Elipse con centro en el origen

elipse $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, focos y semiejes.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

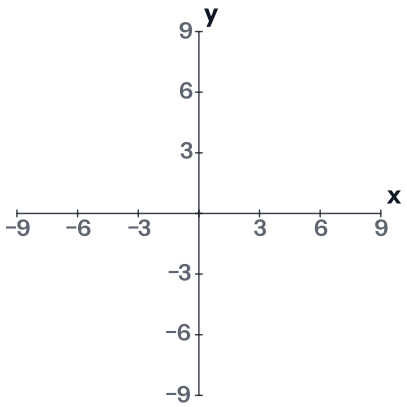
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

Una elipse con centro en el origen tiene la ecuación de abajo. ¿Cuánto mide su eje mayor?

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$$

A) 7 **B)** 10 **C)** 14



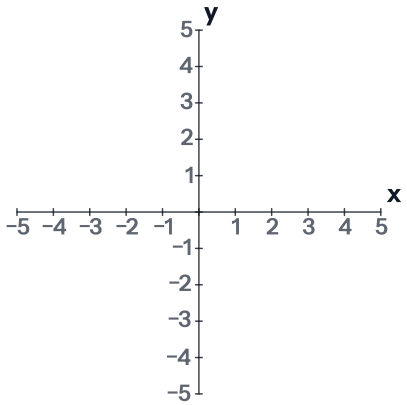
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿En qué puntos corta al eje y la elipse de abajo?

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$$

A) $(0, \pm 2)$ **B)** $(0, \pm 4)$ **C)** $(\pm 4, 0)$

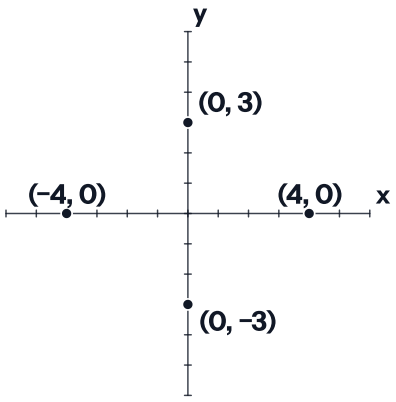


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

Una elipse con centro en el origen cruza el eje x en 4 y en -4, y el eje y en 3 y en -3. ¿Cuál es su ecuación?

A) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ **B)** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ **C)** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$



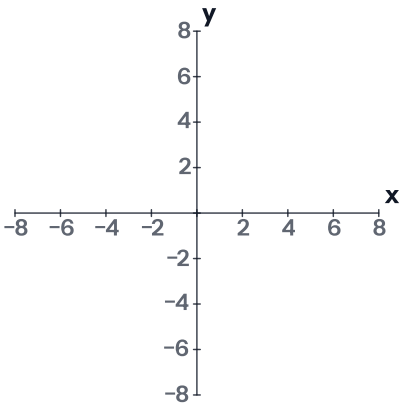
Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Dónde están los focos de la elipse de abajo?

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

A) $(\pm\sqrt{41}, 0)$ **B)** $(\pm 3, 0)$ **C)** $(0, \pm 3)$



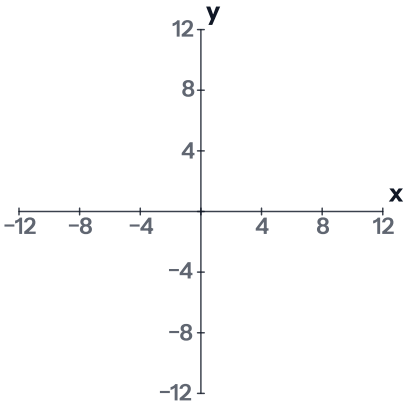
Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

¿Dónde están los focos de la elipse de abajo?

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{100} = 1$$

A) $(\pm 8, 0)$ **B)** $(0, \pm 8)$ **C)** $(0, \pm\sqrt{136})$



Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

Pasa la ecuación general de la elipse a su forma ordinaria.

$$4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$$

A) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ **B)** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ **C)** $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{27} = 1$

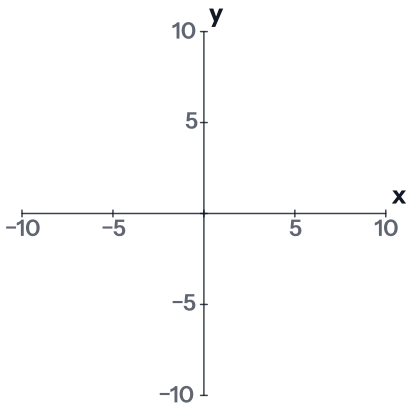
Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

