Elipse con centro fuera del origen

elipse con centro (h, k), forma general y completar cuadrados.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

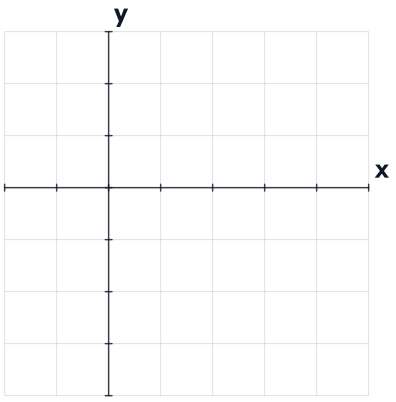
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el centro de la elipse de abajo?

$$\frac{(x-3)^2}{25}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$$

A) $(-3,2)$ **B)** $(3,-2)$ **C)** $(5,3)$



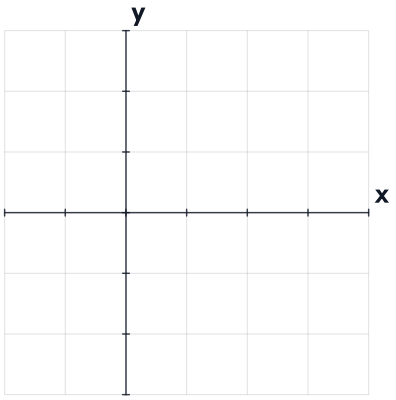
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuáles son los vértices del eje mayor de la elipse de abajo?

$$\frac{(x-2)^2}{16}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$$

A) $(6,1)$ y $(-2,1)$ **B)** $(4,1)$ y $(-4,1)$ **C)** $(2,5)$ y $(2,-3)$



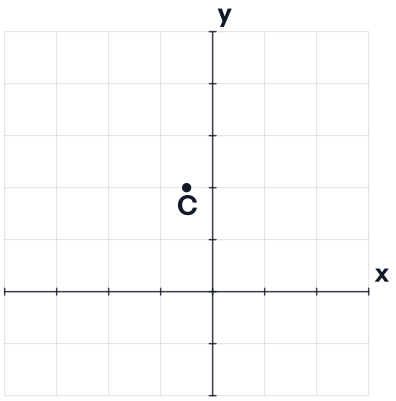
Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Una elipse tiene centro en (−1, 4), semieje mayor 5 horizontal y semieje menor 3. ¿Cuál es su ecuación ordinaria?

A) $(x+1)^2/25 + (y-4)^2/9 = 1$ **B)** $(x-1)^2/25 + (y+4)^2/9 = 1$

C) $(x+1)^2/9 + (y-4)^2/25 = 1$



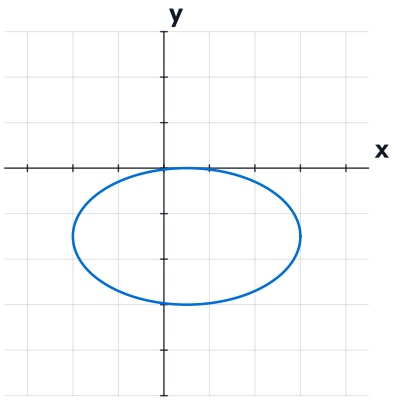
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Dónde están los focos de la elipse de abajo?

$$\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+3)^2}{9} = 1$$

A) $(4, 0)$ y $(-4, 0)$ **B)** $(5, -3)$ y $(-3, -3)$ **C)** $(1, 1)$ y $(1, -7)$



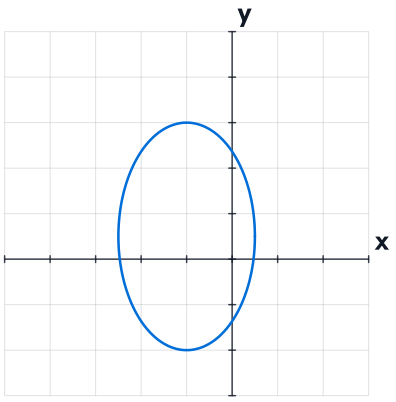
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Dónde están los focos de la elipse de abajo?

