Elementos de la parábola

vértice, foco, directriz, eje, lado recto y aplicaciones.

- **10 ejercicios**, de menos a más difícil, cada uno con 3 opciones.
- Resuélvelo a mano en el espacio de cada ejercicio; **después** compara con las claves del final.
- Si fallas uno, lee el paso a paso y repítelo en una hoja limpia.

Nombre _____ Fecha _____

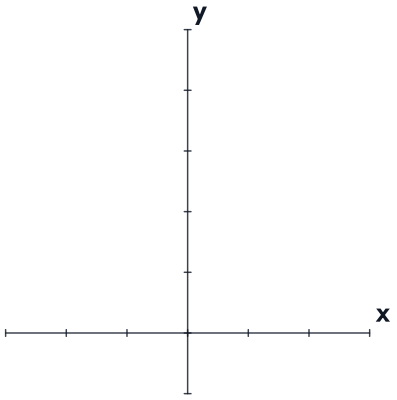
EJERCICIOS

1 NIVEL FÁCIL

¿Dónde está el foco de la parábola de abajo?

$$x^2 = 12y$$

A) $(0, 12)$ **B)** $(0, 3)$ **C)** $(3, 0)$



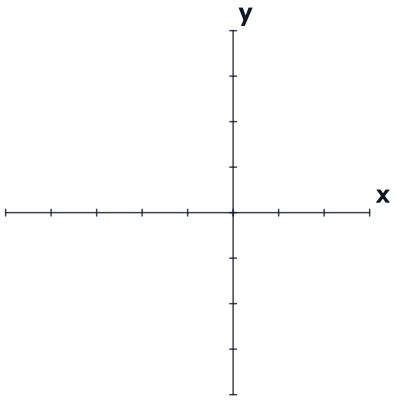
Tu procedimiento

2 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es la directriz de la parábola de abajo?

$$y^2 = -8x$$

A) $x = -2$ **B)** $y = 2$ **C)** $x = 2$

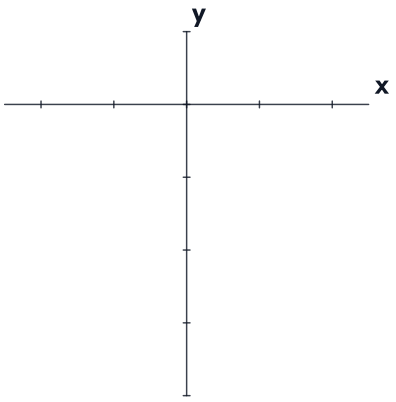


Tu procedimiento

3 NIVEL FÁCIL

¿Cuál es el eje de simetría de la parábola de abajo?

$$x^2 = -20y$$



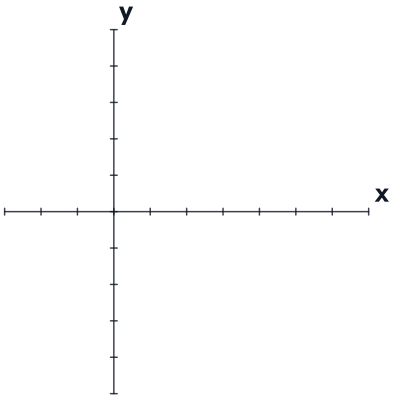
A) El eje y (la recta x = 0) **B)** El eje x (la recta y = 0) **C)** La recta y = 5

Tu procedimiento

4 NIVEL MEDIO

¿Cuánto mide el lado recto de la parábola de abajo?

$$y^2 = 16x$$



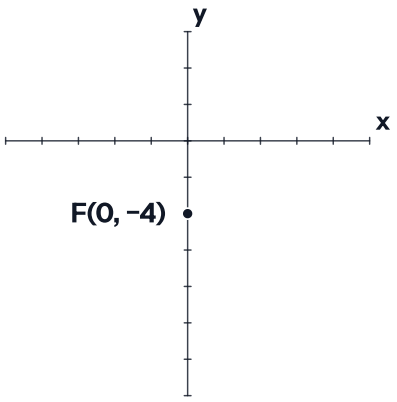
A) 4 **B)** 8 **C)** 16

Tu procedimiento

5 NIVEL MEDIO

Una parábola tiene su vértice en el origen, su eje sobre el eje y y su foco en (0, -4). ¿Cuál es su ecuación?

