Factores primos y reglas de divisibilidad

criterios de divisibilidad, primos y compuestos, descomposición en factores primos.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuál de estos números es divisible entre 15?

A) 2 385 **B)** 3 640 **C)** 2 388

Número
2 385
3 640
2 388

Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuál de estos números es primo?

A) 57 **B)** 91 **C)** 53

Número
57
91
53

Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Qué dígito debe ir en el cuadro para que el número 4□6 sea divisible entre 9?

A) 2 **B)** 8 **C)** 5



Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuál es la descomposición de 180 en factores primos?

A) $2^2 \times 3 \times 5$ **B)** $2^2 \times 3^2 \times 5$ **C)** $4 \times 5 \times 9$

180

Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Cuántos divisores positivos tiene 72?

A) 5 **B)** 6 **C)** 12

Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Cuál de estos números es divisible entre 11?

A) 3 619 **B)** 3 629 **C)** 3 691

Número
3 619
3 629
3 691

Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el menor número de tres cifras que es divisible entre 2, entre 3 y entre 5?

A) 100 **B)** 110 **C)** 120



Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 72 para obtener un cuadrado perfecto?

A) 2 **B)** 3 **C)** 8

72

Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Sin calcular N, ¿entre cuál de estos números es divisible N?

$$N = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

A) 90 **B)** 48 **C)** 75

N = $2^3 \times 3^2 \times 5$

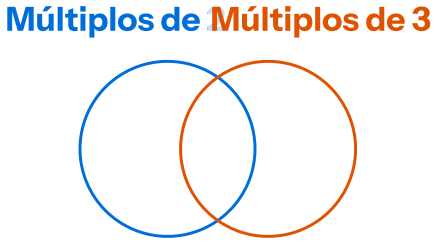
Número	2	3	5
N	2^3	3^2	5

Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Del 1 al 100, ¿cuántos números son divisibles entre 2 pero no entre 3?

A) 17 **B)** 34 **C)** 16



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta A · Es 2 385

1. Ser divisible entre 5: termina en 0 o en 5
2. Ser divisible entre 3: la suma de sus cifras es múltiplo de 3
   $2+3+8+5=18$
   $2+3+8+8=21$
   $3+6+4+0=13$
3. Solo 2 385 cumple los dos criterios

Ojo: 3 640 cumple el criterio del 5, pero no el del 3; 2 388 cumple el del 3, pero no el del 5.
Truco: Divisible entre 15 es lo mismo que serlo entre 3 y entre 5 a la vez.

2. Respuesta C · El primo es 53

1. 57: sus cifras suman 12, múltiplo de 3
   $5+7=12$
   $57=3\times 19$
2. 91 parece primo, pero se divide entre 7
   $91=7\times 13$
3. 53 no se divide entre 2, 3, 5 ni 7; el siguiente primo, 11, ya cumple $11^2 > 53$
   $7\times 7=49<53$
   $11\times 11=121>53$

Ojo: 57 = 3 × 19 y 91 = 7 × 13: parecen primos, pero son compuestos.
Truco: Para saber si n es primo, prueba los primos hasta que su cuadrado pase de n.

3. Respuesta B · El dígito es 8

1. Un número es divisible entre 9 si la suma de sus cifras es múltiplo de 9
   $4+6=10$
2. El siguiente múltiplo de 9 después de 10 es 18: faltan 8
   $18-10=8$
3. Comprueba con el número completo
   $4+8+6=18$

Ojo: 2 y 5 dan sumas de 12 y 15: múltiplos de 3, pero no de 9.
Truco: El criterio del 9 es el del 3, pero exige un múltiplo de 9.

4. Respuesta B · 180 = $2^2 \times 3^2 \times 5$

1. Divide entre 2 mientras se pueda
   $180=2\times 90$
   $90=2\times 45$
2. Sigue con 3, y lo que quede es primo
   $45=3\times 15$
   $15=3\times 5$
3. Junta los primos repetidos con exponentes
   $180=2^2\times 3^2\times 5$

Ojo: 4 × 5 × 9 da 180, pero 4 y 9 no son primos; y $2^2 \times 3 \times 5$ solo da 60.
Truco: En la descomposición solo puede haber primos; comprueba multiplicando.