$$\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$$

A) $(-2, 5)$ y $(-2, -3)$ **B)** $(2, 5)$ y $(2, -3)$ **C)** $(2, 1)$ y $(-6, 1)$



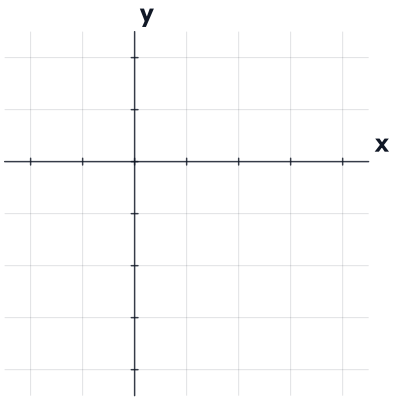
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Cuál es el centro de la elipse de abajo, dada en forma general?

$$x^2 + 4y^2 - 6x + 8y - 3 = 0$$

A) $(-3, 1)$ **B)** $(3, 1)$ **C)** $(3, -1)$



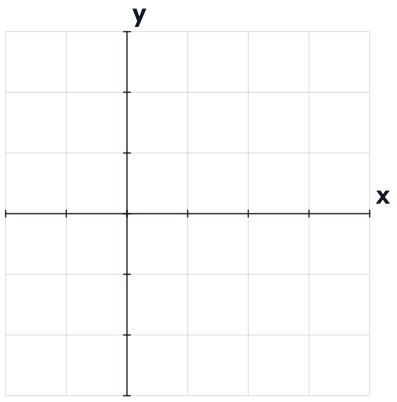
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuáles son los extremos del eje menor de la elipse de abajo?

$$\frac{(x-2)^2}{16}+\frac{(y+1)^2}{9}=1$$

A) $(6,-1)$ y $(-2,-1)$ **B)** $(2,3)$ y $(2,-3)$ **C)** $(2,2)$ y $(2,-4)$



Tu procedimiento

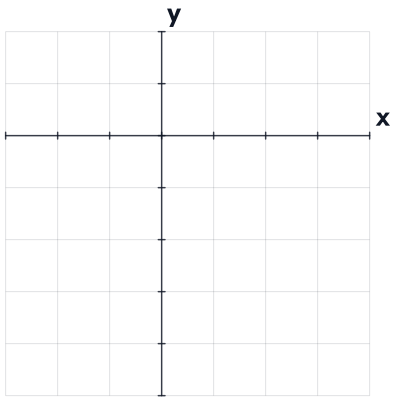
8 NIVEL DIFÍCIL

Pasa la ecuación general de la elipse a su forma ordinaria.

$$4x^2+9y^2-8x+36y+4=0$$

A) $(x-1)^2/9+(y+2)^2/4=1$ **B)** $(x+1)^2/9+(y-2)^2/4=1$

C) $(x-1)^2/4+(y+2)^2/9=1$



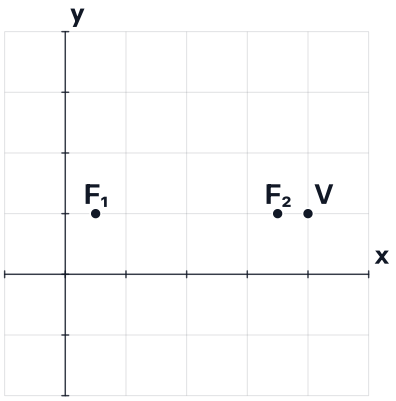
Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Una elipse tiene focos en (1, 2) y (7, 2), y un vértice en (8, 2). ¿Cuál es su ecuación ordinaria?

A) $(x-4)^2/16 + (y-2)^2/25 = 1$ **B)** $(x-4)^2/16 + (y-2)^2/9 = 1$

C) $(x-4)^2/16 + (y-2)^2/7 = 1$



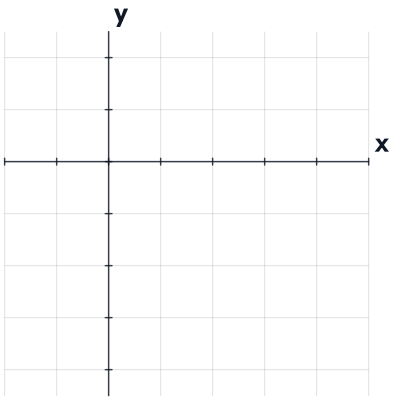
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