A) $x^2 = -16y$ **B)** $x^2 = -4y$ **C)** $x^2 = 16y$



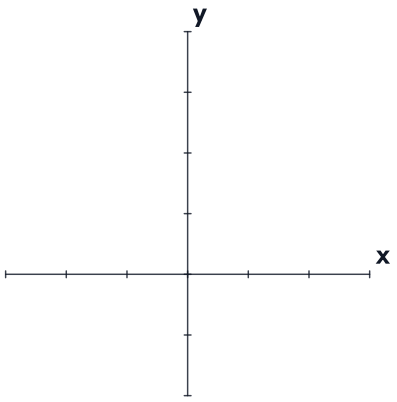
Tu procedimiento

6 NIVEL MEDIO

¿Qué distancia hay entre el foco y la directriz de la parábola de abajo?

$$x^2 = 20y$$

A) 5 **B)** 20 **C)** 10

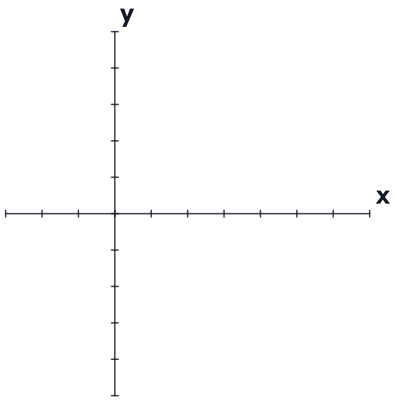


Tu procedimiento

7 NIVEL MEDIO

Una parábola con vértice en el origen abre hacia la derecha y su lado recto mide 24. ¿Dónde está su foco?

A) $(24, 0)$ **B)** $(6, 0)$ **C)** $(12, 0)$

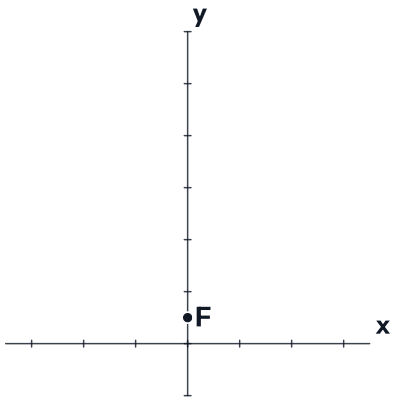


Tu procedimiento

8 NIVEL DIFÍCIL

El foco de un reflector parabólico está a 2 cm del fondo y su boca mide 24 cm de ancho. ¿Cuál es su profundidad?

A) 18 cm **B)** 2 cm **C)** 72 cm

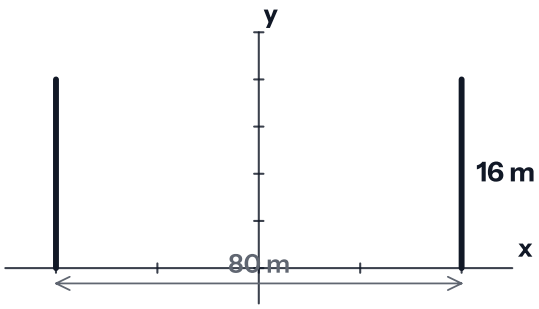


Tu procedimiento

9 NIVEL DIFÍCIL

Un cable parabólico toca la calzada en el centro de un puente y llega a 16 m de altura en cada torre, separadas 80 m. ¿A qué altura está el cable a 20 m del centro?

A) 8 m **B)** 4 m **C)** 1 m

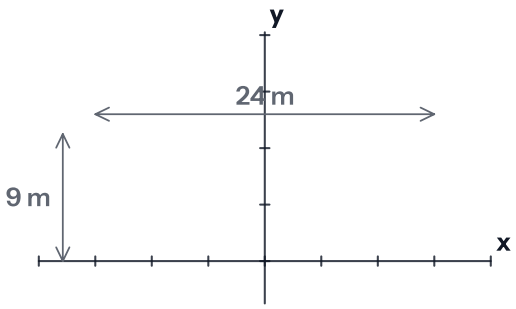


Tu procedimiento

10 NIVEL DIFÍCIL

Una antena parabólica mide 24 m de ancho en la boca y 9 m de profundidad. El receptor va en el foco. ¿A qué distancia del fondo se coloca?

A) 4 m **B)** 16 m **C)** 12 m



Tu procedimiento

Claves y paso a paso

1. Respuesta B · El foco está en (0, 3)

1. Como x está al cuadrado, el eje es vertical; 12 es positivo, así que abre hacia arriba
   $x^2 = 4py$
2. Compara 12 con 4p y despeja p
   $4p = 12$
   $p = 3$
3. El foco está p unidades arriba del vértice, sobre el eje y
   $F(0, p) = (0, 3)$

Ojo: (0, 12) usa 4p como si fuera p; (3, 0) pone el foco sobre el eje x aunque la parábola es vertical.
Truco: El foco está a p, no a 4p, del vértice.

2. Respuesta C · La directriz es x = 2

1. Como y está al cuadrado, el eje es horizontal; −8 es negativo, así que abre hacia la izquierda
   $y^2 = 4px$
2. Compara −8 con 4p: p es negativo y el foco queda a la izquierda del vértice
   $4p = -8$
   $p = -2$
3. La directriz queda del lado contrario al foco, a la misma distancia p del vértice
   $x = -p$
   $x = 2$

Ojo: x = −2 es la abscisa del foco, no de la directriz; y = 2 es horizontal, y aquí la directriz es vertical.
Truco: La directriz siempre queda al lado contrario del foco.

