el coeficiente líder del numerador; +∞ supone que el numerador gana, pero x³ crece más que x².
Truco: Si el denominador tiene mayor grado, el límite en el infinito es 0.

6. Respuesta C · El límite vale 3/2

1. Sustituye: queda 0 entre 0
   $$\frac{1^3-1}{1^2-1}=\frac{0}{0}$$
2. Factoriza cubo y cuadrado
   $$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)$$
   $$x^2-1=(x-1)(x+1)$$
3. Cancela x − 1
   $$\frac{x^2+x+1}{x+1}$$
4. Sustituye x = 1
   $$\frac{1+1+1}{1+1}=\frac{3}{2}$$

Ojo: 3 olvida el factor x + 1 del denominador; 2/3 invierte el cociente final.
Truco: Diferencia de cubos: $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$.

7. Respuesta A · El límite vale 8/3

1. Sustituye: queda 0 entre 0
$$\frac{16-16}{16-20+4}=\frac{0}{0}$$
2. Factoriza ambos
$$x^2-16=(x-4)(x+4)$$
$$x^2-5x+4=(x-4)(x-1)$$
3. Cancela x − 4
$$\frac{x+4}{x-1}$$
4. Sustituye x = 4
$$\frac{4+4}{4-1}=\frac{8}{3}$$

Ojo: 8/5 sale de factorizar el denominador como (x − 4)(x + 1); el 0 sale de leer 0/0 como 0.

Truco: Cuando el denominador también se anula, factorízalo: compartirá un factor con el numerador.

8. Respuesta B · El límite vale 2

1. Arriba y abajo crecen sin cota
$$\infty/\infty$$
2. Divide entre x; dentro de la raíz entra como x²
$$\frac{2-1/x}{\sqrt{1+4/x^2}}$$
3. Las fracciones tienden a 0
$$\frac{2-0}{\sqrt{1+0}}=2$$

Ojo: −1/2 usa solo los términos constantes (−1 y $\sqrt{4}$ = 2); +∞ ignora que el denominador también crece como x.

Truco: Una raíz de x² vale x, si x es positiva; así comparas grados dentro y fuera de la raíz.

9. Respuesta A · El límite vale 3/2

1. Resta de dos infinitos: indeterminado
$$\sqrt{x^2+3x}-x\to\infty-\infty$$
2. Multiplica por el conjugado
$$(\sqrt{x^2+3x}-x)$$
$$\cdot(\sqrt{x^2+3x}+x)$$
$$=x^2+3x-x^2=3x$$
3. Escribe el cociente
$$\frac{3x}{\sqrt{x^2+3x}+x}$$
4. Divide entre x y toma el límite
$$\frac{3}{\sqrt{1+3/x}+1}\to\frac{3}{2}$$

Ojo: 0 supone x − x = 0 con infinitos; 3 toma el denominador como solo x, pero la raíz también vale casi x.

Truco: ∞ − ∞ con una raíz: multiplica y divide por el conjugado para volver a un cociente.

10. Respuesta A · El límite vale −1/4

1. Sustituye: queda 0 entre 0
$$\frac{1/2-1/2}{2-2}=\frac{0}{0}$$
2. Combina las fracciones del numerador
$$\frac{1}{x}-\frac{1}{2}=\frac{2-x}{2x}$$
3. Como 2 − x = −(x − 2), cancela el factor
$$2-x=-(x-2)$$
$$\frac{-(x-2)}{2x(x-2)}=\frac{-1}{2x}$$
4. Sustituye x = 2
$$\frac{-1}{2\cdot 2}=-\frac{1}{4}$$

Ojo: 1/4 pierde el signo, porque 2 − x es el opuesto de x − 2; el 0 sale de leer 0/0 como 0.

Truco: Cuando aparezca a − b contra b − a, saca un −1 para poder cancelar.