¿Cuáles son los focos de la elipse de abajo, dada en forma general?

$$9x^2 + 4y^2 - 54x + 16y + 61 = 0$$

A) $(3 \pm \sqrt{5}, -2)$ **B)** $(3, -2 \pm \sqrt{5})$ **C)** $(3, -2 \pm \sqrt{13})$



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta B · El centro es el punto (3, −2)

1. En la forma ordinaria aparece x − h: compara con x − 3
   $x - 3 = x - h$
   $h = 3$
2. Con la y el signo engaña: y + 2 es y − (−2)
   $y + 2 = y - (-2)$
   $k = -2$
3. El centro es (h, k); los denominadores 25 y 9 no lo mueven
   $C(h, k) = (3, -2)$

Ojo: (−3, 2) copia los signos de los paréntesis tal como están; (5, 3) toma las raíces de los denominadores.
Truco: En (x − h) y (y − k) el centro lleva el signo contrario al que se ve.

2. Respuesta A · Los vértices están en (6, 1) y en (−2, 1)

1. El centro es (2, 1) y el denominador mayor, 16, está bajo x: eje mayor horizontal
   $C(2, 1)$
   $a^2 = 16,\ a = 4$
2. Los vértices están a a unidades del centro, a su izquierda y a su derecha
   $x = 2 \pm 4,\ y = 1$
3. Calcula las dos posiciones
   $V_1(6, 1)$
   $V_2(-2, 1)$

Ojo: (±4, 1) olvida sumar el centro; (2, 5) y (2, −3) mueven el 4 en vertical, pero el 16 está bajo x.
Truco: Los vértices se miden desde el centro, no desde el origen.

3. Respuesta A · Denominadores 25 y 9, con los binomios x + 1 y y − 4

1. El centro entra con el signo cambiado, porque se resta h y k
   $(x - (-1))^2 = (x + 1)^2$
   $(y - 4)^2$
2. El semieje horizontal, 5, va al cuadrado bajo x; el 3, bajo y
   $a^2 = 25,\ b^2 = 9$
3. Une las dos partes
   $$\frac{(x + 1)^2}{25} + \frac{(y - 4)^2}{9} = 1$$

Ojo: Con (x − 1) y (y + 4) no se cambió el signo del centro; con 9 y 25 intercambiados la elipse sería vertical.
Truco: Centro (h, k) → (x − h) y (y − k); el mayor denominador va con el eje mayor.

4. Respuesta B · Los focos están en (5, −3) y en (−3, −3)

1. El centro es (1, −3); el mayor, 25, va bajo x: los focos están en la recta horizontal y = −3
   $C(1, -3)$
   $a^2 = 25,\ b^2 = 9$
2. La distancia del centro al foco sale de $c^2 = a^2 - b^2$
   $c^2 = 25 - 9 = 16$
   $c = 4$
3. Mueve c unidades a cada lado del centro, sobre el eje focal
   $F_1(-3, -3)$
   $F_2(5, -3)$

Ojo: (±4, 0) mide c desde el origen en lugar de desde el centro; (1, 1) y (1, −7) ponen los focos en vertical.
Truco: Los focos se miden desde el centro (h, k), a lo largo del eje mayor.

5. Respuesta A · Los focos están en (−2, 5) y en (−2, −3)

1. El centro es (−2, 1); el mayor, 25, está bajo y: eje focal vertical
   $C(-2, 1)$
   $a^2 = 25,\ b^2 = 9$
2. Calcula c con $c^2 = a^2 - b^2$
   $c^2 = 25 - 9 = 16$
   $c = 4$
3. Sube y baja c unidades desde el centro; x no cambia
   $F_2(-2, 1 + 4) = (-2, 5)$
   $F_1(-2, 1 - 4) = (-2, -3)$

Ojo: (2, 5) y (2, −3) copian la x del paréntesis sin cambiarle el signo; (2, 1) y (−6, 1) reparten c en horizontal.
Truco: El eje focal sigue al denominador mayor: aquí bajo y, así que solo cambia la y.