3. Respuesta A · El eje de simetría es el eje y

1. Como x está al cuadrado, la parábola es vertical; −20 es negativo, así que abre hacia abajo
   $x^2 = -20y$
2. Si (x, y) cumple la ecuación, (−x, y) también, porque (−x)² = x²: los puntos vienen en pares simétricos
   $(-x)^2 = x^2$
3. El espejo entre cada par es la recta x = 0, es decir, el eje y
   $x = 0$

Ojo: El eje x sería el eje si la y estuviera al cuadrado; y = 5 es la directriz, no un eje de simetría.
Truco: El eje de simetría pasa por el vértice y por el foco.

4. Respuesta C · El lado recto mide 16

1. Compara 16 con 4p: el foco está en (p, 0)
   $4p = 16$
   $p = 4$
2. El lado recto es la cuerda que pasa por el foco, perpendicular al eje: sustituye x = 4
   $y^2 = 16 \cdot 4 = 64$
   $y = \pm 8$
3. Mide de y = −8 hasta y = 8
   $8 - (-8) = 16$

Ojo: 4 es solo p; 8 es la mitad del lado recto, del foco a un extremo.
Truco: El lado recto siempre mide |4p|, el número de la ecuación.

5. Respuesta A · x² = −16y

1. El foco está debajo del vértice: la parábola abre hacia abajo y usa x² = 4py con p negativo
   $x^2 = 4py$
2. p es la distancia con signo del vértice al foco
   $p = -4$
   $4p = -16$
3. Sustituye 4p
   $x^2 = -16y$

Ojo: −4y usa p en lugar de 4p; 16y olvida el signo: esa parábola abriría hacia arriba.
Truco: Foco abajo o a la izquierda: p negativo.

6. Respuesta C · La distancia es 10

1. Compara 20 con 4p
   $4p = 20$
   $p = 5$
2. El foco está p arriba del vértice y la directriz p abajo
   $F(0, 5)$
   $y = -5$
3. Suma las dos distancias: la separación es 2p
   $5 + 5 = 10$

Ojo: 5 es solo p, del vértice al foco; 20 es 4p, la longitud del lado recto.
Truco: Foco y directriz están a p del vértice, cada uno de su lado: separación 2p.

7. Respuesta B · El foco está en (6, 0)

1. El lado recto mide 4p, así que despeja p
   $4p = 24$
   $p = 6$
2. Abre hacia la derecha: el foco está p unidades a la derecha del vértice, sobre el eje x
   $F(p, 0) = (6, 0)$
3. Comprueba: en x = 6, $y^2 = 144$, así que y = ±12, y entre ambos hay 24
   $12 - (-12) = 24$

Ojo: (24, 0) toma todo el lado recto como p; (12, 0) toma la mitad del lado recto, que es 2p.
Truco: Lado recto = 4p: divide entre 4 para obtener p.

8. Respuesta A · La profundidad es 18 cm

1. Pon el vértice en el origen, abriendo hacia arriba: $x^2 = 4py$ con p = 2
   $x^2 = 4py$
   $x^2 = 4 \cdot 2\, y = 8y$
2. La boca mide 24, así que el borde está a 12 del eje
   $x = 24 \div 2 = 12$
3. La profundidad es la altura y del borde: sustituye x = 12
   $12^2 = 8y$
   $y = \frac{144}{8} = 18$

Ojo: 2 cm es p, la distancia del fondo al foco; 72 divide 144 entre p = 2 en lugar de entre 4p = 8.
Truco: En $x^2 = 4py$ usa 4p, no p, para despejar la altura.

9. Respuesta B · El cable está a 4 m de altura

1. Pon el origen en el punto más bajo: la torre derecha queda en (40, 16)
   $x^2 = 4py$
   $40^2 = 4p \cdot 16$
2. Despeja 4p
   $4p = \frac{1600}{16} = 100$
3. A 20 m del centro, x = 20: sustituye
   $y = \frac{20^2}{100} = 4$

Ojo: 8 m supone que el cable sube de manera uniforme; 1 m usa 80 como x al calcular 4p.
Truco: Una parábola no sube de manera lineal: usa su ecuación.

10. Respuesta A · El receptor va a 4 m del fondo

1. Pon el fondo en el origen: el borde de la boca queda en (12, 9)
   $x^2 = 4py$
   $12^2 = 4p \cdot 9$
2. Despeja 4p y luego p
   $144 = 36p$
   $4p = 16$
   $p = 4$
3. El receptor, en el foco, queda a p del fondo
   $F(0, 4)$

Ojo: 16 m es el valor de 4p, no de p; 12 m es la mitad del ancho de la antena.
Truco: Al despejar de $x^2 = 4py$ se obtiene 4p; divide entre 4 para tener p.