5. Respuesta C · Tiene 12 divisores

1. Descompón 72: los divisores son $2^a \times 3^b$, con a de 0 a 3 y b de 0 a 2
   $72=2^3\times 3^2$
2. Multiplica cada potencia de 2 por cada potencia de 3: salen todos los divisores
3. Cuenta: a exponente más 1 por b exponente más 1
   $(3+1)(2+1)=4\times 3=12$

Ojo: 5 suma los exponentes, 3 + 2; 6 los multiplica, 3 × 2: ambos olvidan el exponente cero, que da el 1.
Truco: Divisores = $(e_1 + 1)(e_2 + 1)$... con los exponentes de la descomposición.

6. Respuesta A · Es 3 619

1. Suma las cifras de los lugares 1.º y 3.º
   $3+1=4$
   $3+2=5$
   $3+9=12$
2. Suma las cifras de los lugares 2.º y 4.º
   $6+9=15$
   $6+9=15$
   $6+1=7$
3. Resta: da 0 o múltiplo de 11
   $15-4=11$
   $15-5=10$
   $12-7=5$

Ojo: 3 629 da diferencia 10 y 3 691 da 5: ninguna es 0 ni múltiplo de 11.
Truco: Resta las sumas de lugares alternos: 0 o múltiplo de 11 significa divisible entre 11.

7. Respuesta C · El número es 120

1. Divisible entre 2 y entre 5: debe terminar en 0
2. Divisible entre 3: la suma de sus cifras debe ser múltiplo de 3
   $1 + 0 + 0 = 1$
   $1 + 1 + 0 = 2$
3. 120 suma 3: cumple los tres criterios
   $1 + 2 + 0 = 3$

Ojo: 100 y 110 terminan en 0, pero sus cifras suman 1 y 2: no son múltiplos de 3.
Truco: Divisible entre 2, 3 y 5 a la vez es lo mismo que serlo entre 30.

8. Respuesta A · Se multiplica por 2

1. Descompón 72 en factores primos
   $72 = 2^3 \times 3^2$
2. Junta los primos en parejas: el 3 ya está completo y del 2 sobra uno
3. Multiplica por el que sobra: así todos quedan en parejas
   $72 \times 2 = 144 = 12^2$

Ojo: 3 rompe la pareja del 3 y da 216, que no es cuadrado; 8 sí da cuadrado (576), pero no es el menor.
Truco: Cuadrado perfecto: todos los exponentes de la descomposición son pares.

9. Respuesta A · N es divisible entre 90

1. 48 = $2^4 \times 3$ necesita un 2^4, y N solo tiene 2^3
2. 75 = 3×5^2 necesita un 5^2, y N solo tiene un 5
3. 90 = $2 \times 3^2 \times 5$ tiene exponentes menores o iguales: divide a N
   $N \div 90 = 2^2$

Ojo: 48 pide un 2^4 y N solo tiene 2^3; 75 pide un 5^2 y N solo tiene un 5.
Truco: a divide a N si cada primo de a aparece en N con exponente igual o menor.

10. Respuesta B · Son 34 números

1. Múltiplos de 2: la mitad de los números
   $100 \div 2 = 50$
2. Múltiplos de 3: cuántas veces cabe el 3 en 100
   $\lfloor 100 \div 3 \rfloor = 33$
3. Los de ambos son múltiplos de 6
   $\lfloor 100 \div 6 \rfloor = 16$
4. Quítalos de los múltiplos de 2
   $50 - 16 = 34$

Ojo: 17 cuenta los múltiplos de 3 que no son de 2; 16 cuenta los de 6, que son de ambos.
Truco: Solo A = |A| − |A ∩ B|; los múltiplos comunes de 2 y 3 son los múltiplos de su mcm, 6.