6. Respuesta C · El centro es el punto (3, −1)

1. Agrupa la x y completa el cuadrado: suma (6 ÷ 2)² = 9
   $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$
   $h = 3$
2. Con la y, saca antes el 4 y completa: 4(y² + 2y + 1)
   $4y^2 + 8y + 4 = 4(y+1)^2$
   $k = -1$
3. Lo que sumaste (9 y 4) se suma también al otro lado; el centro es (h, k)
   $3 + 9 + 4 = 16$
   $(x-3)^2 + 4(y+1)^2 = 16$

Ojo: (−3, 1) deja las mitades con su signo original; (3, 1) lee y + 1 como k = 1.

Truco: Mitad del coeficiente de x (o de y) con el signo contrario: ahí está h (o k).

7. Respuesta C · Los extremos del eje menor están en (2, 2) y en (2, −4)

1. El centro es (2, −1); el mayor, 16, va bajo x: a = 4 y b = 3
   $C(2, -1)$
   $a = 4,\ b = 3$
2. El eje menor es perpendicular al mayor: los extremos están a b unidades del centro, hacia arriba y hacia abajo
   $x = 2,\ y = -1 \pm 3$
3. Calcula las dos alturas
   $B_1(2, 2)$
   $B_2(2, -4)$

Ojo: (6, −1) y (−2, −1) son los vértices del eje mayor; (2, ±3) mide b desde la altura 0, no desde el centro.

Truco: Eje mayor: mueve a en el eje focal; eje menor: mueve b en el perpendicular. Siempre desde el centro.

8. Respuesta A · La forma ordinaria tiene centro (1, −2), a = 3 y b = 2

1. Agrupa la x, saca el 4 y completa el cuadrado; sumas 4 · 1 = 4 al otro lado
   $4x^2 - 8x = 4(x^2 - 2x)$
   $4(x^2 - 2x + 1) = 4(x-1)^2$
2. Con la y, saca el 9 y completa; sumas 9 · 4 = 36 al otro lado
   $9y^2 + 36y = 9(y^2 + 4y)$
   $9(y^2 + 4y + 4) = 9(y+2)^2$
3. Reúne todo: pasa el 4 al otro lado y suma lo añadido
   $-4 + 4 + 36 = 36$
   $4(x-1)^2 + 9(y+2)^2 = 36$
4. Divide todo entre 36 para que a la derecha quede 1
   $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$

Ojo: (x + 1) y (y − 2) pegan los números sin cambiar el signo; los denominadores 4 y 9 están intercambiados.

Truco: Al completar un cuadrado con coeficiente, lo que sumas queda multiplicado por ese coeficiente.

9. Respuesta C · La ecuación tiene centro (4, 2), a² = 16 y b² = 7

1. El centro es el punto medio de los focos; c es su distancia al foco
   $C = (\frac{1+7}{2},\ 2) = (4, 2)$
   $c = 7 - 4 = 3$
2. a es la distancia del centro al vértice
   $a = 8 - 4 = 4$
   $a^2 = 16$
3. Despeja b² con b² = a² − c²
   $b^2 = 16 - 9 = 7$
4. El eje focal es horizontal: a² va bajo (x − 4)²; escribe la ecuación
   $\frac{(x-4)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{7} = 1$

Ojo: Con 25 se sumó 16 + 9 en vez de restar; con 9 se tomó c² como b².

Truco: Centro = punto medio de los focos; luego a, c y b² = a² − c².

10. Respuesta B · Los focos están sobre x = 3, a √5 del centro

1. Completa cuadrados: sale 9(x − 3)² + 4(y + 2)² = 36 y el centro es (3, −2)
   $-61 + 81 + 16 = 36$
   $9(x-3)^2 + 4(y+2)^2 = 36$
2. Divide entre 36: el 9 queda bajo y, así que el eje focal es vertical
   $\frac{(x-3)^2}{4} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$
3. Calcula c con c² = a² − b²
   $c^2 = 9 - 4 = 5$
   $c = \sqrt{5}$
4. Sube y baja c unidades desde el centro
   $F(3,\ -2 \pm \sqrt{5})$

Ojo: (3 ± √5, −2) pone los focos en horizontal; √13 sale de sumar 9 + 4 en vez de restar.

Truco: Completa cuadrados, ubica el denominador mayor y calcula c con la resta a² − b².