Eventos dependientes e independientes

Independencia con $P(A \cap B)=P(A)P(B)$; con y sin reemplazo; tablas, árboles y áreas.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

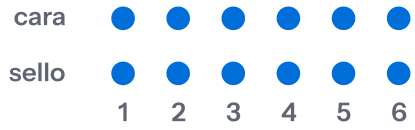
Nombre _____ Fecha _____

EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Se lanza una moneda justa y un dado justo. ¿Cuál es la probabilidad de que la moneda salga cara y el dado salga un número par?

A) $\frac{3}{4}$ **B)** $\frac{1}{4}$ **C)** $\frac{1}{2}$



Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

Una bolsa tiene 4 bolas rojas y 6 blancas. Se saca una bola, se anota su color y se devuelve a la bolsa; luego se saca otra. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas?

A) $\frac{2}{15}$ **B)** $\frac{4}{25}$ **C)** $\frac{4}{5}$

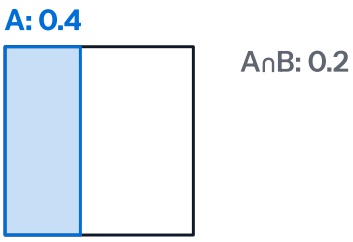
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Los eventos A y B son independientes. Se sabe que la probabilidad de A es 0.4 y la de que ocurran A y B juntos es 0.2. ¿Cuánto vale la probabilidad de B?

$$P(A) = 0.4$$
$$P(A \cap B) = 0.2$$

A) 0.5 **B)** 0.08 **C)** 0.2



Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

En un club de 100 socios se anotó el sexo y si tienen tarjeta de descuento (tabla). Se elige un socio al azar. Sea H: es hombre y T: tiene tarjeta. ¿Qué afirmación es correcta?

	Con tarjet	Sin tarjeta	Total
Hombres	**24**	**16**	**40**
Mujeres	**36**	**24**	**60**
Total	**60**	**40**	**100**

A) No lo son: hay más mujeres que hombres con tarjeta

B) No lo son: $0.24 \neq 0.4 + 0.6$

C) Son independientes: $0.24 = 0.4 \cdot 0.6$

Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Se lanza un dado justo. Sea A: sale un número par y B: sale un número impar. ¿Son independientes A y B? Elige la afirmación correcta.

A) No: $0 \neq \frac{1}{4}$ **B)** Sí: no pueden ocurrir a la vez

C) Sí: ambos valen $\frac{1}{2}$



Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

De una baraja de 52 cartas con 4 ases se sacan dos cartas, una tras otra y sin devolver la primera. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean ases?

A) $\frac{1}{221}$ **B)** $\frac{1}{169}$ **C)** $\frac{3}{676}$

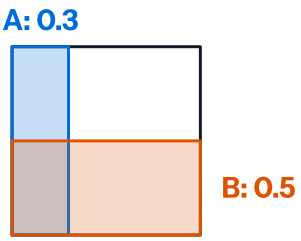
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Los eventos A y B son independientes, con probabilidades 0.3 y 0.5. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra A o B (al menos uno de los dos)?

$$P(A) = 0.3$$
$$P(B) = 0.5$$

A) 0.8 **B)** 0.15 **C)** 0.65



Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

En un grupo de 100 personas se anotó el sexo y si van en bici al trabajo (tabla). Si ser hombre y usar bici fueran independientes, con los mismos totales de la tabla, ¿cuántos hombres usarían bici?

A) 20 **B)** 30 **C)** 15

	Bici	Sin bici	Total
Hombres	20	30	50
Mujeres	10	40	50
Total	30	70	100

Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Dos máquinas trabajan de forma independiente. En un día cualquiera, la máquina A funciona con probabilidad 0.9 y la B con probabilidad 0.8. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente una de las dos funcione?