¿Cuánto mide la distancia entre los dos focos de la elipse de abajo?

$$\frac{x^2}{65} + \frac{y^2}{16} = 1$$

A) 7 **B)** 18 **C)** 14

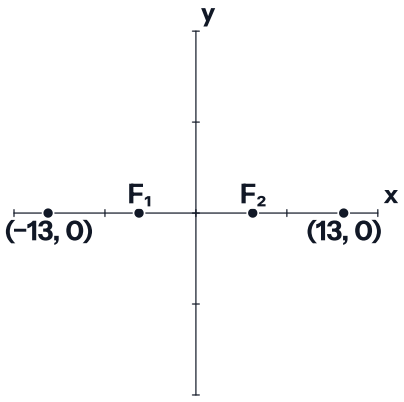


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

Una elipse con centro en el origen tiene focos en (5, 0) y (-5, 0) y vértices en (13, 0) y (-13, 0). ¿Cuál es su ecuación?

A) $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ **B)** $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ **C)** $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{194} = 1$

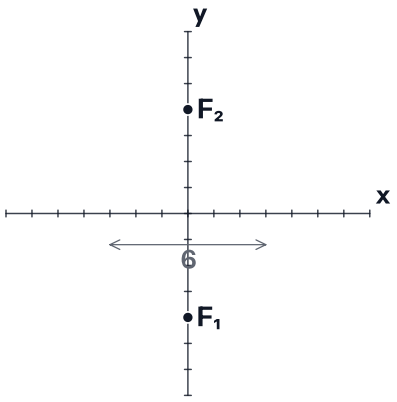


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Una elipse con centro en el origen tiene focos en (0, 4) y (0, -4), y su eje menor mide 6. ¿Cuál es su ecuación?

A) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ **B)** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$ **C)** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{52} = 1$



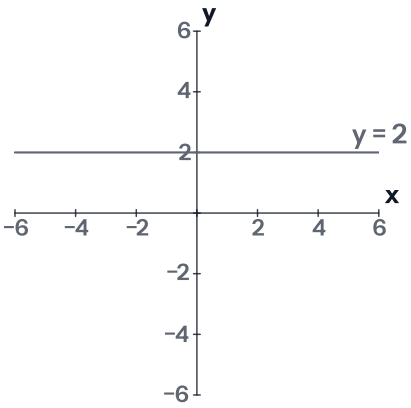
Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

El punto (k, 2) está sobre la elipse de abajo. ¿Cuánto vale k?

$$\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$$

A) ± 2 **B)** $\pm 2\sqrt{3}$ **C)** ± 4



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta C · El eje mayor mide 14

1. El número mayor, 49, está debajo de x²: la elipse se alarga a lo ancho
   $a^2 = 49$
2. Saca la raíz para hallar el semieje a
   $a = \sqrt{49} = 7$
3. El eje mayor va de un vértice al otro: mide 2a
   $2a = 2 \cdot 7 = 14$

Ojo: 7 es solo el semieje a: faltó duplicar. 10 es el eje menor, 2b con b = 5.

Truco: El denominador mayor es a²; el eje mayor es 2a, no a.

2. Respuesta A · Corta al eje y en (0, 2) y (0, -2)

1. Sobre el eje y todos los puntos tienen x = 0: sustituye
   $\frac{0^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$
2. Multiplica por 4 y saca la raíz: salen dos valores, uno positivo y otro negativo
   $y^2 = 4$
   $y = \pm 2$
3. El 16 no se usa aquí: es el que da los cortes con el eje x
   $x = \pm 4 \text{ si } y = 0$

Ojo: (0, ±4) sale de usar el 16 para y: ese denominador es de x². (±4, 0) son los cortes con el eje x.

Truco: Para cortar un eje, haz cero la otra variable.

3. Respuesta C · x²/16 + y²/9 = 1

1. El corte con el eje x es el semieje horizontal a
   $a = 4$
2. El corte con el eje y es el semieje vertical b
   $b = 3$
3. En la ecuación va el cuadrado de cada semieje bajo su variable
   $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$
4. Calcula los cuadrados
   $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Ojo: Poner 4 y 3 sin elevar al cuadrado da x²/4 + y²/3; poner 9 y 16 intercambiados alarga la elipse hacia arriba.

Truco: Cada semieje se eleva al cuadrado y va bajo su propia variable.