A) 0.26 **B)** 0.98 **C)** 0.18

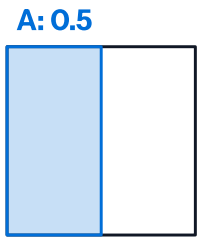
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Los eventos A y B son independientes. La probabilidad de A es 0.5 y la de que ocurra A o B es 0.7. ¿Cuánto vale la probabilidad de B?

$$P(A) = 0.5$$
$$P(A \cup B) = 0.7$$

A) 0.2 **B)** 0.4 **C)** 0.3



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta B · La probabilidad es 1/4

1. La moneda no influye en el dado: la cara tiene probabilidad 1/2, sin importar lo que salga en el dado
   $$P(\text{cara}) = \frac{1}{2}$$
2. El dado sale par con 2, 4 o 6: tres de seis, o sea 1/2
   $$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$
3. Como son independientes, multiplica; en la rejilla son 3 de los 12 resultados
   $$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{4}$$

Ojo: Con 3/4 se suman 1/2 y 1/2 y se resta la intersección: eso es «cara o par». El 1/2 usa un solo factor.
Truco: Si un evento no cambia las probabilidades del otro, para «y» se multiplican.

2. Respuesta B · La probabilidad es 4/25

1. Primera bola: 4 de 10 son rojas, es decir 2/5
   $$P(R_1) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$
2. Se devuelve la bola: la segunda extracción es idéntica y vuelve a ser 2/5, sin importar el primer color
   $$P(R_2 \mid R_1) = \frac{2}{5}$$
3. Los eventos son independientes: multiplica a lo largo de la rama roja y roja
   $$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

Ojo: Sin devolver la bola sería 4/10 por 3/9, que da 2/15. Sumar 2/5 y 2/5 da 4/5, pero «y» pide multiplicar.
Truco: Con reemplazo la bolsa no cambia: cada extracción repite las mismas probabilidades.

3. Respuesta A · La probabilidad de B es 0.5

1. Si son independientes, la probabilidad de que ocurran los dos es el producto de sus probabilidades
   $$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
2. Sustituye los datos y despeja: divide entre 0.4
   $$0.2 = 0.4 \cdot P(B)$$
   $$P(B) = \frac{0.2}{0.4} = 0.5$$
3. Comprueba en el cuadrado: la franja de B ocupa la mitad y su cruce con A mide 0.4 por 0.5
   $$0.4 \cdot 0.5 = 0.2$$

Ojo: Multiplicar 0.4 por 0.2 da 0.08, pero la intersección ya es un producto: hay que dividir. El 0.2 es la intersección, no P(B).
Truco: En independientes, P(A y B) = P(A)·P(B): de ahí se despeja la pieza que falte.

4. Respuesta C · H y T son independientes

1. Saca P(H) y P(T) de los totales de la tabla
   $$P(H) = 40/100 = 0.4$$
   $$P(T) = 60/100 = 0.6$$
2. La intersección es la celda de hombres con tarjeta: 24 de 100
   $$P(H \cap T) = \frac{24}{100} = 0.24$$
3. Compara: P(H)·P(T) = 0.24 también, así que H y T son independientes
   $$0.4 \cdot 0.6 = 0.24 = P(H \cap T)$$

Ojo: Comparar 36 con 24 mira conteos, no proporciones: hay más mujeres. Sumar 0.4 y 0.6 usa la regla equivocada.
Truco: Independencia: P(A∩B) = P(A)·P(B). Se compara contra el producto, no contra la suma ni contra los conteos.

5. Respuesta A · A y B son dependientes

1. A (par) ocurre con 2, 4 o 6: probabilidad 1/2
   $$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$
2. B (impar) ocurre con 1, 3 o 5: también 1/2
   $$P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$
3. Ningún número es par e impar a la vez: la intersección es 0, y 1/2 por 1/2 es 1/4; no coinciden
   $$P(A \cap B) = 0 \neq \frac{1}{4}$$

Ojo: Que no ocurran a la vez (excluyentes) no es independencia: saber que es par vuelve imposible el impar. Y 1/2 y 1/2 no bastan.
Truco: Dos eventos con probabilidad mayor que 0 que no pueden ocurrir juntos son siempre dependientes.