4. Respuesta B · Los focos están en (3, 0) y (-3, 0)

1. El denominador mayor va con x²: eje mayor horizontal, focos sobre el eje x
   $a^2 = 25,\ b^2 = 16$
2. La distancia c del centro al foco sale de c² = a² − b²
   $c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 16 = 9$
3. Los focos están a c unidades del centro, sobre el eje mayor
   $c = \sqrt{9} = 3$
   $F(\pm 3, 0)$

Ojo: √41 sale de sumar 25 + 16 en vez de restar; (0, ±3) pone los focos sobre el eje menor.

Truco: En la elipse c² = a² − b²: se resta, nunca se suma.

5. Respuesta B · Los focos están en (0, 8) y (0, -8)

1. Ahora el denominador mayor, 100, está bajo y²: la elipse es alta
   $a^2 = 100,\ b^2 = 36$
2. El triángulo rectángulo da la distancia c al foco
   $c^2 = 100 - 36 = 64$
3. Los focos están sobre el eje y, a c unidades del centro
   $c = \sqrt{64} = 8$
   $F(0, \pm 8)$

Ojo: (±8, 0) calcula bien c pero lo pone sobre el eje x; √136 sale de sumar 100 + 36.

Truco: Los focos siempre van en el eje de la variable con el denominador mayor.

6. Respuesta A · x²/9 + y²/4 = 1

1. Pasa el 36 al otro lado y divide todo entre 36 para que quede 1
   $4x^2 + 9y^2 = 36$
   $\frac{4x^2}{36} + \frac{9y^2}{36} = 1$
2. Simplifica cada fracción: 4/36 = 1/9 y 9/36 = 1/4
   $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
3. Lee los semiejes: el 9 va con x², el 4 con y²
   $a = 3,\ b = 2$

Ojo: x²/4 + y²/9 usa el coeficiente 4 como denominador sin dividir; x²/32 + y²/27 resta 36 − 4 y 36 − 9.

Truco: Divide todos los términos entre el número libre; el coeficiente no es el denominador.

7. Respuesta C · La distancia entre los focos es 14

1. 65 es mayor que 16: los focos están sobre el eje x
   $a^2 = 65,\ b^2 = 16$
2. Calcula c con $c^2 = a^2 - b^2$
   $c^2 = 65 - 16 = 49$
   $c = 7$
3. La distancia entre los focos es 2c, de un foco al otro
   $2c = 2 \cdot 7 = 14$

Ojo: 7 es solo c, la distancia de un foco al centro. 18 sale de sumar 65 + 16 = 81 y duplicar su raíz.
Truco: Lee qué pide: c es del centro al foco; entre focos es 2c.

8. Respuesta A · $x^2/169 + y^2/144 = 1$

1. El vértice está a a unidades del centro y el foco a c unidades
   $a = 13,\ c = 5$
2. Despeja b^2 de la relación $c^2 = a^2 - b^2$
   $b^2 = a^2 - c^2$
   $b^2 = 169 - 25 = 144$
3. Los focos están en el eje x: a^2 va bajo x^2 y b^2 bajo y^2
   $$\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$$

Ojo: Con 25 se usó c^2 como b^2; con 194 se sumó 169 + 25 en lugar de restar.
Truco: Con vértice y foco, despeja $b^2 = a^2 - c^2$ antes de escribir la ecuación.

9. Respuesta B · $x^2/9 + y^2/25 = 1$

1. El eje menor mide 2b, no b: divide entre 2
   $2b = 6$
   $b = 3$
2. Con focos en el eje y, c = 4 y $a^2 = b^2 + c^2$
   $a^2 = b^2 + c^2$
   $a^2 = 9 + 16 = 25$
3. Eje focal vertical: el mayor, 25, va bajo y^2
   $$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

Ojo: Con b = 6 salen 36 y 36 + 16 = 52: el eje menor mide 2b. 25 bajo x^2 sería horizontal.
Truco: Eje menor = 2b y eje mayor = 2a: divide entre 2 antes de elevar.

10. Respuesta A · k = 2 o k = -2

1. Si el punto está en la elipse, cumple la ecuación: sustituye x = k y y = 2
   $$\frac{k^2}{20} + \frac{2^2}{5} = 1$$
2. Calcula $2^2 \div 5 = 0.8$, réstalo de 1 y multiplica por 20
   $k^2 = 20 \cdot (1 - 0.8)$
   $k^2 = 20 \cdot 0.2 = 4$
3. Hay dos valores: la altura 2 cruza la elipse a la derecha y a la izquierda
   $k = \pm 2$

Ojo: ±4 sale de restar 20 − 4 sin dividir; $\pm 2\sqrt{3}$ sale de usar 2/5 en lugar de $2^2/5$.
Truco: Al sustituir una coordenada, elévala al cuadrado antes de dividir.