6. Respuesta A · La probabilidad es 1/221

1. Primera carta: 4 ases entre 52 cartas
   $$P(A_1) = \frac{4}{52}$$
2. Sin devolverla, quedan 51 cartas y 3 ases: la segunda probabilidad cambió, así que los eventos son dependientes
   $$P(A_2 \mid A_1) = \frac{3}{51}$$
3. Multiplica a lo largo de la rama: 12 entre 2652
   $$4/52 \cdot 3/51 = 12/2652$$
   $$= \frac{1}{221}$$

Ojo: Con reemplazo sería (4/52)², que da 1/169. Restar un as pero no una carta del total da 4/52 por 3/52: 3/676.
Truco: Sin reemplazo cada extracción quita una carta al total y puede quitar una favorable.

7. Respuesta C · La probabilidad es 0.65

1. Por ser independientes, la intersección es el producto: 0.3 por 0.5
   $$P(A \cap B) = 0.3 \cdot 0.5 = 0.15$$
2. Para «o» se suman las dos probabilidades y se resta la parte contada dos veces
   $$P(A \cup B) = 0.3 + 0.5 - 0.15$$
3. Resta: queda 0.65
   $$P(A \cup B) = 0.65$$

Ojo: El 0.8 suma 0.3 y 0.5 sin quitar la intersección. El 0.15 es el producto: responde «A y B», no «A o B».
Truco: «O» suma y resta la intersección; «y» (con independientes) multiplica.

8. Respuesta C · 15 hombres

1. Saca las probabilidades por separado: 50 de 100 son hombres y 30 de 100 usan bici
   $$P(H) = 0.5, \quad P(B) = 0.3$$
2. Si fueran independientes, la intersección sería el producto
   $$P(H \cap B) = 0.5 \cdot 0.3 = 0.15$$
3. Esa fracción aplicada a las 100 personas da 15 hombres; en la tabla real hay 20, así que no son independientes
   $$0.15 \cdot 100 = 15$$

Ojo: El 20 es el dato real de la tabla, no el caso independiente. El 30 es el total de quienes usan bici, sin repartir.
Truco: Cuenta esperada si son independientes = (total del renglón) × (total de la columna) ÷ (total general).

9. Respuesta A · La probabilidad es 0.26

1. La máquina A funciona (sí) con 0.9 y falla (no) con 0.1
   $$P(A) = 0.9, \quad P(\bar{A}) = 0.1$$
2. Por ser independientes, la B tiene las mismas ramas (0.8 y 0.2) sin importar qué pasó con A
   $$P(B) = 0.8, \quad P(\bar{B}) = 0.2$$
3. Hay dos caminos con una sola funcionando; multiplica en cada uno
   $$0.9 \cdot 0.2 = 0.18$$
   $$0.1 \cdot 0.8 = 0.08$$
4. Los caminos son excluyentes: súmalos
   $$0.18 + 0.08 = 0.26$$

Ojo: El 0.98 es «al menos una funciona»: 1 menos 0.1 por 0.2. El 0.18 cuenta solo el camino de A funcionando y B no.
Truco: Exactamente una: suma los caminos donde ocurre justo una; en cada camino, multiplica.

10. Respuesta B · La probabilidad de B es 0.4

1. La unión suma las dos y resta la intersección, que por independencia es el producto
   $$0.7 = 0.5 + P(B) - 0.5\,P(B)$$
2. Reúne los términos con P(B): sobra 0.5·P(B)
   $$0.7 - 0.5 = 0.5\,P(B)$$
   $$0.2 = 0.5\,P(B)$$
3. Divide entre 0.5
   $$P(B) = \frac{0.2}{0.5} = 0.4$$

Ojo: El 0.2 es 0.7 menos 0.5 sin dividir: ignora que parte de B ya estaba en A. El 0.3 es 1 menos 0.7.
Truco: Con independientes, la unión es P(A) + P(B)·(1 − P(A)): solo cuenta la parte de B fuera de A.